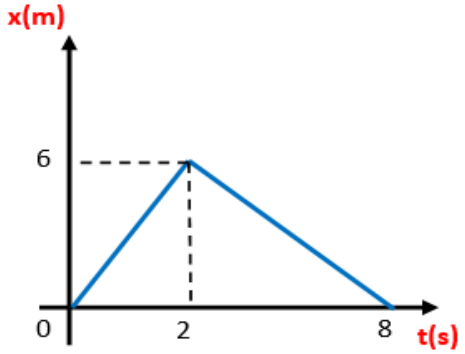
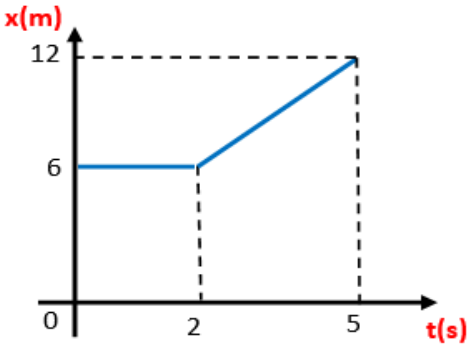
ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα m_1 στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



(1)



(2)

Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος m_1 συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας m_2. Τότε:

(α) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.

(β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ανελαστική.

(γ) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

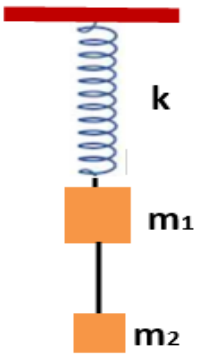
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το σώμα Σ_1 του σχήματος, μάζας m_1, κρέμεται δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k, ενώ το σώμα Σ_2, μάζας m_2, είναι δεμένο μέσω ιδανικού νήματος με το Σ_1.



Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το Σ_1 αρχίζει να κινείται. Η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά ύστερα από χρόνο :

(α) $\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$ **(β)** $\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ **(γ)** $\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

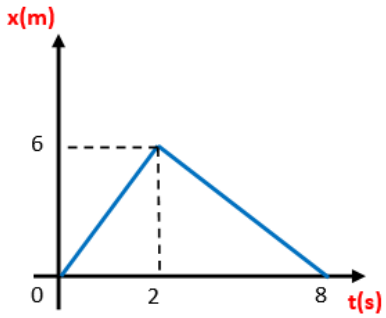
2.1.

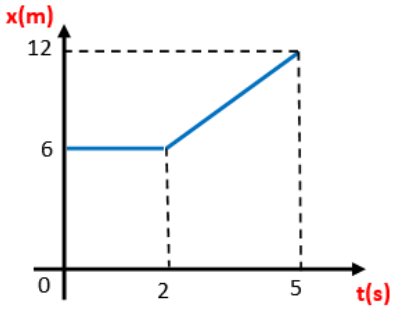
2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από τα διαγράμματα (1) και (2), προκύπτει ότι:





Το σώμα μάζας m_1 ξεκινά από την θέση (0), αρχή του άξονα, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_1 = \frac{6m}{2s} = 3\ m/s$. Αντίστοιχα, το σώμα μάζας m_2, είναι ακίνητο μέχρι την στιγμή που το πρώτο σώμα συγκρούεται κεντρικά με αυτό και βρίσκεται στην θέση $x = 6\ m$.

Μετά την κρούση το σώμα (1) αποκτά ταχύτητα που προκύπτει και αυτή από το διάγραμμα:

$$\upsilon'_1 = \frac{(0-6)m}{(8-2)s} = -1\ m/s,$$

ενώ το σώμα (2) αποκτά ταχύτητα:

$$\upsilon'_2 = \frac{(12-6)m}{(5-2)s} = 2\ m/s.$$

Υπολογίζουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας για την κρούση:

$$\Delta K = K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ} = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\cdot m\cdot(-1)^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m\cdot 2^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot 3^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot[1+8-9]\left(\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta K = 0\ J$$

Άρα, η κρούση είναι ελαστική, εφόσον δεν χάνεται ενέργεια του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Μόλις κόβουμε το νήμα ξεκινά το σώμα m_1 να κινείται. Η κίνηση αυτή είναι Α.Α.Τ. διότι:

Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) είναι:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{ελ} + m_1\vec{g} = \vec{0}$$

$$k\Delta l_1 = m_1 g$$

Στην τυχαία θέση που απέχει απόσταση x από την Θ.Ι. και θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω, ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = m_1\vec{g} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda}$$

$$\Sigma F = m_1 g - k(\Delta l_1 + x) = -kx$$

Οπότε δείξαμε ότι είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$, με $D = k$ και $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

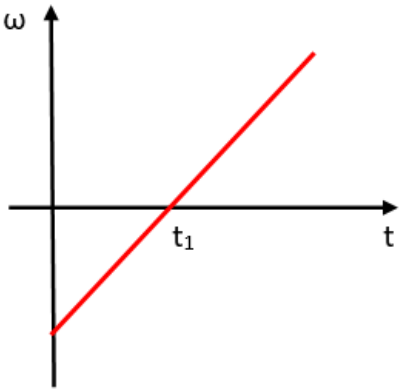
Επειδή ξεκινά από την ακινησία, συμπεραίνουμε ότι βρίσκεται σε θέση πλάτους της ταλάντωσης και άρα η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά στη θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης, μετά από χρόνο:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}} = \pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του. Η αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:



(α) Ο δίσκος στρέφεται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση.

(β) Τη χρονική στιγμή t_1 το διάνυσμα της στροφορμής του δίσκου αλλάζει φορά.

(γ) Ο ρυθμός μεταβολής της επίκεντρης γωνίας που στρέφεται ο δίσκος παραμένει σταθερός.

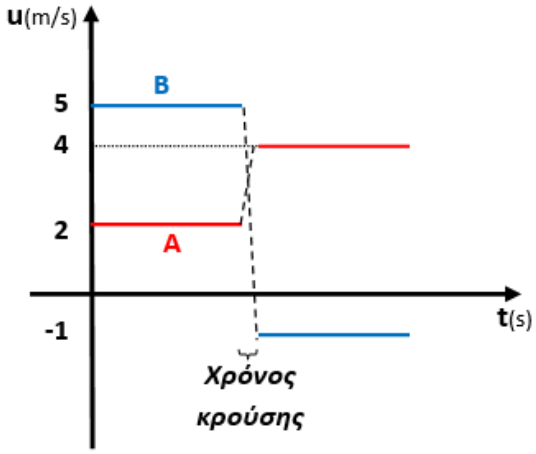
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων δυο σφαιρών Α και Β πριν και μετά τη μεταξύ τους κεντρική κρούση. Οι μάζες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση:



(α) $m_1 = m_2$, **(β)** $m_1 = 2m_2$, **(γ)** $m_1 = 3m_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η γωνιακή ταχύτητα του σώματος που περιστρέφεται, την χρονική στιγμή t_1, αλλάζει φορά. Άρα και η στροφορμή του σώματος θα αλλάξει, επίσης, φορά.

Η πρόταση (α) είναι λανθασμένη, αφού η γωνιακή ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή t_1 αλλάζει πρόσημο και άρα αλλάζει φορά περιστροφής το σώμα.

Και η πρόταση (γ) είναι λανθασμένη, επειδή ο ρυθμός μεταβολής της επίκεντρης γωνίας, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα μεταβάλλεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα προκύπτουν οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση:

για την σφαίρα Α πριν την κρούση : $\upsilon_A = 2\ m/s$ και μετά την κρούση: $\upsilon'_A = 4\ m/s$.

για την σφαίρα Β πριν την κρούση : $\upsilon_B = 5\ m/s$ και μετά την κρούση: $\upsilon'_B = -1\ m/s$.

Με χρήση της Α.Δ.Ο. κατά την διάρκεια της κρούσης:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

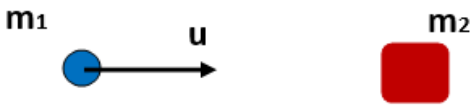
$$m_1\upsilon_A + m_2\upsilon_B = m_1\upsilon'_A + m_2\upsilon'_B \Leftrightarrow$$

$$m_1 \cdot 2\frac{m}{s} + m_2 \cdot 5\frac{m}{s} = m_1 \cdot 4\frac{m}{s} + m_2 \cdot (-1)\frac{m}{s} \Leftrightarrow m_2 \cdot 6 = m_1 \cdot 2 \Leftrightarrow m_1 = 3m_2$$

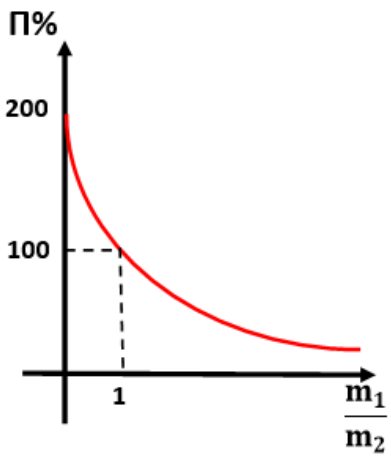
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

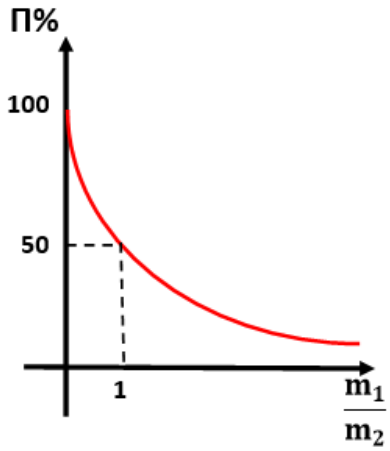
2.1. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2:



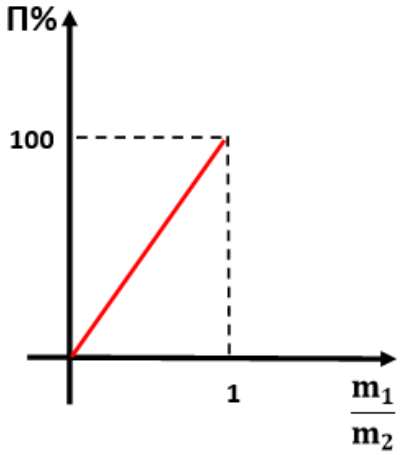
Η γραφική παράσταση του ποσοστού % της ορμής του σώματος Σ_1 που μεταφέρεται στο Σ_2 κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ απεικονίζεται στο διάγραμμα:



(α) 1



(β) 2



(γ) 3

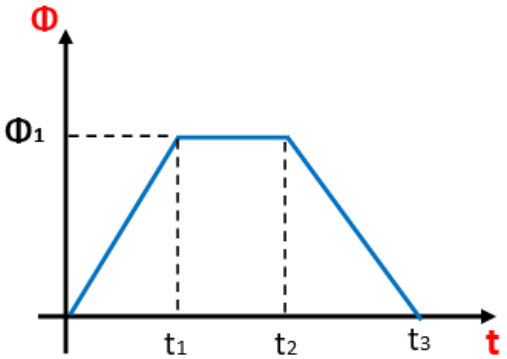
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα κυκλικό πλαίσιο αντίστασης R, μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:



Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο έχει:

(α) σταθερή ένταση και ίδια φορά σε όλη τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_3$.

(β) σταθερή ένταση και ίδια φορά στις χρονικές διάρκειες $0 \rightarrow t_1$ και $t_2 \rightarrow t_3$

(γ) σταθερή ένταση και αντίθετη φορά στις χρονικές διάρκειες $0 \rightarrow t_1$ και $t_2 \rightarrow t_3$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το ποσοστό της μεταφερόμενης ορμής από το σώμα 1 στο 2, δίνεται:

$$\Pi\% = \frac{p_2'}{p_1} \cdot 100\% = \frac{m_2 \upsilon_2'}{m_1 \upsilon_1} \cdot 100\% \qquad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική με το σώμα Σ_2 ακίνητο, η ταχύτητά του μετά την κρούση είναι:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \qquad (2)$$

Αντικαθιστούμε την (2) στην (1):

$$\Pi\% = \frac{m_2 \frac{2m_1}{m_1+m_2} \upsilon_1}{m_1 \upsilon_1} \cdot 100\% = m_2 \frac{2}{m_1 + m_2} \cdot 100\% = \frac{200}{\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_2}}\% \Leftrightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{200}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\%$$

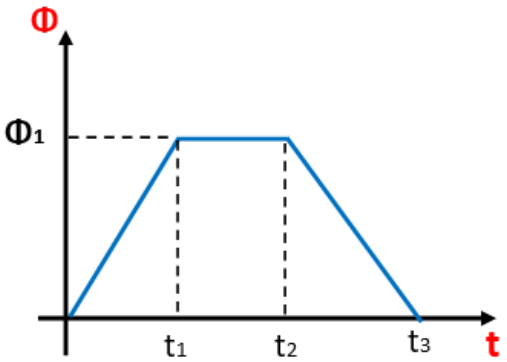
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Σύμφωνα με το διάγραμμα:



η μεταβολή της μαγνητικής ροής τόσο στη χρονική διάρκεια $0 \to t_1$ όσο και στην $t_2 \to t_3$, είναι γραμμική και άρα οι κλίσεις των ευθειών που εκφράζουν την επαγωγική τάση είναι σταθερές:

$$E_{\varepsilon\pi_1} = -\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t_1} = -\frac{\Phi_1 - 0}{t_1 - 0} = -\frac{\Phi_1}{t_1}$$

και

$$E_{\varepsilon\pi_2} = -\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t_2} = -\frac{0 - \Phi_1}{t_3 - t_2} = \frac{\Phi_1}{t_3 - t_2}$$

Παρατηρούμε ότι η πολικότητα της επαγωγικής τάσης είναι αντίθετη. Από τον νόμο του Ohm προκύπτει

ότι οι εντάσεις του ρεύματος στις δύο περιπτώσεις θα είναι:

$$I_1 = \frac{E_{\varepsilon\pi_1}}{R} = -\frac{\Phi_1}{Rt_1}$$

και

$$I_2 = \frac{E_{\varepsilon\pi_2}}{R} = \frac{\Phi_1}{R(t_3 - t_2)}$$

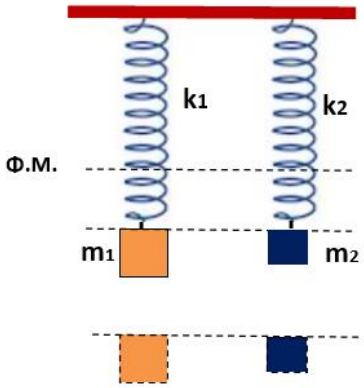
Δηλαδή σταθερής τιμής και στις δύο περιπτώσεις αλλά αντίθετης φοράς.

Κατά την διάρκεια $t_1 - t_2$ η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή, η τάση από επαγωγή είναι μηδέν και άρα και η ένταση του ρεύματος θα είναι μηδενική.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 έχουν το ίδιο φυσικό μήκος (Φ.Μ.), και είναι τοποθετημένα κατακόρυφα με το επάνω άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο. Στο κάτω άκρο κρεμάμε από μια μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα και τις αφήνουμε σταδιακά μέχρι τα δύο ελατήρια να ισορροπήσουν ξανά. Παρατηρούμε ότι και πάλι τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος.



Αν $m_1 > m_2$ και τα δύο ελατήρια αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους.

(α) Η ενέργεια ταλάντωσης E_1 του πρώτου ταλαντωτή είναι μικρότερη από την ενέργεια ταλάντωσης E_2 του δεύτερου ταλαντωτή.

(β) Η συχνότητα ταλάντωσης f_1 του πρώτου ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα ταλάντωσης f_2 του δεύτερου ταλαντωτή.

(γ) Η μέγιστη ταχύτητα υ_{max_1} του πρώτου ταλαντωτή είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης υ_{max_2} του δεύτερου ταλαντωτή.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

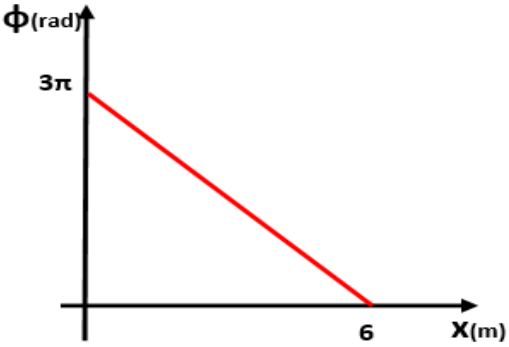
2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η εξίσωση ενός κύματος είναι της μορφής :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad S.I.$$

Για το κύμα αυτό δίνεται η γραφική παράσταση $\varphi = f(x)$, της μεταβολής της φάσης φ του κύματος συναρτήσει της απόστασης x από την πηγή του την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}15\ s$:



(α) το κύμα έχει μήκος κύματος $\lambda = 6\ \mathrm{m}$.

(β) την t=0,025 s η αρχή των συντεταγμένων $\mathrm{x} = 0$ είχε μέγιστη απομάκρυνση.

(γ) η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon = 0{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

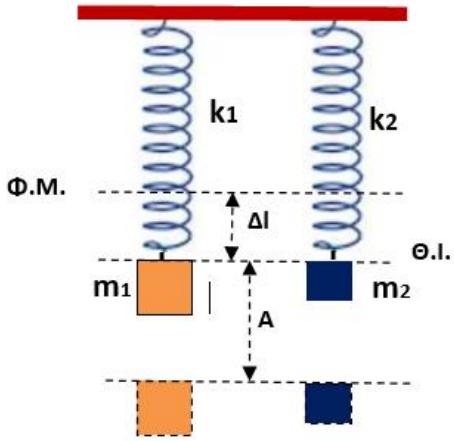
2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην θέση ισορροπίας των δύο ελατηρίων, υπολογίζουμε την επιμήκυνσή τους Δl_1 και Δl_1, για τις οποίες είναι $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l$:



Ισχύει για το σώμα 1:

$$\Sigma\vec{F}_1 = \vec{0}$$

$$m_1 g = k_1 \Delta l \quad (1)$$

Ομοίως για το σώμα 2:

$$\Sigma\vec{F}_2 = \vec{0}$$

$$m_2 g = k_2 \Delta l \quad (2)$$

Διαιρούμε τις δύο σχέσεις κατά μέλη και επειδή $m_1 > m_2$, θα είναι:

$$\frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{k_1 \Delta l}{k_2 \Delta l} \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{k_1}{k_2} > 1 \quad (3)$$

Για τις ενέργειες ταλάντωσης των δύο ταλαντωτών, ισχύει:

$$E_1 = \frac{1}{2} k_1 \Delta l^2$$

και

$$E_2 = \frac{1}{2} k_2 \Delta l^2$$

με διαίρεση κατά μέλη:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k_1 \Delta l^2}{\frac{1}{2} k_2 \Delta l^2} = \frac{k_1}{k_2} > 1 \Leftrightarrow E_1 > E_2$$

Άρα η πρώτη πρόταση είναι λάθος.

Για τις συχνότητες ταλάντωσης θα είναι:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad \text{και} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}\cdot\frac{m_2}{m_1}} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = 1 \Leftrightarrow f_1 = f_2$$

Άρα και η δεύτερη πρόταση είναι λάθος.

Για τις μέγιστες ταχύτητες των δύο ταλαντωτών που ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος Α, ισχύει:

$$\upsilon_{max_1} = \omega_1 \cdot A = 2\pi \cdot f_1 \cdot A$$

και

$$\upsilon_{max_2} = \omega_2 \cdot A = 2\pi \cdot f_2 \cdot A$$

οπότε

$$\frac{\upsilon_{max_1}}{\upsilon_{max_2}} = \frac{\omega_1 \cdot A}{\omega_2 \cdot A} = \frac{2\pi \cdot f_1 \cdot A}{2\pi \cdot f_2 \cdot A} = 1 \Leftrightarrow u_{max_1} = u_{max_2}$$

Άρα η πρόταση γ είναι σωστή.

Μονάδες 8

2.2.

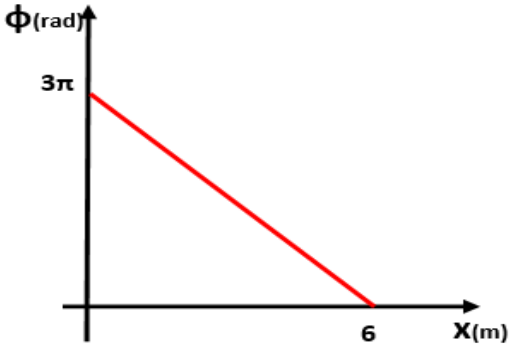
2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η συνάρτηση της φάσης του κύματος συναρτήσει της απόστασης x από την πηγή του την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}15$ s είναι της μορφής :

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{0{,}15}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Από το διάγραμμα:



προκύπτει ότι για : $x = 0$, $\varphi = 3\pi$ rad

$$3\pi = 2\pi\left(\frac{0{,}15}{T} - \frac{0}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{0{,}15s}{T} \Leftrightarrow T = 0{,}1\ s$$

Επίσης, για : $x = 6$ m , $\varphi = 0$ rad

$$0 = 2\pi\left(\frac{0{,}15}{0{,}1} - \frac{6\ m}{\lambda}\right) \Leftrightarrow 1{,}5 = \frac{6\ m}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = 4\ m$$

Αν θέσουμε στην εξίσωση κύματος τα παραπάνω αποτελέσματα και την χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}025\ s$, προκύπτει για την πηγή ($x = 0$):

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{0{,}025\ s}{0{,}1\ s} - \frac{0}{4\ m}\right) \Leftrightarrow y = A\eta\mu\frac{\pi}{2} = A$$

Άλλωστε, προφανώς η απάντηση (α) είναι λάθος επειδή βρήκαμε $\lambda = 4\ m$ και η (γ) επίσης, αφού

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{4\ m}{0{,}1\ s} = 40\frac{m}{s}$$

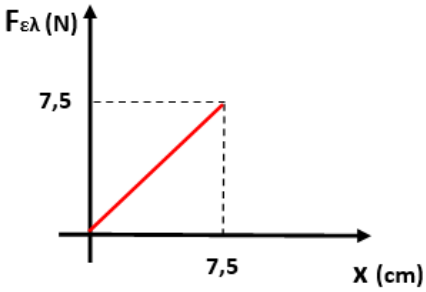
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε εργαστήριο Φ.Ε. διαθέτουμε δύο ελατήρια σταθεράς k_1 και k_2 και ένα σώμα μάζας m. Επίσης διαθέτουμε σειρά βαριδίων με μάζες των $20\,g$, $50\,g$, $80\,g$ και $0{,}1\,Kg$. Κρεμάμε το ελατήριο 1 σε βαθμολογημένο στάτορα έτσι ώστε ο αβαρής δίσκος που τοποθετείται στο κάτω άκρο του ελατηρίου να είναι στο σημείο μηδέν της κλίμακας. Κάποιος μαθητής τοποθετεί ποικιλία βαριδίων στο δίσκο του ελατηρίου 1 και συμπληρώνει τον παρακάτω πίνακα τιμών:

Μάζα (g)	Απόσταση Δl (cm) Φ.Μ. – Θ.Ι.
50	1
130	2,6
180	3,6
250	5

Άλλος μαθητής δουλεύοντας με το ελατήριο 2, παραδίδει το παρακάτω διάγραμμα:



Τοποθετούμε διαδοχικά στο δίσκο των δύο ελατηρίων το σώμα μάζας m και θέτουμε σε ταλάντωση ίδιου πλάτους Α τους δύο ταλαντωτές. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Για τις δύο ταλαντώσεις ισχύει:

(α) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2 και ο λόγος τους είναι: $\frac{\alpha_{max_1}}{\alpha_{max_2}} = \sqrt{2}$.

(β) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 είναι ίση με την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2.

(γ) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2 είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 και ο λόγος τους είναι: $\frac{\alpha_{max_1}}{\alpha_{max_2}} = \frac{1}{2}$.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Φορτισμένο σωμάτιο φορτίου $q = +12\ mC$ και μάζας $m = 100\ g$ εκτοξεύεται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 50\ \frac{m}{s}$ σε χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς οριζόντιου πυκνωτή με φορά προς τα δεξιά. Η ένταση του Ομογενούς Ηλεκτρικού Πεδίου (Ο.Η.Π.) δίνεται $E = 100\ \frac{N}{C}$ με φορά των δυναμικών ηλεκτρικών γραμμών προς τα κάτω. Συγχρόνως, στον ίδιο χώρο επικρατεί Ομογενούς Μαγνητικού Πεδίου (Ο.Μ.Π.), έντασης $B = 2\ T$ με

φορά μαγνητικών γραμμών κάθετα στην σελίδα και προς τα μέσα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Η κίνηση του σωματίου που παρατηρεί ένας εξωτερικός παρατηρητής θα είναι:

(α) ευθύγραμμη ομαλή

(β) παραβολική με φορά προς τα κάτω

(γ) ομαλή κυκλική

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το πείραμα που εκτέλεσε ο πρώτος μαθητής και τον πίνακα τιμών που μας παρείχε προκύπτει γραμμική μεταβολή της δύναμης του βάρους των βαριδίων που χρησιμοποίησε, ανάλογη με την απόσταση. Επειδή στη θέση ισορροπίας οι δυνάμεις των βαρών των βαριδίων και οι δυνάμεις επαναφοράς του ελατηρίου είναι αντίθετες σε κάθε μέτρηση, ο συντελεστής κλίσης της ευθείας είναι:

$$k_1 = \frac{W_1}{x_1} = \frac{50 \cdot 10^{-3}\text{Kg} \cdot 10\text{m/s}^2}{1 \cdot 10^{-2}\text{m}} = 50\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Από το διάγραμμα που μας παρείχε ο δεύτερος μαθητής, μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά k_2:

$$k_2 = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{x} = \frac{7{,}5\ \text{N}}{7{,}5 \cdot 10^{-2}\text{m}} = 100\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Θέτοντας σε ταλάντωση τους δύο ταλαντωτές με την ίδια μάζα m και το ίδιο πλάτος A, οι μέγιστες επιταχύνσεις που προκύπτουν έχουν λόγο:

$$\frac{\alpha_{max_1}}{\alpha_{max_2}} = \frac{\omega_1^2 A}{\omega_2^2 A} = \frac{\frac{k_1}{m}}{\frac{k_2}{m}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{50\frac{\text{N}}{\text{m}}}{100\frac{\text{N}}{\text{m}}} = \frac{1}{2}$$

Άρα η μέγιστη επιτάχυνση του δεύτερου ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη και ο λόγος τους είναι $\frac{\alpha_{max_1}}{\alpha_{max_2}} = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 8

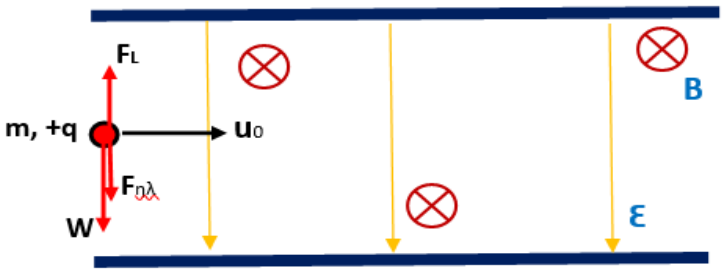
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο, όπως φαίνονται στο σχήμα, είναι:



Για τις δυνάμεις ισχύει :

$$F_{Lorentz} = Buq = 2T \cdot 50\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12 \cdot 10^{-3}\text{C} \Leftrightarrow F_{Lorentz} = 1{,}2\ \text{N}$$

$$F_{\eta\lambda} = \varepsilon q = 100\frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 12 \cdot 10^{-3}\text{C} \Leftrightarrow F_{\eta\lambda} = 1{,}2\ \text{N}$$

$$W = mg = 0{,}1\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Leftrightarrow W = 1\ \text{N}$$

Επειδή η δύναμη Lorentz είναι αντίθετη της ηλεκτρικής δύναμης και άρα έχουν συνισταμένη μηδέν, η μόνη δύναμη που επιδρά στην κίνηση του σωματίου είναι το βάρος $\mathrm{W} = 1\mathrm{N}$ το οποίο δεν είναι αμελητέο. Άρα η κίνηση είναι οριζόντια βολή, δηλαδή παραβολική προς τα κάτω.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 0{,}2\ kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα υ_1 προς ακίνητο σώμα τετραπλάσιας μάζας m_2 το οποίο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης για το συσσωμάτωμα μάζας $M_{συσ}$ το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι:

$$\alpha = -\alpha_{max}ημ10t \qquad (S.I.)$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $U_{T_{max}} = 50\ J$. Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μέγιστη ταχύτητα υ_{max} του συσσωματώματος και το πλάτος της ταλάντωσης αυτού.

Μονάδες 8

4.2. Την ταχύτητα του σώματος m_1 πριν την κρούση.

Μονάδες 8

4.3. Την ελάχιστη χρονική διάρκεια για να μεταβεί το σώμα που ταλαντώνεται από την θέση $x_1 = -A/2$ στην θέση $x_2 = +A/2$ για δεύτερη φορά.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την εξίσωση της επιτάχυνσης που δίδεται:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 10t \qquad (S.I.)$$

προκύπτει $\omega = 10\ rad/s$ και η αρχική φάση $\varphi_0 = 0\ rad$ της ταλάντωσης.

Για τη μάζα του συσσωματώματος είναι:

$$m_1 + m_2 = M_{συσ} \Leftrightarrow M_{συσ} = m_1 + 4m_1 = 5m_1 = 1\ kg$$

Αλλά :

$$D = M_{συσ}\omega^2 = 1\ kg \cdot 10^2 (\frac{rad}{s})^2 = 100\ N/m$$

$$U_{T_{max}} = 50\ J \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 = 50\ J \Leftrightarrow A = 1\ m$$

Και τελικά :

$$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow \upsilon_{max} = 10\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετα}$$

$$m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)V_{συσ} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 = M_{συσ}\upsilon_{max} \Leftrightarrow \upsilon_1 = \frac{M_{συσ}\upsilon_{max}}{m_1} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_1 = \frac{1\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s}}{0{,}2\ kg} \Leftrightarrow \upsilon_1 = 50\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

4.3. Η εξίσωση ταλάντωσης είναι :

$$x = \eta\mu 10t \qquad (S.I.)$$

Για $x_1 = -\frac{A}{2} = -\frac{1}{2}\ m$:

$$-\frac{1}{2} = \eta\mu 10t = \eta\mu\frac{7\pi}{6} \begin{cases} 10t_1 = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow t_1 = \frac{12k+7}{60}\pi \\ 10t_2 = 2k\pi + \pi - \frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow 10t_2 = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow t_2 = \frac{12k-1}{60}\pi \end{cases}$$

Για $k = 0$ $\quad t_1 = \frac{7\pi}{60}\ s$ $\quad$ και $\quad t_2 = \frac{-\pi}{60}\ s$ $\quad$ η οποία απορρίπτεται

Για $k = 1$ $\quad t'_1 = \frac{19\pi}{60}\ s$ $\quad$ και $\quad t'_2 = \frac{11\pi}{60}\ s$

Οι τιμές που αντιστοιχούν στην $x_1 = -\frac{1}{2}\ m$ στην διάρκεια της πρώτης περιόδου, είναι οι $t_1 = \frac{7\pi}{60}\ s$ και $t'_2 = \frac{11\pi}{60}\ s$ και στην δική μας περίπτωση η δεύτερη, αφού ζητείται ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του ταλαντωτή από την x_1 στην x_2.

Ανάλογα εργαζόμαστε και για την $x_2 = \frac{A}{2} = \frac{1}{2}\ m$:

$$\frac{1}{2} = \eta\mu 10t = \eta\mu\frac{\pi}{6} \quad \begin{cases} 10t_3 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 10t_3 \Leftrightarrow t_3 = \frac{12k+1}{60}\pi \\ 10t_4 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 10t_4 = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow t_4 = \frac{12k+5}{60}\pi \end{cases}$$

Για $k = 0$ $\quad t_3 = \frac{\pi}{60}\ s$ $\quad$ και $\quad t_4 = \frac{5\pi}{60}\ s$

Για $k = 1$ $\quad t'_3 = \frac{13\pi}{60}\ s$ $\quad$ και $\quad t'_4 = \frac{17\pi}{60}\ s$

Οι τιμές που μας ενδιαφέρουν, είναι οι $t_4 = \frac{13\pi}{60}\ s$, όταν ο ταλαντωτής διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση $x_2 = \frac{1}{2}\ m$ έχοντας ξεκινήσει από την θέση $x_1 = -\frac{1}{2}\ m$ και $t'_3 = \frac{17\pi}{60}\ s$ όταν κατόπιν διέρχεται από την ίδια θέση για δεύτερη φορά.

Άρα, τελικά, ο ζητούμενος χρόνος θα είναι:

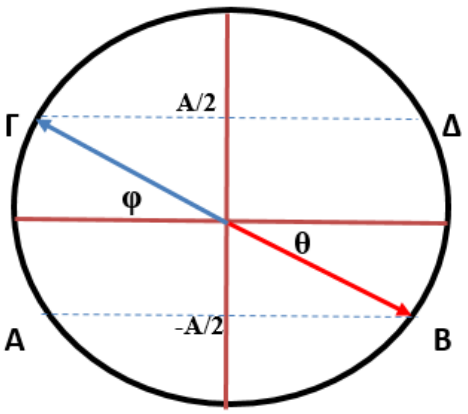
$$\Delta t_{\varepsilon\lambda} = t'_3 - t_2 = \frac{17\pi}{60}\ s - \frac{11\pi}{60}\ s = \frac{\pi}{10}\ s$$

Μονάδες 9

2ος τρόπος:

4.3.

Μια απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να προκύψει ως η προβολή ενός περιστρεφόμενου διανύσματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, όπως στο διάγραμμα:



Το σημείο $x_1 = -\frac{A}{2}$ αντιστοιχεί στα σημεία Α και Β του κύκλου, ενώ το $x_2 = \frac{A}{2}$ στα Γ και Δ. Το ζητούμενο είναι η ελάχιστη χρονική διάρκεια για να μεταβεί ο ταλαντωτής από το σημείο x_1 στο x_2 όχι για πρώτη φορά, οπότε θα πήγαινε από το Β στο Δ, αλλά για δεύτερη φορά, οπότε πρέπει να μετακινηθεί από το Β στο Γ.

Ο απαιτούμενος χρόνος είναι:

$$\omega = \frac{\Delta\hat{z}}{\Delta t_{\varepsilon\lambda}} \Leftrightarrow \Delta t_{\varepsilon\lambda} = \frac{\Delta\hat{z}}{\omega} = \frac{\hat{\theta} + (\pi - \hat{\varphi})}{\omega} \qquad (1)$$

Για τις γωνίες $\hat{\theta}$ και $\hat{\varphi}$, ισχύει:

$$\eta\mu\theta = \eta\mu\varphi = \frac{A/2}{A} = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \theta = \varphi = \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

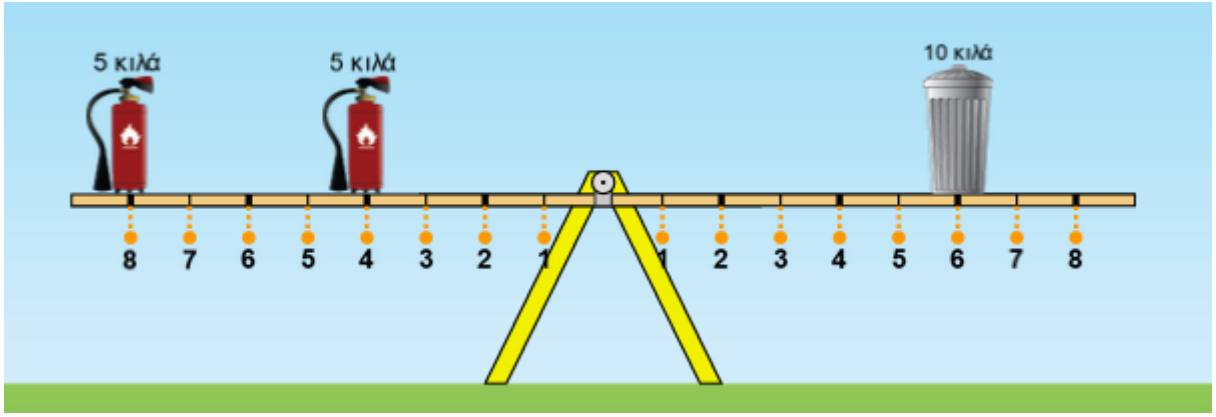
επειδή και οι δύο γωνίες είναι οξείες.

Αντικαθιστώντας την (2) στην (1), με δεδομένο το $\omega = 10\ \mathrm{rad/s}$:

$$\Delta t_{\varepsilon\lambda} = \frac{\hat{\theta} + (\pi - \hat{\varphi})}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{6} + \pi - \frac{\pi}{6}}{10}\ \mathrm{s} \Leftrightarrow \Delta t_{\varepsilon\lambda} = \frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία ομογενής ράβδος μήκους L και αμελητέας μάζας στηρίζεται στο κέντρο της από μία βάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ράβδος είναι χωρισμένη σε ίσα αριθμημένα τμήματα και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Πάνω της έχουν τοποθετηθεί δύο πυροσβεστήρες που ο καθένας έχει μάζα $m = 5kg$ και ένας κάδος με μάζα $M = 10Kg$. Αρχικά η ράβδος διατηρείται οριζόντια. Όταν αφεθεί ελεύθερη, τότε



(α) θα περιστραφεί δεξιόστροφα.

(β) θα περιστραφεί αριστερόστροφα.

(γ) θα παραμείνει οριζόντια.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η εξίσωση απομάκρυνσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$x = 0{,}1\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (S.I.)}$$

Η μετατόπιση του ταλαντωτή από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25s$ είναι

(α) $0{,}2\ m$, **(β)** $-0{,}2\ m$, **(γ)** $0\ m$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

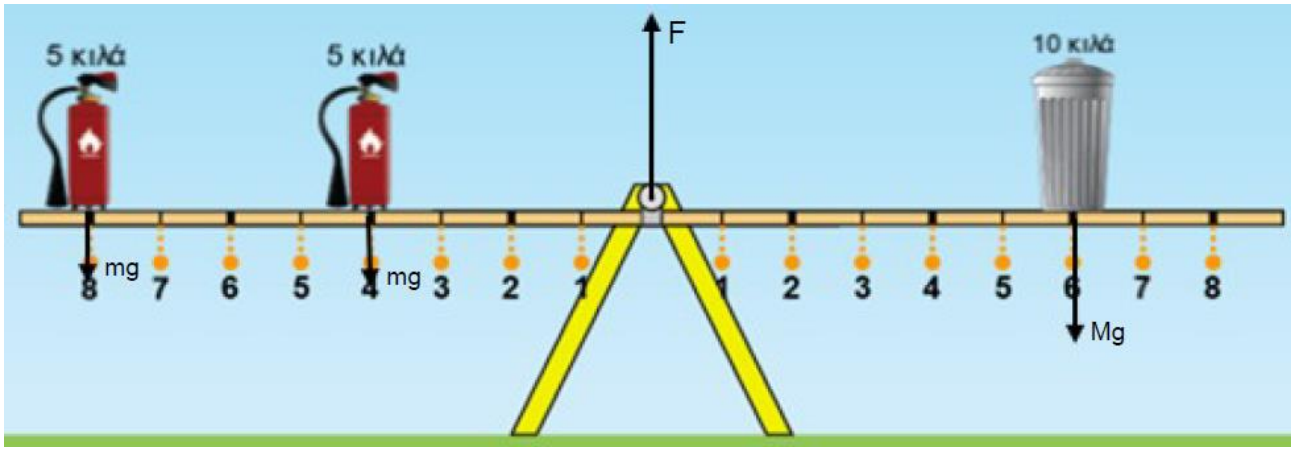
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για να προσδιορίσουμε την φορά περιστροφής της ράβδου θα υπολογίσουμε την συνολική ροπή που δέχεται ως προς το κέντρο της. Ορίζουμε ως θετική φορά την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού και συμβολίζουμε το μήκος καθενός από τα ίσα τμήματα στα οποία είναι χωρισμένη η ράβδος με d. Ο μοχλοβραχίονας του βάρους του κάδου είναι 6d, του ενός πυροσβεστήρα 4d και του άλλου 8d. Η δύναμη F που δέχεται η ράβδος από τον άξονα δεν ασκεί ροπή ως προς το κέντρο της ράβδου γιατί ο μοχλοβραχίονάς της είναι μηδέν.



Έχουμε

$\Sigma\tau_{\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o} = \mathrm{Mg6d} - \mathrm{mg4d} - \mathrm{mg8d} = \mathrm{6Mgd} - \mathrm{12mgd}$

Επειδή οι μάζες συνδέονται με την σχέση $\mathrm{M} = 2\mathrm{m}$ προκύπτει ότι

$$\Sigma\tau_{\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o} = \mathrm{12mgd} - \mathrm{12mgd} = 0$$

Άρα η ράβδος θα παραμείνει ακίνητη σε οριζόντια θέση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η εξίσωση απομάκρυνσης του απλού αρμονικού ταλαντωτή $\mathrm{x} = 0{,}1\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.) είναι αντίστοιχη με την γενική μορφή $\mathrm{x} = \mathrm{A}\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$. Συγκρίνοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει ότι το πλάτος ταλάντωσης είναι $\mathrm{A} = 0{,}1\mathrm{m}$, η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = 4\pi\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ και η αρχική φάση ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\mathrm{rad}$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο ταλαντωτής βρίσκεται στην θέση $\mathrm{x}_0 = +0{,}1\mathrm{m}$. Η περίοδος ταλάντωσης είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} s = 0{,}5s.$$

Το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0 = 0{,}25s - 0s = 0{,}25s$ αντιστοιχεί σε διάστημα μισής περιόδου, οπότε την χρονική στιγμή t_1 ο ταλαντωτής θα βρίσκεται στην θέση $x_1 = -0{,}1m$. Άρα, στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$, η μετατόπιση είναι

$$\Delta x = x_1 - x_0 = -0{,}1m - 0{,}1m = -0{,}2m$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σφαίρα μάζας m_1 ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρας μάζας m_2. Μετά την κρούση, η αρχικά κινούμενη σφαίρα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_1}{5}$. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$.

(β) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9}$.

(γ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$.

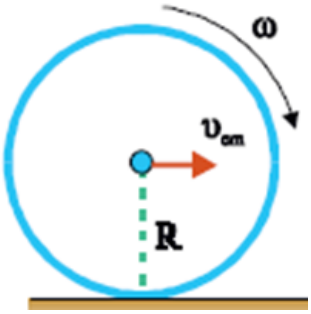
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα στεφάνι ακτίνας R κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι υ_{cm}.



Τα σημεία του στεφανιού που απέχουν από το έδαφος απόσταση R έχουν ταχύτητα μέτρου

(α) $\upsilon = 2\upsilon_{cm}$, **(β)** $\upsilon = \upsilon_{cm}$, **(γ)** $\upsilon = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την ελαστική μετωπική κρούση ενός κινούμενου σώματος μάζας m_1 και ταχύτητας υ_1 με ένα ακίνητο σώμα μάζας m_2, το μέτρο της ταχύτητας του αρχικά κινούμενου σώματος μετά την κρούση δίνεται από την σχέση

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \qquad (1)$$

Αφού η σφαίρα μάζας m_1 ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_1}{5}$ ισχύει $\upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{5}$. Αντικαθιστώντας στην σχέση (1) έχουμε

$$-\frac{\upsilon_1}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -5(m_1 - m_2) \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -5m_1 + 5m_2 \Leftrightarrow 6m_1 = 4m_2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

Μονάδες 8

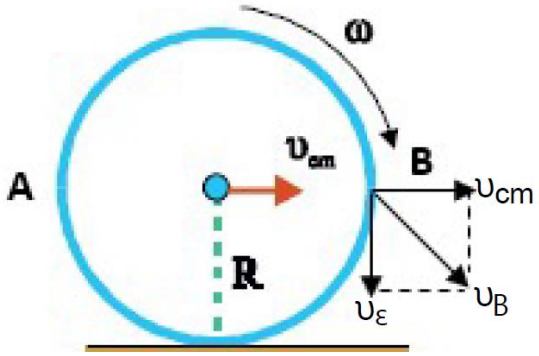
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ένα στεφάνι ακτίνας R, το οποίο κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο, έχει δύο σημεία Α και Β που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R. Αυτά τα δύο σημεία, όπως φαίνεται στο σχήμα, είναι αντιδιαμετρικά.



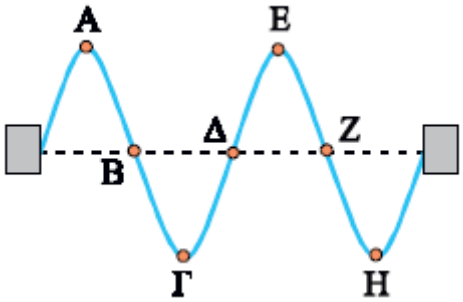
Καθένα έχει δύο συνιστώσες ταχύτητας. Η μία συνιστώσα ταχύτητας είναι οριζόντια, οφείλεται στην μεταφορική κίνηση και έχει μέτρο υ_{cm}. Η άλλη συνιστώσα της ταχύτητας οφείλεται στην περιστροφική κίνηση, είναι εφαπτόμενη στην στεφάνη και έχει μέτρο $\upsilon_\varepsilon = \omega R = \upsilon_{cm}$. Επειδή σε αυτά τα δύο σημεία οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι κάθετες, το μέτρο της ταχύτητάς τους θα είναι

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\varepsilon \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_\varepsilon^2} = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2} = \sqrt{2\upsilon_{cm}^2} = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το σχήμα που ακολουθεί παριστάνει ένα στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε μια χορδή μήκους d.



Τα αρμονικά κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα έχουν ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 6\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Αν το χρονικό διάστημα που διαρκεί η κίνηση του σημείου Α από την θέση ισορροπίας μέχρι την θέση που ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά είναι $\Delta t = 0{,}5\text{s}$, τότε:

(α) το ευθύγραμμο τμήμα ΒΖ έχει μήκος $\Delta x_{BZ} = 6\text{cm}$.

(β) η οριζόντια απόσταση των σημείων Γ και Ε είναι $\Delta x_{\Gamma E} = 12\text{cm}$.

(γ) το μήκος της χορδής είναι $d = 24\text{cm}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία $T_1 = 1450\text{K}$ εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής» $\lambda_{1max} = 2000\text{nm}$. Ένας τρόπος υπολογισμού της επιφανειακής θερμοκρασίας του Ηλίου είναι να θεωρηθεί ως μέλαν σώμα. Ο Ήλιος εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στο ορατό φάσμα, σε μήκος κύματος $\lambda_{2max} = 500\text{nm}$. Αυτό το μήκος κύματος αντιστοιχεί στο μέγιστο της ευαισθησίας του ανθρώπινου ματιού (κυανοπράσινο φως)! Σύμφωνα με αυτά τα δεδομένα η απόλυτη θερμοκρασία της επιφάνειας του Ηλίου είναι

(α) 2900K , **(β)** 5800K , **(γ)** 11600K

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για να βρούμε την σωστή απάντηση, πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε το μήκος κύματος των αρμονικών κυμάτων, τα οποία με την συμβολή τους στην χορδή δίνουν το στάσιμο κύμα. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο Α για να μεταβεί από την οριζόντια θέση στην θέση στιγμιαίου μηδενισμού της ταχύτητάς του για πρώτη φορά αντιστοιχεί στο ¼ της περιόδου ταλάντωσης των μορίων του μέσου. Συνεπώς, η περίοδος του κύματος είναι

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Longrightarrow T = 4 \cdot \Delta t = 4 \cdot 0{,}4s = 2s$$

Στην συνέχεια, εφαρμόζοντας την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής θα βρούμε το μήκος κύματος.

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Longrightarrow \lambda = \upsilon \cdot T = 6\frac{cm}{s} \cdot 2s = 12cm$$

Τα σημεία Β, Δ και Ζ είναι διαδοχικοί δεσμοί. Δύο διαδοχικοί δεσμοί απέχουν μισό μήκος κύματος, επομένως η οριζόντια απόσταση των σημείων Β και Ζ είναι ένα μήκος κύματος, δηλαδή $\Delta x_{BZ} = \lambda = 12cm$. Τα σημεία Γ και Ε είναι διαδοχικές κοιλίες. Η απόσταση των θέσεων ισορροπίας τους είναι μισό μήκος κύματος, δηλαδή $\Delta x_{\Gamma E} = \frac{\lambda}{2} = 6cm$. Συνεπώς οι προτάσεις (α) και (β) δεν είναι σωστές. Χρησιμοποιώντας το σχήμα, το μήκος της χορδής είναι

$$d = 2\lambda = 2 \cdot 12cm = 24cm$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

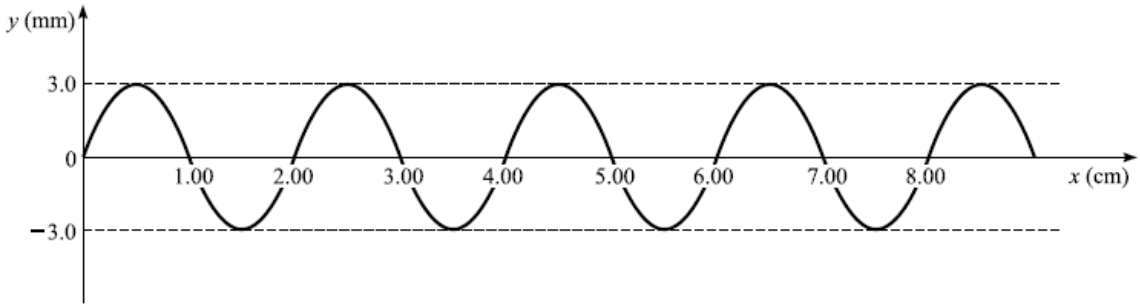
Από τον νόμο μετατόπισης του Wien, ο οποίος ισχύει για ένα μέλαν σώμα, ξέρουμε ότι το γινόμενο της απόλυτης θερμοκρασίας του Τ επί το μήκος κύματος λ_{max} στο οποίο παρατηρείται η μέγιστη εκπομπή ακτινοβολίας (μήκος κύματος «αιχμής») είναι σταθερό, δηλαδή

$$\lambda_{max} \cdot T = \sigma\tau\alpha\theta. \Leftrightarrow \lambda_{1max} \cdot T_1 = \lambda_{2max} \cdot T_2 \Longrightarrow T_2 = \frac{\lambda_{1max} \cdot T_1}{\lambda_{2max}} = \frac{2000nm \cdot 1450K}{500nm} = 5800K$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία πηγή αρμονικών κυμάτων βρίσκεται στην θέση $x_0 = 0$ και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τίθεται σε ταλάντωση κάθετη στον οριζόντιο άξονα, κινούμενη αρχικά προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y. Την χρονική στιγμή $t_1 = 4{,}5s$ το στιγμιότυπο του εγκάρσιου αρμονικού κύματος που προκαλεί η πηγή φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που δημιουργεί η πηγή είναι

(α) $y = 0{,}003ημ2π(t - 50x)$ (S.I.)

(β) $y = 0{,}003ημ2π(2t - 50x)$ (S.I.)

(γ) $y = 0{,}003ημ2π(t - 100x)$ (S.I.)

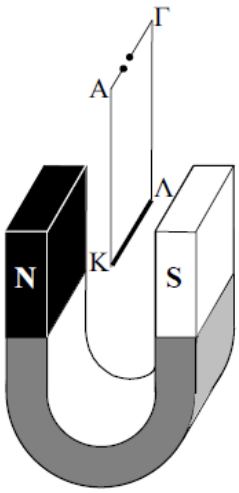
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο εργαστήριο φυσικών επιστημών έχουμε δημιουργήσει την παρακάτω διάταξη με στόχο να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των πόλων ενός πεταλοειδή μαγνήτη. Το πεδίο αυτό θεωρείται ομογενές. Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός ΚΛ με μήκος $L = 5cm$, μάζα $m = 1g$ και αντίσταση $R = 3Ω$ κρέμεται από δύο αγώγιμα σύρματα ΑΚ και ΛΓ αμελητέας μάζας. Οι δυνάμεις που ασκούν τα σύρματα ΑΚ και ΛΓ στον μεταλλικό αγωγό θεωρούνται αμελητέες. Τα σημεία Α και Γ συνδέονται με γεννήτρια του εργαστηρίου, στην οθόνη της οποίας μπορούμε να δούμε την τάση εξόδου.



Ο αγωγός ΚΛ τοποθετείται εξ ολοκλήρου στο εσωτερικό του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον πεταλοειδή μαγνήτη. Ρυθμίζουμε την τάση (τιμή και πολικότητα) ώστε ο αγωγός να ισορροπήσει σε οριζόντια θέση, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και παρατηρούμε ότι η ένδειξη στην οθόνη της γεννήτριας είναι $\mathrm{V} = 20\mathrm{V}$. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $\mathrm{g} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ και το μαγνητικό πεδίο της Γης θεωρείται αμελητέο, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι:

(α) $\mathrm{B} = 0{,}02\mathrm{T}$, **(β)** $\mathrm{B} = 0{,}03\mathrm{T}$, **(γ)** $\mathrm{B} = 0{,}04\mathrm{T}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το κύμα διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση του οριζόντιου άξονα και η ταλάντωση που εκτελεί η πηγή έχει αρχική φάση $\varphi = 0$ γιατί αρχικά κινείται προς την θετική κατεύθυνση του κατακόρυφου άξονα. Με βάση αυτά τα δεδομένα η εξίσωση του αρμονικού κύματος θα έχει μορφή $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$.

Παρατηρώντας το στιγμιότυπο του κύματος βρίσκουμε ότι το πλάτος του είναι $A = 3mm$. Επίσης, βλέπουμε ότι η απόσταση $x_1 = 9cm$ στην οποία έχει διαδοθεί το κύμα την χρονική στιγμή t_1 αντιστοιχεί σε 4,5 μήκη κύματος, δηλαδή

$$x_1 = 4{,}5\lambda \Longrightarrow \lambda = \frac{x_1}{4{,}5} = \frac{9}{4{,}5}cm = 2\ cm$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$\upsilon = \frac{x_1}{t_1} = \frac{9}{4{,}5}\frac{cm}{s} = 2\frac{cm}{s}$$

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, η περίοδος του αρμονικού κύματος είναι

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Longrightarrow T = \frac{\lambda}{\upsilon} = \frac{2}{2}s = 1s$$

Συνεπώς, το αρμονικό κύμα έχει εξίσωση

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Longrightarrow y = 0{,}003\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{1} - \frac{x}{0{,}02}\right) \Leftrightarrow y = 0{,}003\eta\mu 2\pi(t - 50x)\ \ (S.I.)$$

Μονάδες 8

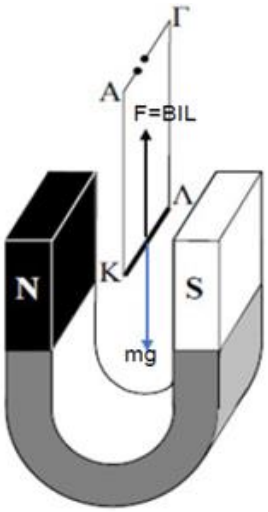
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο εσωτερικό του ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο πεταλοειδής μαγνήτης, ο μεταλλικός αγωγός ΚΛ δέχεται δύο δυνάμεις. Η μία δύναμη είναι το βάρος του και έχει μέτρο mg. Η άλλη δύναμη που δέχεται είναι η δύναμη Laplace, γιατί διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I = \frac{V}{R}$, με φορά από το Λ προς το Κ και βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η δύναμη αυτή έχει μέτρο $F_L = BIL$ γιατί ο αγωγός είναι κάθετος στην ένταση του μαγνητικού πεδίου.



Όταν ο αγωγός ΚΛ ισορροπήσει αυτές οι δύο δυνάμεις είναι αντίθετες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τότε ισχύει

$$F_L = mg \Leftrightarrow BIL = mg \Longrightarrow B\frac{V}{R}L = mg \Leftrightarrow B = \frac{mgR}{VL} = \frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 3}{20 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}T = 3 \cdot 10^{-2}T = 0{,}03T$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Η εξίσωση της ταχύτητας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$\upsilon = 4\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi t) \text{ στο S.I.}$$

4.1. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.3. Αν ο ταλαντωτής έχει μάζα $m = 200g$, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας.

Μονάδες 7

4.4. Μετά από αρκετό χρόνο επεμβαίνει στο σύστημα ένα εξωτερικό αίτιο, το οποίο ασκεί δύναμη της μορφής $F = F_0\sigma\upsilon\nu(20\pi t)$ στο S.I. Να βρείτε την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος και να εξετάσετε αν το σύστημα θα βρεθεί σε συντονισμό. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η εξίσωση ταχύτητας του απλού αρμονικού ταλαντωτή $\upsilon = 4\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi t)$ αντιστοιχεί στην γενική μορφή $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t)$. Με αντιστοίχιση των σχέσεων προκύπτει ότι $\upsilon_{max} = 4\pi\frac{m}{s}$ και $\omega = 10\pi\frac{rad}{s}$. Το πλάτος ταλάντωσης είναι

$$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} = \frac{4\pi}{10\pi}m = 0{,}4m$$

Αντίστοιχα, η περίοδος ταλάντωσης είναι

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi}s = 0{,}2s$$

Μονάδες 6

4.2. Η εξίσωση επιτάχυνσης έχει γενική μορφή $\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu(\omega t)$. Η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης έχει μέτρο

$$\alpha_{max} = \omega^2 A = (10\pi)^2 \cdot 0{,}4\frac{m}{s^2} = 400\frac{m}{s^2}$$

Αντικαθιστώντας στην γενική μορφή της εξίσωσης επιτάχυνσης προκύπτει ότι

$$\alpha = -400\eta\mu(10\pi t) \text{ στο S.I.}$$

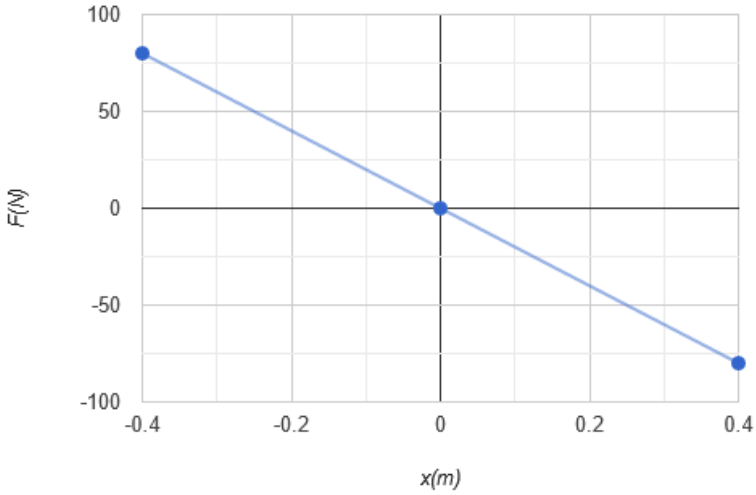
Μονάδες 6

4.3. Η σχέση που συνδέει την δύναμη επαναφοράς με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας σε μία απλή αρμονική ταλάντωση έχει μορφή $F = -Dx$, όπου D είναι η σταθερά επαναφοράς. Η τιμή της είναι

$$D = m\omega^2 = 0{,}2kg \cdot \left(10\pi\frac{rad}{s}\right)^2 = 200\frac{N}{m}$$

Επομένως, η συνάρτηση δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης είναι $F = -200x$, με $-0{,}4 \leq x \leq +0{,}4$. Η σχέση αυτών των δύο μεγεθών είναι γραμμική και για τον σχεδιασμό της γραφικής της παράστασης σχεδιάζουμε έναν πίνακα τιμών.

Απομάκρυνση x(m)	$-0{,}4$	0	$+0{,}4$
Δύναμη επαναφοράς F(N)	$+80$	0	-80



Μονάδες 7

4.4. Στην περίπτωση που στο ταλαντούμενο σύστημα επεμβαίνει περιοδικά ένα εξωτερικό αίτιο (διεγέρτης) προσφέροντας ενέργεια μέσω της δύναμης που ασκεί, το σύστημα ταλαντώνεται με την συχνότητα του διεγέρτη και όχι με την ιδιοσυχνότητά του.

Ο διεγέρτης έχει κυκλική συχνότητα $\omega_\delta = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, οπότε η περίοδος ταλάντωσης του συστήματος είναι

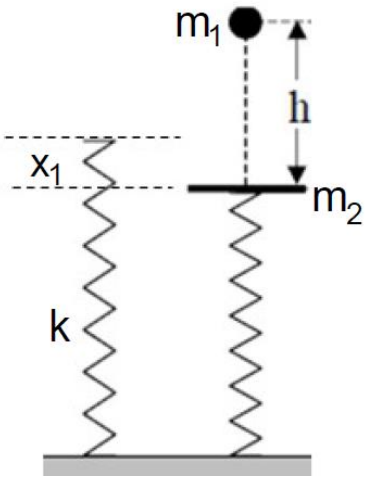
$$T_\delta = \frac{2\pi}{\omega_\delta} = \frac{2\pi}{20\pi}\text{s} = 0{,}1\text{s}$$

Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f_\delta = \frac{1}{T_\delta} = \frac{1}{0{,}1}\text{Hz} = 10\text{Hz}$, ενώ η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του συστήματος είναι $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}2}\text{Hz} = 5\text{Hz}$. Επειδή αυτές οι δύο συχνότητες δεν είναι ίσες, το σύστημα δεν βρίσκεται σε συντονισμό.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 1kg$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 5m$ πάνω σε δίσκο μάζας $m_2 = 4kg$, ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\frac{N}{m}$. Η κρούση θεωρείται μετωπική και ελαστική και η διάταξη απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Αν είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να βρείτε:



4.1. το μέτρο της ταχύτητας υ_1 με την οποία το σώμα προσκρούει στον δίσκο.

Μονάδες 5

4.2. τις ταχύτητες του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Μονάδες 8

4.4. την εξίσωση απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση του δίσκου και να την αποδώσετε γραφικά στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq T$, όπου T είναι η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου. (Να θεωρήσετε θετική φορά προς τα κάτω και ότι αμέσως μετά την κρούση το σώμα απομακρύνεται και δεν συγκρούεται ξανά με τον δίσκο).

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα από την στιγμή που αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από τον δίσκο και μέχρι να τον συναντήσει εκτελεί ελεύθερη πτώση. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία προσκρούει στον δίσκο μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας τους τύπους της ελεύθερης πτώσης ή με εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Με χρήση του δεύτερου τρόπου έχουμε:

$$\Delta K = W_{ολ} \Leftrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B \Leftrightarrow \frac{m_1 υ_1^2}{2} - 0 = m_1 gh \Leftrightarrow υ_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.2. Για τον υπολογισμό των ταχυτήτων του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την ελαστική κρούση, θα εφαρμόσουμε τους γνωστούς τύπους από το σχολικό βιβλίο. Η ταχύτητα του σώματος αμέσως μετά την μετωπική ελαστική κρούση είναι:

$$υ_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} υ_1 = \frac{1-4}{1+4} 10\frac{m}{s} = -6\frac{m}{s}$$

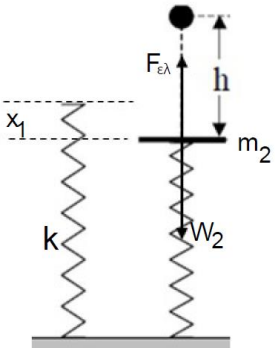
Αντίστοιχα, η ταχύτητα του δίσκου θα είναι:

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_1 = \frac{2 \cdot 1}{1+4} 10\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το ελατήριο θα έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια στην θέση της μέγιστης παραμόρφωσης. Αυτή είναι η χαμηλότερη θέση στην οποία θα βρεθεί το ελατήριο κατά την ταλάντωσή του. Στην θέση αυτή η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $x_1 + A$, όπου x_1 είναι η παραμόρφωση του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας του δίσκου και A είναι το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου. (Στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του δίσκου η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι μικρότερη, καθώς είναι $|x_1 - A|$.)

Στην θέση ισορροπίας (δείτε το παρακάτω σχήμα) ο δίσκος δέχεται δύο δυνάμεις, το βάρος του W_2 και τη δύναμη από το ελατήριο $F_{ελ}$, οι οποίες έχουν συνισταμένη μηδέν.



Άρα:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = W_2 \Leftrightarrow kx_1 = m_2 g \Leftrightarrow x_1 = \frac{m_2 g}{k} = \frac{4 \cdot 10}{100} m = 0{,}4m$$

Η κυκλική συχνότητα με την οποία γίνεται η ταλάντωση του δίσκου είναι:

$$ω = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} = 5\frac{rad}{s}$$

Η ταχύτητα που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την κρούση είναι η μέγιστη ταχύτητα στην ταλάντωση που εκτελεί, οπότε το πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$\upsilon_2' = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_2'}{\omega} = \frac{4}{5}m = 0{,}8m$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:

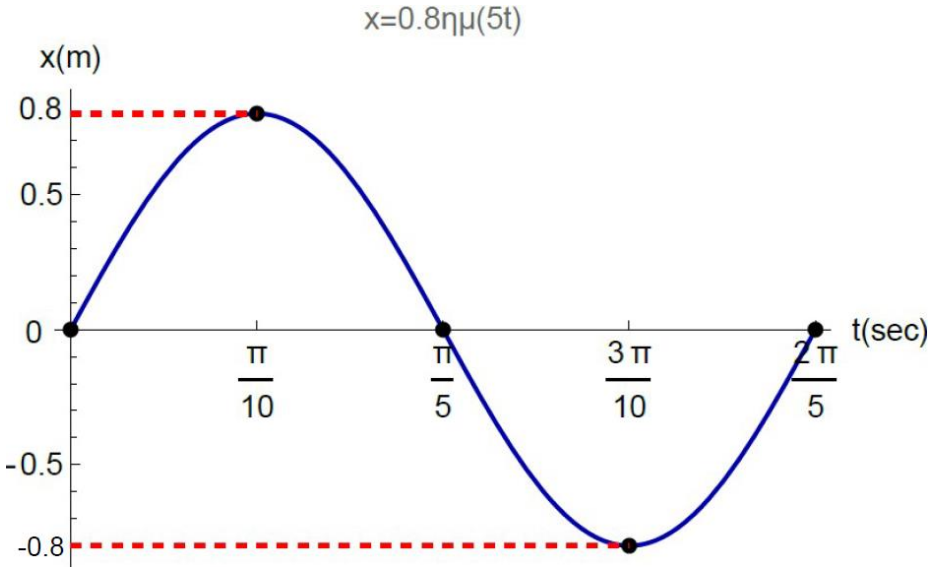
$$U_{max,\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k(x_1 + A)^2 = \frac{1}{2}100(0{,}4 + 0{,}8)^2 J = 72\ J$$

Μονάδες 8

4.4. Η εξίσωση ταλάντωσης έχει γενική μορφή $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$. Ο δίσκος την χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας $(d = 0)$. Συνεπώς η αρχική φάση είναι $\eta\mu\varphi = \frac{d}{A} = 0 \Leftrightarrow \varphi = 0$ γιατί κινείται προς την θετική κατεύθυνση $(\upsilon > 0)$. Άρα η εξίσωση ταλάντωσης είναι:

$$x = 0{,}8\eta\mu(5t) \quad (S.I.)$$

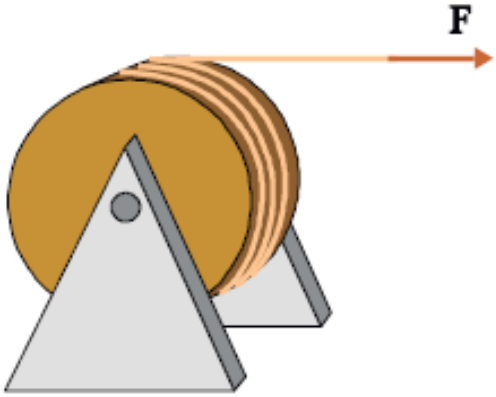
Η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}4\pi\ s$ και η γραφική παράσταση $x - t$ φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας $R = 30\ cm$, είναι τυλιγμένο σκοινί. Ασκώντας στο σκοινί την χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια δύναμη $F = 20\ N$ περιστρέφουμε την τροχαλία. Βρέθηκε ότι όταν η τροχαλία έχει κάνει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 8\frac{rad}{s}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Μονάδες 6

4.2.Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Μονάδες 6

4.3. Τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.

Μονάδες 6

4.4. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

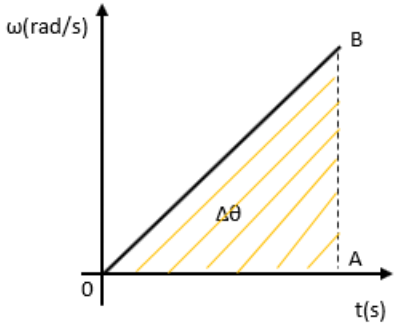
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η τροχαλία, υπό την επίδραση της ροπής της δύναμης $\vec{F}$ εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Για την κίνησή της ισχύει:

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Longrightarrow \alpha_\gamma = \frac{\omega-\omega_0}{t-t_0} \xrightarrow{\omega_0=0,\, t_0=0} \omega = \alpha_\gamma t \qquad (1)$$

Η γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας-χρόνου είναι η επόμενη:



Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τριγώνου είναι αριθμητικά ίσο με την επίκεντρη γωνία που διαγράφει οποιαδήποτε επιβατική ακτίνα της τροχαλίας. Άρα,

$$\Delta\theta = (OAB) = \frac{1}{2}\beta\acute{\alpha}\sigma\eta \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = \frac{1}{2}\omega t = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 \qquad (2)$$

Όταν η τροχαλία έχει διαγράψει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, τότε η επιβατική ακτίνα κάθε σημείου της έχει διαγράψει επίκεντρη γωνία ίση με

$$\Delta\theta = 2\pi N = 2\pi \cdot \frac{4}{\pi}\ \text{rad} = 8\ \text{rad}$$

Θα κάνουμε απαλοιφή του χρόνου από τις σχέσεις (1) και (2) για να υπολογίσουμε την γωνιακή επιτάχυνση. Λύνουμε την σχέση (1) ως προς τον χρόνο, δηλαδή $t = \frac{\omega}{\alpha_\gamma}$ και αντικαθιστούμε στην σχέση (2).

Έχουμε:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma\left(\frac{\omega}{\alpha_\gamma}\right)^2 \Leftrightarrow \Delta\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha_\gamma} \Leftrightarrow \alpha_\gamma = \frac{\omega^2}{2\Delta\theta} = \frac{8^2}{2\cdot 8}\frac{\text{rad}}{s^2} = 4\frac{\text{rad}}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ η γωνιακή ταχύτητα κάθε σημείου της τροχαλίας δίνεται από την σχέση (1) και είναι:

$$\omega_1 = \alpha_\gamma \cdot t_1 = 4\frac{\text{rad}}{s^2} \cdot 3s = 12\frac{\text{rad}}{s}$$

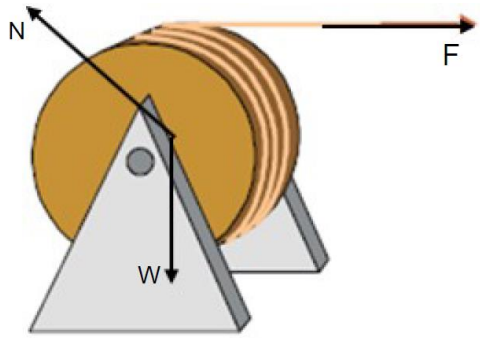
Η γραμμική ταχύτητα στο ανώτερο σημείο της τροχαλίας έχει την ίδια διεύθυνση με το νήμα, φορά προς τα δεξιά και μέτρο

$$\upsilon_1 = \omega_1 \cdot R = 12\frac{\text{rad}}{s} \cdot 0{,}3m = 3{,}6\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την γενίκευση του θεμελιώδη νόμου της στροφικής κίνησης, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας ισούται με την συνολική ροπή που δέχεται ως προς τον άξονα περιστροφής

της. Η τροχαλία δέχεται τρεις δυνάμεις, το βάρος της $\vec{W}$, την δύναμη $\vec{F}$ και την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ στον άξονα.

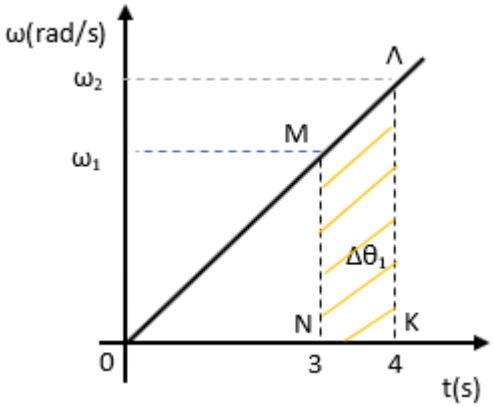


Από αυτές, μόνο η δύναμη $\vec{F}$ έχει μη μηδενική ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, οπότε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = \tau_F = F \cdot R = 20N \cdot 0{,}3m = 6\frac{\frac{kg \cdot m^2}{s}}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η επίκεντρη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα κάθε σημείου της τροχαλίας από την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ ως την χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ (το 4ο δευτερόλεπτο) μπορεί να υπολογιστεί από την γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας χρόνου, μέσω του εμβαδού. Όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα, είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδό του τραπεζίου ΚΛΜΝ, με $\omega_2 = \alpha_\gamma t_2 = 4 \cdot 4\frac{rad}{s} = 16\frac{rad}{s}$.



$$\Delta\theta_1 = (K\Lambda MN) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\Delta t = \frac{(12 + 16)}{2} \cdot 1\ rad = 14\ rad$$

Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται είναι ίσο με το μήκος τόξου της περιφέρειας της τροχαλίας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_1$, δηλαδή

$$s = R \cdot \Delta\theta_1 = 0{,}3\ m \cdot 14\ rad = 4{,}2\ m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την σχέση $A_\nu = A_0 e^{-\Lambda t}$, το αρχικό πλάτος του ταλαντωτή είναι $A_0 = 10\text{cm}$. Μετά από χρόνο μίας περιόδου το πλάτος είναι $A_1 = 8\text{cm}$. Αν περάσει χρονικό διάστημα μίας ακόμη περιόδου, τότε το πλάτος θα είναι

(α) $A_2 = 6\text{cm}$.

(β) $A_2 = 6{,}4\text{cm}$.

(γ) $A_2 = 4\text{cm}$.

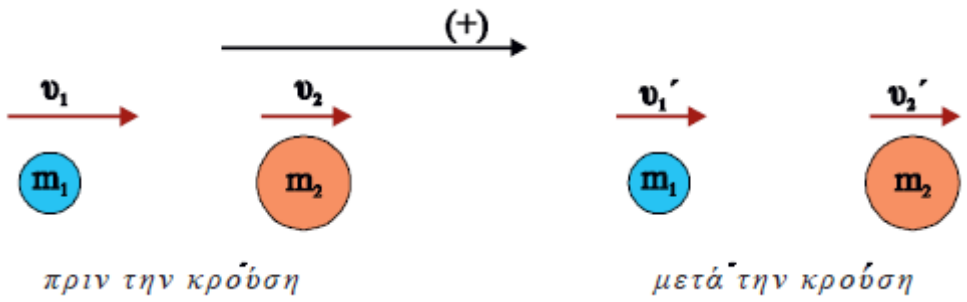
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα υ_1' και υ_2'.



Εάν γνωρίζουμε ότι $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$, τότε ο λόγος $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι

(α) $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{5}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{3}{4}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Είναι γνωστό ότι σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος ακολουθεί την σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, με $t = NT$ και $N = 0,1,2, \dots$ ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός, δηλαδή

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \text{σταθερό} \qquad (1)$$

Εδώ έχουμε $A_0 = 10\text{cm}$, $A_1 = 8\text{cm}$ και θέλουμε να βρούμε το πλάτος μετά από παρέλευση χρονικού διαστήματος ίσου με δύο περιόδους από την αρχή, δηλαδή το A_2. Από την σχέση (1) έχουμε

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \Longrightarrow A_2 = \frac{A_1^2}{A_0} = \frac{(8\text{cm})^2}{10\text{cm}} = 6{,}4\text{cm}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σε αυτή την ελαστική κρούση οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\,\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

$$\upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\,\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \qquad (2)$$

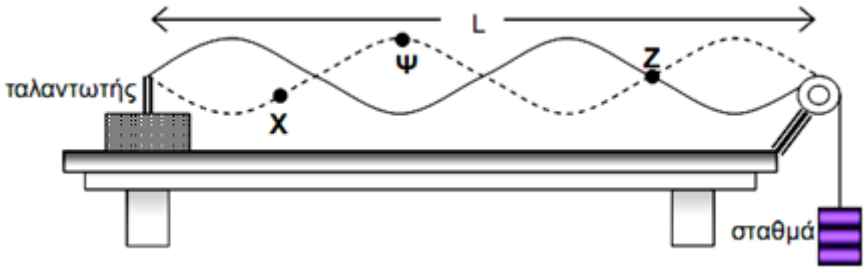
Με διαίρεση κατά μέλη ($\upsilon_2' \neq 0$) και αντικατάσταση των δεδομένων έχουμε:

$$\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{(m_1 - m_2)\,\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1} = \frac{(m_1 - 2m_1)\,2\upsilon_2 + 2 \cdot 2m_1\upsilon_2}{(2m_1 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1 \cdot 2\upsilon_2} = \frac{-2m_1\upsilon_2 + 4m_1\upsilon_2}{m_1\upsilon_2 + 4m_1\upsilon_2} = \frac{2m_1\upsilon_2}{5m_1\upsilon_2} = \frac{2}{5}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Για τη μελέτη των στάσιμων κυμάτων κατά μήκος τεντωμένης χορδής δημιουργήθηκε στο εργαστήριο η πειραματική διάταξη του παρακάτω σχήματος. Αποτελείται από έναν ταλαντωτή, μία τροχαλία, μία αβαρή ελαστική χορδή και διάφορα σταθμά. Ο ταλαντωτής συνδέεται με μία γεννήτρια συχνοτήτων. Όταν η χορδή ηρεμεί έχει μήκος $L = 1{,}6\ m$. Η γεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και ρυθμίζουμε την συχνότητά της ώστε να σχηματιστεί το στάσιμο κύμα του παρακάτω σχήματος.



Τα σημεία που συνδέεται η χορδή με τον ταλαντωτή και την τροχαλία, μετά τον σχηματισμό του στάσιμου κύματος θεωρούνται ακίνητα, δηλαδή συμπεριφέρονται όπως το σημείο Z. Η μέγιστη απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας των σημείων που βρίσκονται στις κοιλίες π.χ. το Ψ, είναι $4cm$. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο Χ για να κινηθεί από την μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι $\Delta t = 0{,}1s$.

4.1. Να βρεθεί το μήκος κύματος των αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα στην χορδή καθώς και η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος στην χορδή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα της γεννήτριας ώστε να σχηματιστεί στην χορδή ένα ακόμη σημείο δεσμού.

Μονάδες 6

4.3. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος του παραπάνω σχήματος, καθώς και η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση ταλάντωσης των μορίων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Θεωρούμε ως $t = 0$ τη στιγμή που όλα τα μόρια της χορδής διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους και η ταχύτητα του σημείου στην θέση Ψ είναι $\upsilon > 0$. Ορίζουμε την θέση του σημείου Ψ ως την αρχή του οριζόντιου άξονα με $x = 0$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

Μονάδες 6

4.4. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων της χορδής του παραπάνω σχήματος τα οποία βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών, όταν βρεθούν σε απομάκρυνση $y = \sqrt{7}\ cm$ από την θέση ισορροπίας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Όπως παρατηρούμε από το σχήμα, το μήκος της χορδής αντιστοιχεί σε δύο μήκη κύματος, οπότε

$$L = 2\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{L}{2} = \frac{1,6}{2}m = 0,8m$$

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο Χ για να μεταβεί από την μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι μισή περίοδος, οπότε $\Delta t = \frac{T}{2} \Leftrightarrow T = 2 \cdot \Delta t = 2 \cdot 0,1s = 0,2s$.

Με χρήση της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής βρίσκουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης των αρμονικών κυμάτων στην χορδή είναι:

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{0,2}\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η συχνότητα της γεννήτριας που δημιουργεί το στάσιμο κύμα του σχήματος (συνολικά 5 δεσμοί με τα άκρα της χορδής) είναι $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2}Hz = 5Hz$.

Όταν μεταβάλουμε την συχνότητα της γεννήτριας και σχηματιστεί ένας ακόμη δεσμός (συνολικά 6 δεσμοί με τα άκρα της χορδής), τότε το μήκος της χορδής θα είναι 2,5 μήκη κύματος, δηλαδή

$$L = 2,5\lambda' \Leftrightarrow \lambda' = \frac{L}{2,5} = \frac{1,6}{2,5}m = 0,64m$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δεν αλλάζει, οπότε η νέα συχνότητα της γεννήτριας θα γίνει

$$f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} = \frac{4}{0,64}Hz = 6,25Hz$$

Συνεπώς, η συχνότητα πρέπει να αυξηθεί κατά $\Delta f = f' - f = 6,25Hz - 5Hz = 1,25Hz$

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων που βρίσκονται στις κοιλίες του στάσιμου κύματος είναι διπλάσιο από το πλάτος των αρμονικών κυμάτων. Επομένως, τα αρμονικά κύματα έχουν πλάτος

$$|A'| = 2A \Leftrightarrow A = \frac{|A'|}{2} = \frac{4cm}{2} = 2cm$$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος στην χορδή (στην θέση Ψ με $x = 0$ υπάρχει κοιλία) στο διάστημα $-0,6m \leq x \leq +1m$ είναι

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 0,04\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{0,8}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{0,2}\right) = 0,04\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t)\ (S.I.)$$

Η εξίσωση επιτάχυνσης ταλάντωσης για τα μόρια της χορδής είναι

$$\alpha = -\omega^2 y = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 y = -\frac{4\pi^2}{0,2^2}0,04\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t) = -40\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t)\ (S.I.)$$

Μονάδες 6

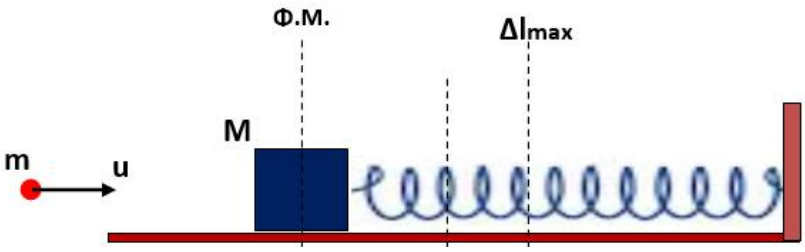
4.4. Τα σημεία που βρίσκονται στις κοιλίες εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε για την κίνησή τους εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$K + U = E \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\tau^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(2A)^2 \Leftrightarrow \upsilon_\tau = \omega\sqrt{4A^2 - y^2} = \frac{2\pi}{0,2}\sqrt{16-7} \cdot 10^{-2}\frac{m}{s} = 0,3\pi\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m = 50\ g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 200 \cdot \sqrt{15}\,\frac{m}{s}$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ενός ξύλου μάζας $M = 4950\ g$, το οποίο είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το ξύλο εφάπτεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος, σταθεράς $k = 10\ \frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Στο συσσωμάτωμα ασκείται, επίσης, δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{\alpha\nu} = -0{,}1 m_{\sigma\upsilon\sigma} g$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Την μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

Μονάδες 9

Μόλις το συσσωμάτωμα βρεθεί στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου, καταργείται η δύναμη αντίστασης και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά προς τα δεξιά.

4.3. Να γράψετε τις εξισώσεις:

i. της μετατόπισης ως προς τον χρόνο.

ii. της δύναμης επαναφοράς ως προς την μετατόπιση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

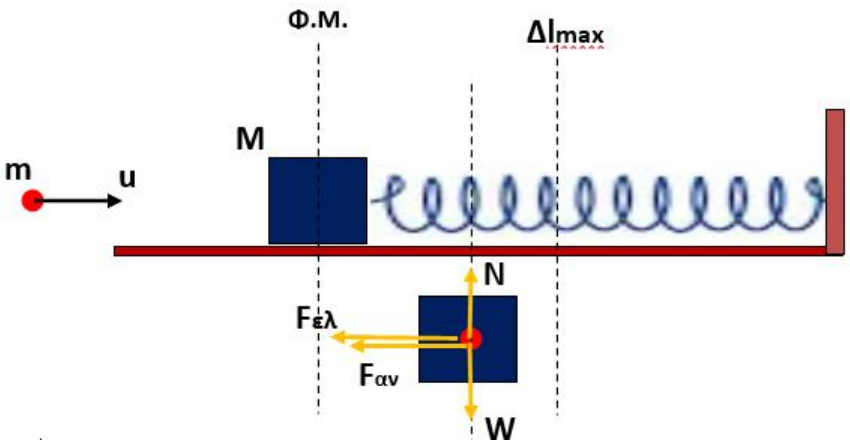
4.1. Κατά την διάρκεια της κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο και ισχύει η Α.Δ.Ο.:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m\upsilon + 0 = (m + M)V_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow 50 \cdot 10^{-3}kg \cdot 200 \cdot \sqrt{15}\frac{m}{s} = 5kg \cdot V_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = 2 \cdot \sqrt{15}\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση, λόγω της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης αντίστασης που του ασκούνται, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αρχικά υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης αντίστασης:

$$F_{\alpha\nu} = 0{,}1m_{\sigma\upsilon\sigma}g = 0{,}1 \cdot (m + M) \cdot g \Leftrightarrow F_{\alpha\nu} = 5N$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το συσσωμάτωμα, από την θέση Φ.Μ. του ελατηρίου όπου έγινε η κρούση έως την θέση που σταματά στιγμιαία.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_N + W_{F_{\varepsilon\lambda}} + W_{F_{\alpha\nu}} \Leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2}(m + M)V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = 0 + 0 + \left(U_{\alpha\rho\chi}^{\varepsilon\lambda} - U_{\tau\varepsilon\lambda}^{\varepsilon\lambda}\right) - F_{\alpha\nu}\Delta l_{max} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(m + M)V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = -\frac{1}{2}k\Delta l_{max}^2 - F_{\alpha\nu}\Delta l_{max} \Leftrightarrow$$

$$150J = 5\frac{N}{m} \cdot \Delta l_{max}^2 + 5N \cdot \Delta l_{max} \Leftrightarrow \Delta l_{max}^2 + \Delta l_{max} - 30 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Delta l_{max} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2} \Leftrightarrow \Delta l_{max} = 5m$$

Η τιμή $\Delta l_{max} = 5m$ αναφέρεται στη ζητούμενη συσπείρωση του ελατηρίου.

Η αρνητική τιμή που προκύπτει αντιστοιχεί στην μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου η οποία δεν ζητείται.

Μονάδες 9

4.3. Η εξίσωση ταλάντωσης είναι της μορφής : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Για το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $A = \Delta l_{max} = 5m$

Επίσης ισχύει: $D = k = (m + M)\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = \sqrt{2}\ \frac{rad}{s}$

Και για την αρχική φάση: Για $t = 0$, $x = A = 5m$

$$5m = 5m \cdot ημ(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow ημ\varphi_0 = 1 = ημ\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = 2κπ + \frac{\pi}{2} \qquad και \quad \varphi_0 = 2κπ + \pi - \frac{\pi}{2}$$

και άρα: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

Οπότε η ζητούμενη εξίσωση ταλάντωσης θα είναι:

$$x = 5ημ\left(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad S.I.$$

Η σχέση της συνισταμένης δύναμης στον ταλαντωτή με την θέση είναι:

$$\Sigma F = -D \cdot x \Leftrightarrow \Sigma F = -10 \cdot x \qquad S.I.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε διεύθυνση κάθετη στο μήκος της. Η μέγιστη απομάκρυνση (πλάτος) ελαττώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A_k = A_0 e^{-(\ln 4)t}$ $(S.I.)$. Η δύναμη που αντιστέκεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{\alpha\nu\tau} = -bu$ με $b = \ln 2\ kg/s$. Το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο και δίνεται ότι η σταθερά Λ και η σταθερά απόσβεσης b συνδέονται με την σχέση $\Lambda = \frac{b}{2m}$, όπου m η μάζα της ράβδου που ταλαντώνεται. Σε χρόνο $\tau = 10T$, το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται κατά 50%.

4.1. Να υπολογίσετε την μάζα m του ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων στο χρονικό διάστημα που η μέγιστη απομάκρυνση μειώνεται από $\frac{A_0}{4}$ σε $\frac{A_0}{16}$.

Μονάδες 9

4.3. Μετατρέπουμε την προηγούμενη φθίνουσα ταλάντωση σε αμείωτη της μορφής

$$x = \frac{2}{\pi}\eta\mu(40\pi t) \qquad S.I.$$

αφαιρώντας την δύναμη αντίστασης $F_{\alpha\nu\tau}$. Εφαρμόζουμε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης $B = 0{,}05\ T$, στον χώρο του ταλαντωτή, έτσι ώστε οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές του να είναι συνεχώς κάθετες στη ράβδο και στην ταχύτητα αυτής. Αν το μήκος της αγώγιμης ράβδου είναι $L = 1\ m$ και η ράβδος παραμένει συνεχώς κάθετη στην διεύθυνση ταλάντωσης, να κάνετε την γραφική παράσταση της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) συναρτήσει του χρόνου κατά την ταλάντωση.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την $A_k = A_0 e^{-(\ln 4)t}$ προκύπτει $\Lambda = \ln 4\ s^{-1}$ και άρα η μάζα m του ταλαντωτή είναι:

$$\Lambda = \frac{b}{2m} \Leftrightarrow m = \frac{b}{2\Lambda} = \frac{\ln 2\ \frac{kg}{s}}{2 \cdot \ln 4\ s^{-1}} \Leftrightarrow m = 0{,}25\ kg$$

Μονάδες 6

4.2. Ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων θα είναι :

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{t_2 - t_1}{T} \qquad (1)$$

όπου t_1 και t_2 οι χρόνοι για να μειωθούν οι μέγιστες απομακρύνσεις σε $A_1 = \frac{A_0}{4}$ και $A_2 = \frac{A_0}{16}$.

Η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης προκύπτει από την : $\tau = 10T$, όπου τ ο χρόνος για να μειωθεί στο μισό η αρχική μέγιστη απομάκρυνση:

$$A_k = A_0 e^{-(\ln 4)t} \Leftrightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-(\ln 4)\tau} \Leftrightarrow -\ln 2 = -\ln 4 \cdot \tau \Leftrightarrow \ln 2 = 2 \cdot \ln 2 \cdot \tau \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{2} s$$

Άρα η περίοδος είναι:

$$\tau = 10T \Leftrightarrow T = \frac{1}{20} s$$

Για τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, είναι:

$$A_1 = A_0 e^{-(\ln 4)t_1} \Leftrightarrow \frac{A_0}{4} = A_0 \cdot e^{-(\ln 4)t_1} \Leftrightarrow -\ln 4 = -\ln 4 \cdot t_1 \Leftrightarrow t_1 = 1s$$

$$A_2 = A_0 e^{-(\ln 4)t_2} \Leftrightarrow \frac{A_0}{16} = A_0 \cdot e^{-(\ln 4) \cdot t_2} \Leftrightarrow -2 \cdot \ln 4 = -\ln 4 \cdot t_2 \Leftrightarrow t_2 = 2s$$

Αντικαθιστούμε στην (1):

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{2 - 1}{\frac{1}{20}} = 20\ \text{ταλαντώσεις}$$

Μονάδες 9

4.3. Η ταχύτητα ταλάντωσης της ράβδου είναι:

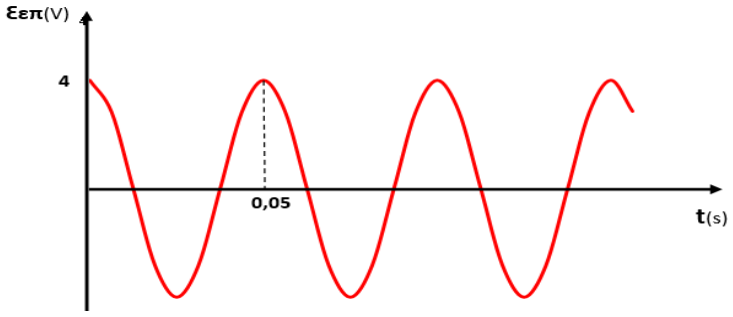
$$\upsilon = \upsilon_{max} \cdot \sigma\upsilon\nu(40\pi t) \qquad S.I.$$

όπου: $\upsilon_{max} = \omega A = 40 \cdot \pi \cdot \frac{2}{\pi} = 80\ \frac{m}{s}$.

Άρα, η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) στη ράβδο, θα είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L = 0{,}05T \cdot 1m \cdot 80 \cdot \sigma\upsilon\nu(40 \cdot \pi \cdot t)\frac{m}{s} = 4 \cdot \sigma\upsilon\nu(40 \cdot \pi \cdot t) \qquad (V, s)$$

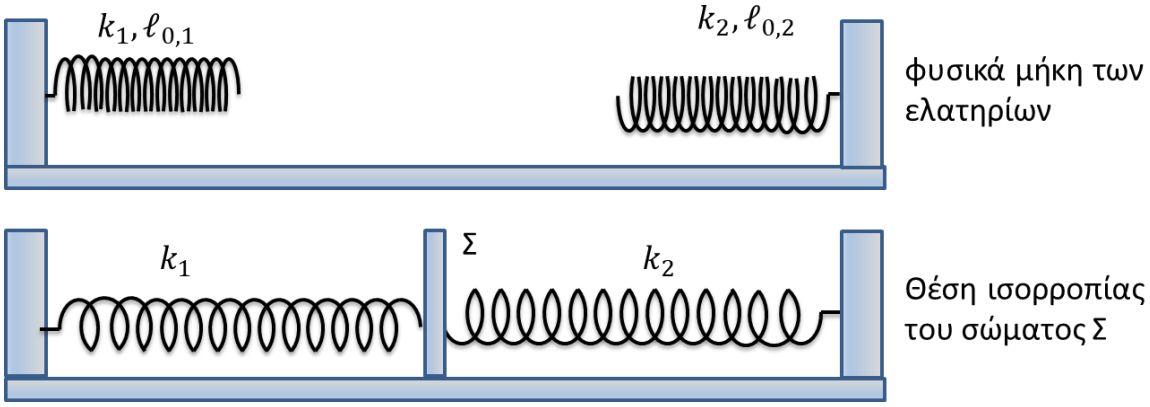
Η γραφική παράσταση της οποίας είναι:



Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα Σ μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και φυσικά μήκη $\ell_{0,1}$ και $\ell_{0,2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_2$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)\cdot m}{k_1\cdot k_2}}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η πειραματική διάταξη της παρακάτω φωτογραφίας, όπου φαίνονται ένας μεταλλικός διάδρομος, δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικών μαζών και δύο φωτοπύλες, χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση και τη μελέτη κρούσεων. Οι σφαίρες αφήνονται από διαφορετικά ύψη και η σύγκρουσή τους γίνεται στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. Με τη βοήθεια των φωτοπυλών και κατάλληλου λογισμικού μετριέται πειραματικά η ταχύτητα κάθε σφαίρας τόσο πριν όσο και μετά την κρούση τους. Σε ένα τέτοιο πείραμα οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα κινήθηκαν ομόρροπα πάνω στο λείο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου και συγκρούστηκαν κεντρικά και ελαστικά. Οι πειραματικές μετρήσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκαν για να καθοριστεί η σχέση που συνδέει τα μέτρα τους. Η σφαίρα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$

πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Η σφαίρα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Χρησιμοποιώντας τις θεμελιακές αρχές της φυσικής που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση να υπολογίσετε τη σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς σας, η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων όταν μετρούνται πειραματικά είναι:

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' - \upsilon_2'$ **(β)** $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$ **(γ)** $\upsilon_1 \cdot \upsilon_2 = \upsilon_1' \cdot \upsilon_2'$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

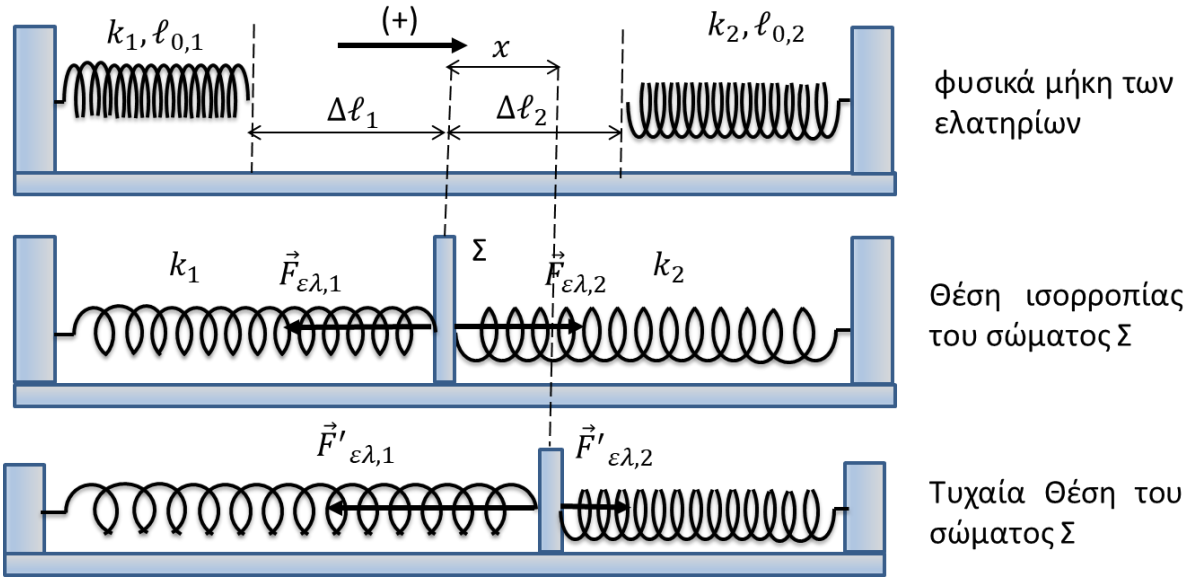
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω θετική η φορά προς τα δεξιά.

Στη θέση ισορροπίας οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τα δύο ελατήρια έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και μέτρα $F_{\varepsilon\lambda,1} = k_1 \cdot \Delta\ell_1$ και $F_{\varepsilon\lambda,2} = k_2 \cdot \Delta\ell_2$ αντίστοιχα.



Το σώμα Σ ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \implies F_{\varepsilon\lambda,2} - F_{\varepsilon\lambda,1} = 0 \implies k_2 \cdot \Delta\ell_2 - k_1 \cdot \Delta\ell_1 = 0 \quad (1)$$

Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση:

$$\Delta\ell'_1 = \Delta\ell_1 + x$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και το ελατήριο k_2 έχει επιμήκυνση, οπότε:

$$\Delta\ell'_2 = \Delta\ell_2 - x$$

Στη θέση αυτή η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ίση με:

$$\Sigma F = -F'_{\varepsilon\lambda,1} + F'_{\varepsilon\lambda,2} \implies \Sigma F = -k_1 \cdot \Delta\ell'_1 + k_2 \cdot \Delta\ell'_2 \implies \Sigma F = -k_1 \cdot (\Delta\ell_1 + x) + k_2 \cdot (\Delta\ell_2 - x) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \implies \Sigma F = -D \cdot x, \quad D = k_1 + k_2$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \implies T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

Μονάδες 8

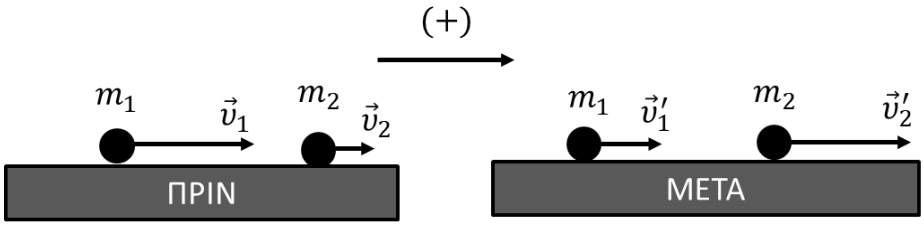
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}'_1 + m_2\vec{\upsilon}'_2$$

Επομένως,

$$m_1(\upsilon_1 - \upsilon'_1) = m_2(\upsilon'_2 - \upsilon_2) \ (1)$$

Η κρούση είναι ελαστική επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με την κινητική του ενέργεια μετά την κρούση.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 \Rightarrow m_1\left(\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1\right) = m_2\left(\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2\right) \ (2)$$

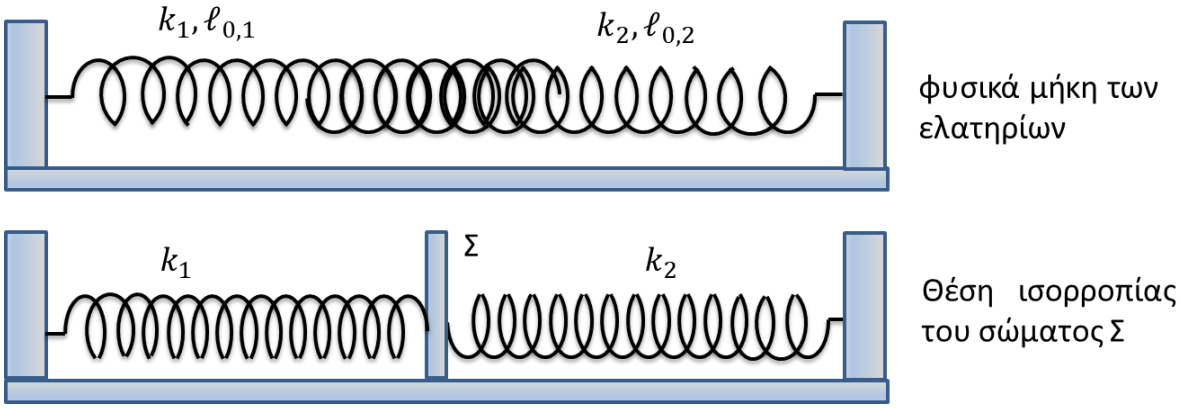
Η λύση $\upsilon_1 - \upsilon'_1 = 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \upsilon'_2 - \upsilon_2 = 0$ απορρίπτεται γιατί δεν προϋποθέτει κρούση. Συνεπώς, μπορούμε να διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1), οπότε προκύπτει ότι:

$$\upsilon_1 + \upsilon'_1 = \upsilon'_2 + \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_2 - \upsilon'_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα Σ μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και φυσικά μήκη $\ell_{0,1}$ και $\ell_{0,2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο k_1 έχει συσπείρωση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 έχει συσπείρωση $\Delta\ell_2$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)\cdot m}{k_1\cdot k_2}}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η πειραματική διάταξη της παρακάτω φωτογραφίας, όπου φαίνονται ένας μεταλλικός διάδρομος, δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικών μαζών και δύο φωτοπύλες, χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση και τη μελέτη κρούσεων. Οι σφαίρες αφήνονται από διαφορετικά ύψη και η σύγκρουσή τους γίνεται στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. Με τη βοήθεια των φωτοπυλών και κατάλληλου λογισμικού μετριέται πειραματικά η ταχύτητα κάθε σφαίρας τόσο πριν όσο και μετά την κρούση τους. Σε ένα τέτοιο πείραμα οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα κινήθηκαν αντίρροπα πάνω στο λείο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου και συγκρούστηκαν κεντρικά και ελαστικά. Οι πειραματικές μετρήσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκαν για να καθοριστεί η σχέση που συνδέει τα μέτρα τους. Η σφαίρα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Η σφαίρα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την

κρούση. Χρησιμοποιώντας τις θεμελιακές αρχές της φυσικής που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση να υπολογίσετε τη σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς σας, η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων όταν μετρούνται πειραματικά είναι:

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' - \upsilon_2'$

(β) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$

(γ) $\upsilon_1 \cdot \upsilon_2 = \upsilon_1' \cdot \upsilon_2'$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

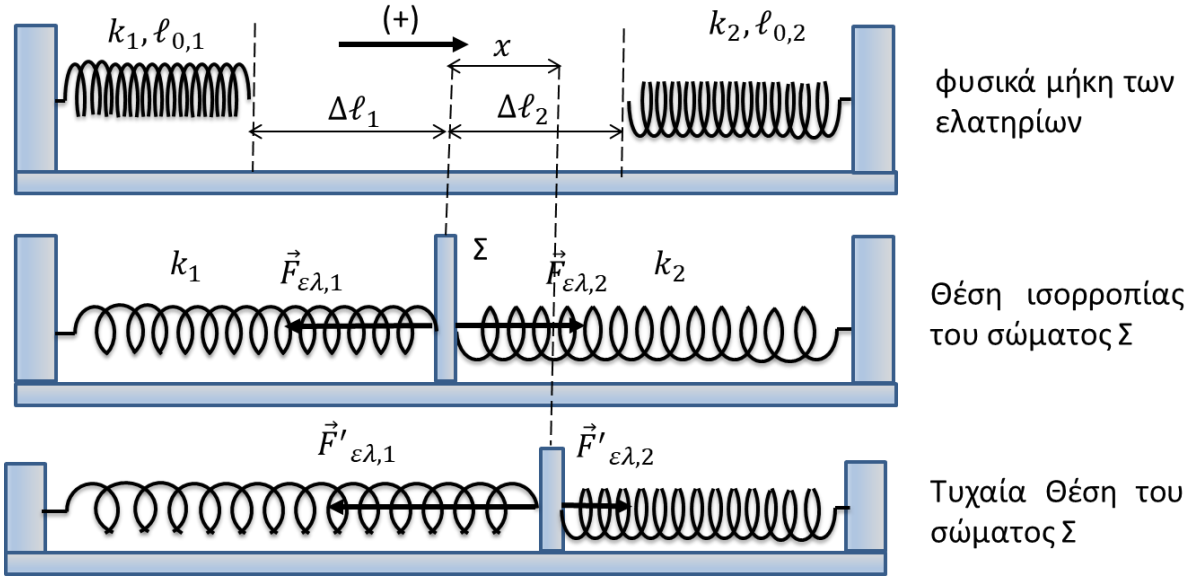
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω θετική η φορά προς τα δεξιά. Στη θέση ισορροπίας οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τα δύο ελατήρια έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και μέτρα $F_{\varepsilon\lambda,1} = k_1 \cdot \Delta\ell_1$ και $F_{\varepsilon\lambda,2} = k_2 \cdot \Delta\ell_2$ αντίστοιχα, όπου $\Delta\ell_1$ είναι η συσπείρωση του ελατηρίου k_1 και $\Delta\ell_2$ η συσπείρωση του ελατηρίου k_2.



Το σώμα Σ ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \implies F_{\varepsilon\lambda,1} - F_{\varepsilon\lambda,2} = 0 \implies k_1 \cdot \Delta\ell_1 - k_2 \cdot \Delta\ell_2 = 0 \quad (1)$$

Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x το ελατήριο k_1 έχει συσπείρωση

$$\Delta\ell'_1 = \Delta\ell_1 - x.$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και το ελατήριο k_2 έχει συσπείρωση, οπότε:

$$\Delta\ell'_2 = \Delta\ell_2 + x.$$

Στη θέση αυτή η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ίση με:

$$\Sigma F = -F'_{\varepsilon\lambda,2} + F'_{\varepsilon\lambda,1} \implies \Sigma F = -k_2 \cdot \Delta\ell'_2 + k_1 \cdot \Delta\ell'_1 \implies \Sigma F = -k_2 \cdot (\Delta\ell_2 + x) + k_1 \cdot (\Delta\ell_1 - x) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \implies \Sigma F = -D \cdot x, \quad D = k_1 + k_2$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \implies T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

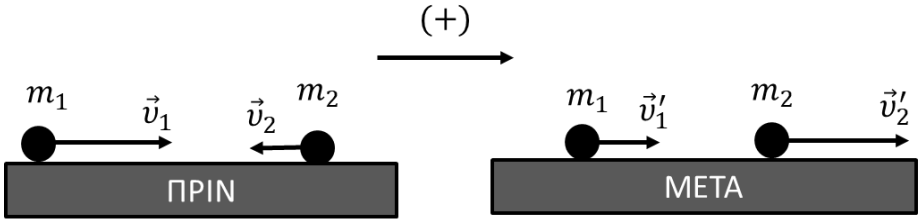
2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2'$$

Επομένως,

$$m_1(\upsilon_1 - \upsilon_1') = m_2(\upsilon_2' - \upsilon_2) \ \ (1)$$



Η κρούση είναι ελαστική επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με την κινητική του ενέργεια μετά την κρούση.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 \Rightarrow m_1\left(\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1\right) = m_2\left(\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2\right) \ \ (2)$$

Η λύση $\upsilon_1 - \upsilon_1' = 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \upsilon_2' - \upsilon_2 = 0$ απορρίπτεται γιατί δεν προϋποθέτει κρούση. Συνεπώς, μπορούμε να διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1), οπότε προκύπτει ότι:

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2' + \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σφαιρίδιο μάζας m_1, που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2. Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ο λόγος $\frac{m_2}{m_1}$ των μαζών των δύο σφαιριδίων είναι ίσος με:

(α) 2 **(β)** 3 **(γ)** 4

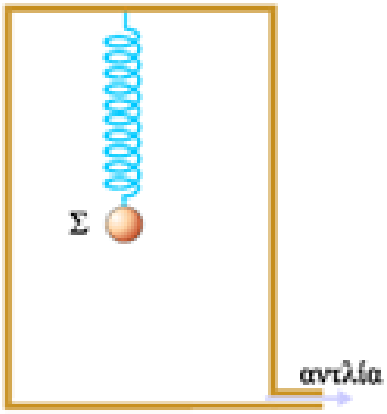
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

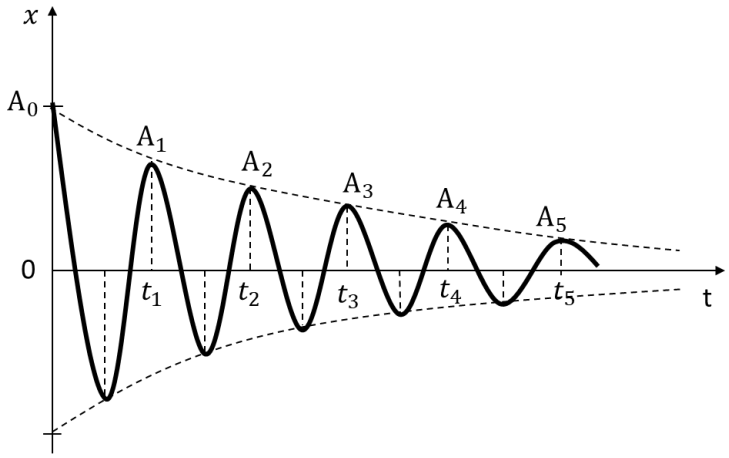
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο του παρακάτω σχήματος. Η σφαίρα Σ είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο. Αφού σταματήσουμε τη λειτουργία της αεραντλίας και σταθεροποιηθεί η πίεση στο δοχείο καταγράφουμε την απομάκρυνση της φθίνουσας ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A_1 = 4\ cm$ και τη χρονική στιγμή t_5 είναι $A_5 = 1\ cm$. Η σταθερά Λ είναι ίση με:





(α) $\Lambda = \frac{ln2}{2}\ s^{-1}$ **(β)** $\Lambda = \frac{ln2}{4}\ s^{-1}$ **(γ)** $\Lambda = \frac{ln2}{8}\ s^{-1}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω υ_1' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_1 και υ_2' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_2 αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση. Το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι ακίνητο πρίν την κρούση, επομένως:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

και

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

Οι ταχύτητες των σφαιριδίων μετά την κρούση είναι αντίθετες, δηλαδή:

$$\upsilon_1' = -\upsilon_2' \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τη χρονική στιγμή μηδέν μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το σύστημα έχει εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση, άρα $t_1 = T = 2s$, όπου T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης. Η περίοδος T παραμένει σταθερή ανεξάρτητη του πλάτους, επομένως $t_5 = 5T$.

Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, επομένως

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-\Lambda t_1} \text{ και } A_5 = A_0 \cdot e^{-\Lambda t_5}$$

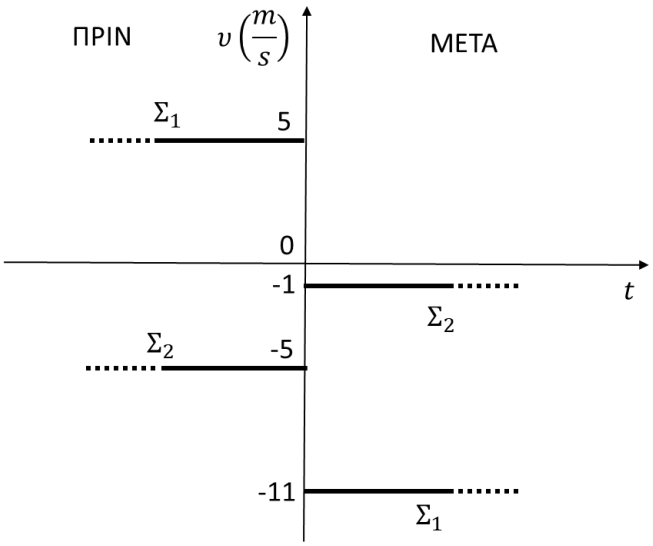
Διαιρώντας τις δύο σχέσεις κατά μέλη, έχουμε

$$\frac{A_1}{A_5} = \frac{A_0 \cdot e^{-\Lambda t_1}}{A_0 \cdot e^{-\Lambda t_5}} \Rightarrow 4 = e^{\Lambda 4T} \Rightarrow \Lambda 4T = 2ln2 \Rightarrow 8\Lambda = 2ln2 \Rightarrow \Lambda = \frac{ln2}{4}\ s^{-1}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Το σώμα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) ελαστική **(β)** πλαστική **(γ)** ανελαστική αλλά μη πλαστική

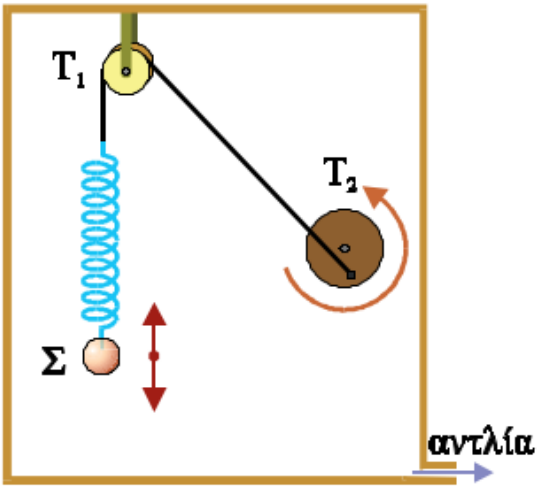
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Με τη διάταξη του παρακάτω σχήματος μπορούμε να παρατηρήσουμε τις αλλαγές στο πλάτος της



εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – μάζα καθώς μεταβάλλουμε την περίοδο $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma}$ του περιστρεφόμενου τροχού T_2. Αρχικά η περίοδος του τροχού είναι πολύ μεγάλη, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$. Μειώνουμε σταδιακά την περίοδο του τροχού μέχρι να πάρει πάρα πολύ μικρές τιμές, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$. Κατά τη διαδικασία αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος:

(α) αυξάνεται συνεχώς

(β) μειώνεται συνεχώς

(γ) αρχικά αυξάνεται, παίρνει μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι: $\upsilon_1 = +5\frac{m}{s},\ \upsilon_2 = -5\frac{m}{s},\ \upsilon_1' = -11\frac{m}{s}, \upsilon_2' = -1\frac{m}{s}$

Η κρούση δεν είναι πλαστική γιατί οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση είναι διαφορετικές.

Κατά την κρούση το σύστημα θεωρείται μονωμένο. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \Rightarrow 5m_1 - 5m_2 = -11m_1 - m_2 \Rightarrow 4m_1 = m_2 \ (1)$$

Αν η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση, $K_{\pi\rho\iota\nu}$, είναι ίση με την κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση, $K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, η κρούση είναι ελαστική. Σε αντίθετη περίπτωση η κρούση είναι ανελαστική.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{25}{2}m_1 + \frac{25}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{125}{2}m_1\ (SI) \quad (2)$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{121}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{125}{2}m_1\ (SI) \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι η κρούση είναι ελαστική.

Μονάδες 8

2.2.

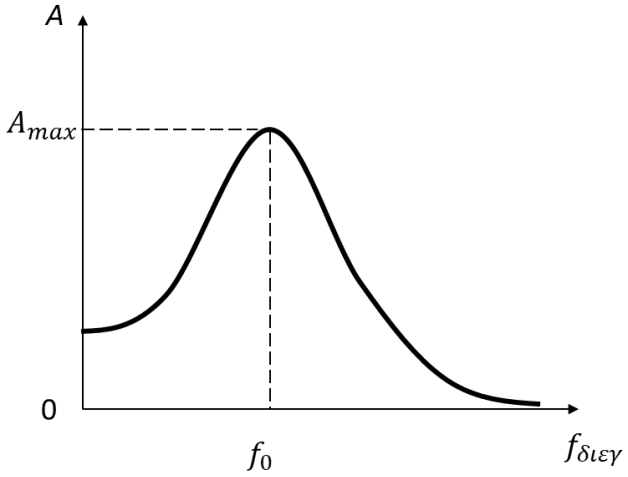
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η συχνότητα του τροχού-διεγέρτη είναι αντίστροφα ανάλογη της περιόδου του, $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} = \frac{1}{T_{\delta\iota\varepsilon\gamma}}$. Όταν η περίοδος του διεγέρτη είναι πολύ μεγάλη, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$, η συχνότητά του $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$. Μειώνοντας σταδιακά την περίοδο του διεγέρτη μέχρι να πάρει πάρα πολύ μικρές τιμές, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$, η συχνότητά του αυξάνεται σταδιακά προς πολύ μεγάλες τιμές και τελικά $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$.

Το σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα f_0 και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα του διεγέρτη. Καθώς η συχνότητα του διεγέρτη αυξάνεται, το πλάτος Α της ταλάντωσης αυξάνεται, παίρνει τη μέγιστη τιμή για $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} = f_0$, ενώ στη συνέχεια το πλάτος μειώνεται τείνοντας ασυμπτωτικά στο μηδέν.

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή του πλάτους με τη συχνότητα του διεγέρτη.



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Τρείς θεμελιακές σταθερές της φυσικής είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού ε_0, η μαγνητική διαπερατότητα του κενού μ_0 και η ταχύτητα του φωτός στο κενό c. Να χρησιμοποιήσετε τις τιμές των μεγεθών ε_0, μ_0 και c από το τυπολόγιο που σας έχει δοθεί. Η σχέση που συνδέει τα τρία μεγέθη είναι:

(α) $\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = c$ **(β)** $\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = c^2$ **(γ)** $\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

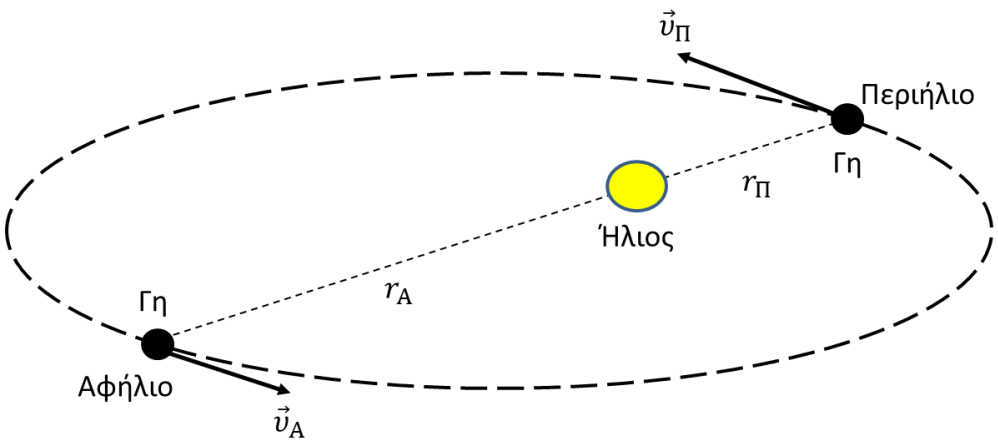
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Θεωρούμε ότι η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ από τον Ήλιο. Το σημείο της ελλειπτικής τροχιάς της Γης που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση, r_Π, από τον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο, ενώ το σημείο που βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση, r_A, ονομάζεται αφήλιο.

Η σχέση που συνδέει τις δύο αποστάσεις είναι: $r_\Pi = \frac{9}{10} r_A$.



Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της Γης στο περιήλιο, ω_Π, με το μέτρο της στο αφήλιο, ω_A, είναι:

(α) $\omega_\Pi = \omega_A$ **(β)** $\omega_\Pi = \frac{100}{81}\omega_A$ **(γ)** $\omega_\Pi = \frac{81}{100}\omega_A$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Οι τιμές από τον πίνακα για τις τρεις σταθερές είναι:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\frac{C^2}{N\cdot m^2},\ \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A} \text{ και } c = 3\cdot 10^8\frac{m}{s}$$

$$\mu_0\cdot\varepsilon_0 = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{36\pi\cdot 10^9}\frac{T\cdot m\cdot C^2}{A\cdot N\cdot m^2} \Rightarrow \mu_0\cdot\varepsilon_0 = \frac{1}{9\cdot 10^{16}}\frac{C^2\cdot T}{N\cdot m\cdot A}$$

Σύμφωνα με τη σχέση: $I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I\cdot t,\ 1C = 1A\cdot s$

Σύμφωνα με τη σχέση: $B = \frac{F}{I\cdot\ell}$, $1T = \frac{1N}{A\cdot m}$

Σύμφωνα με τα παραπάνω: $1\frac{C^2\cdot T}{N\cdot m\cdot A} = 1\frac{s^2}{m^2}$

Επομένως,

$$\mu_0\cdot\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

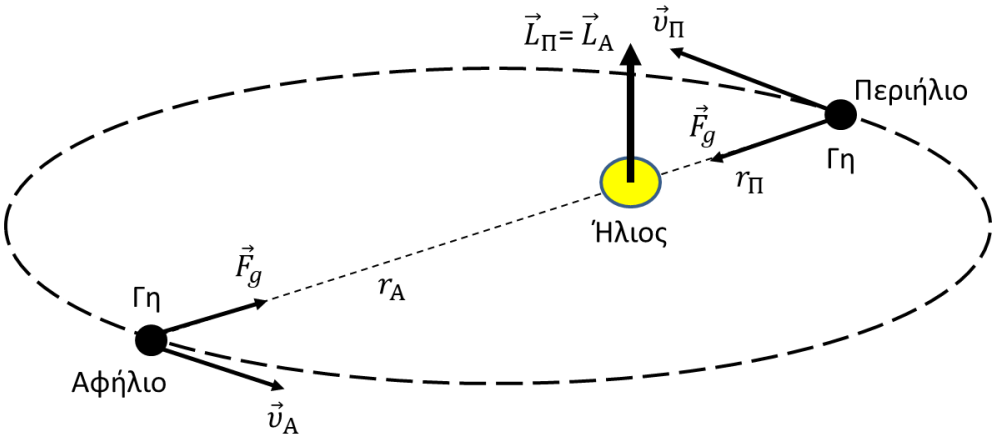
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Η μόνη δύναμη που δέχεται η Γη είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ από τον Ήλιο. Η δύναμη αυτή είναι κεντρική, δηλαδή ο φορέας της περνά από τον



Ήλιο, επομένως η ροπή της ως προς τον Ήλιο είναι μηδέν, $\Sigma\tau = 0$. Θεωρώντας τη Γη σημειακή μάζα σε σχέση με τον Ήλιο συμπεραίνουμε ότι η στροφορμή της, ως προς τον άξονα που περνά από τον Ήλιο και είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής, παραμένει σταθερή κατά την περιστροφή της. Δηλαδή:

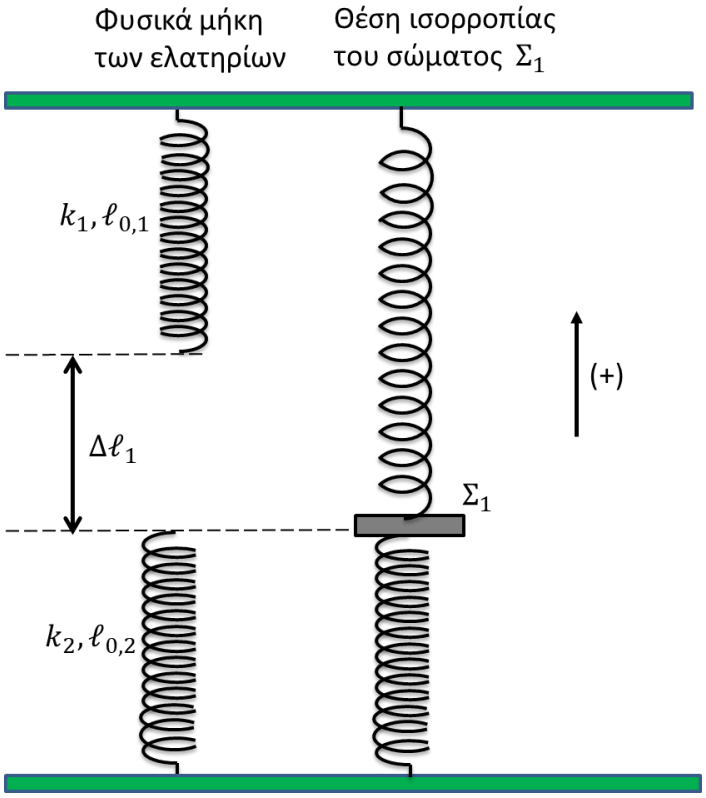
$$L_\Pi = L_A \Rightarrow M_\Gamma\cdot\upsilon_\Pi\cdot r_\Pi = M_\Gamma\cdot\upsilon_A\cdot r_A \Rightarrow \omega_\Pi\cdot r_\Pi\cdot r_\Pi = \omega_A\cdot r_A\cdot r_A \Rightarrow \omega_\Pi = \omega_A\cdot\left(\frac{r_A}{r_\Pi}\right)^2$$

Επομένως, $\omega_\Pi = \frac{100}{81}\omega_A$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_1 = 40\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1, μάζας $m_1 = 1Kg$. Το κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_2 = 60\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1. Τα σημεία στερέωσης των δύο ελατηρίων ανήκουν στην ίδια κατακόρυφο. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ ενώ το k_2 βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 προς τα πάνω κατά $\Delta\ell_1$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Δίνεται $g = 10\frac{m}{s^2}$.



4.1. Να αποδείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή t_0 το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

Μονάδες 8

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του Σ_1 συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{6\pi}{20}\ s$.

Μονάδες 8

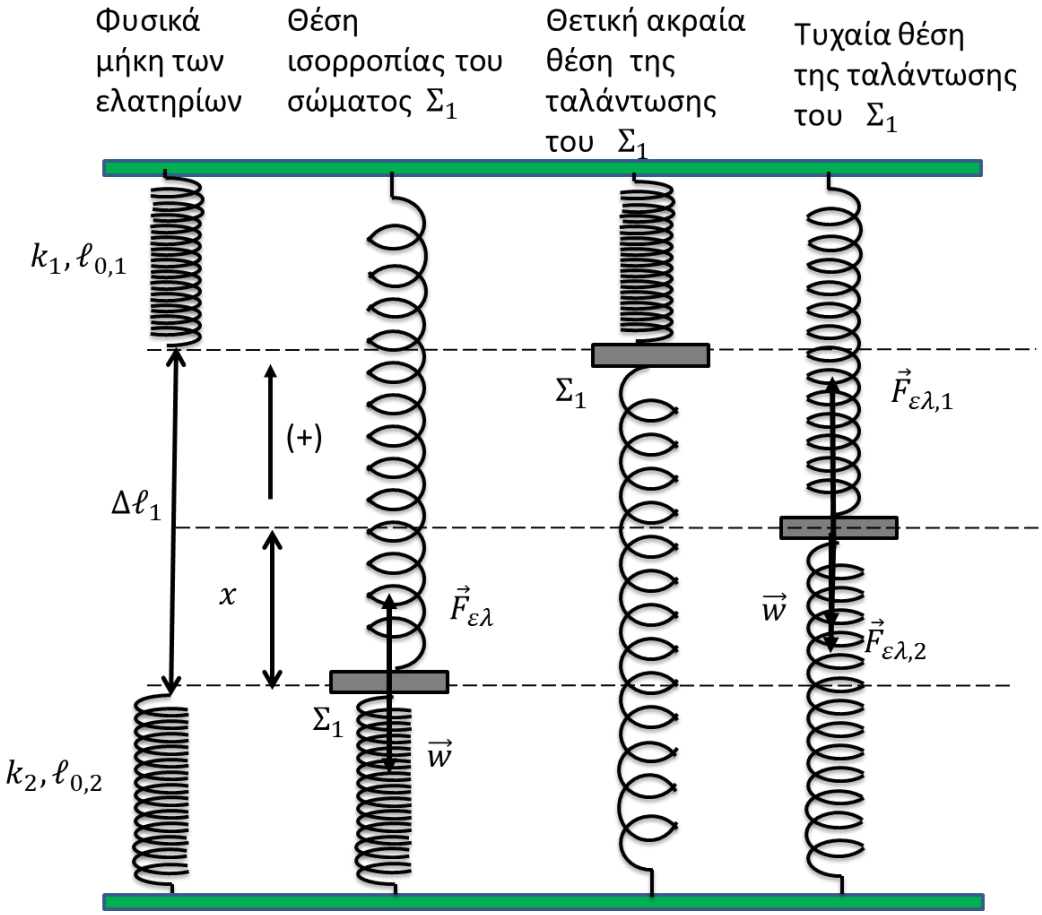
Ένα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3Kg$ βρίσκεται σε ύψος $h = 0{,}3\ m$, πάνω από τη θέση που αφήσαμε το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_0. Την κατάλληλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 να κινηθεί κατακόρυφα οπότε τη χρονική στιγμή t_1 συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1.

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται ότι: $\sqrt{0{,}3625} = 0{,}602$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να εκτελεί το σώμα απλή αρμονική ταλάντωση θα πρέπει στην τυχαία θέση να δέχεται συνισταμένη δύναμη ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x.



Στην θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 είναι σε επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 είναι στο φυσικό του μήκος.

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \Rightarrow k_1 \cdot \Delta\ell_1 = m_1 g \ (1)$$

Στην τυχαία θέση το ελατήριο k_1 είναι σε επιμήκυνση $(\Delta\ell_1 - x)$ και το ελατήριο k_2 σε επιμήκυνση x.

$$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda,1} - w - F_{\varepsilon\lambda,2} \Rightarrow \Sigma F = k_1 \cdot (\Delta\ell_1 - x) - m_1 g - k_2 \cdot x \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -D \cdot x$$

Επομένως το σώμα Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά

$$D = k_1 + k_2 \Rightarrow D = 100\frac{N}{m}$$

και περίοδο

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}} \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{5}\ s$$

Μονάδες 8

4.2. Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση $x = A_1 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0),\ 0 \le \varphi_0 < 2\pi$

Στη θετική ακραία θέση της ταλάντωσης η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι ίση με το πλάτος Α, δηλαδή:

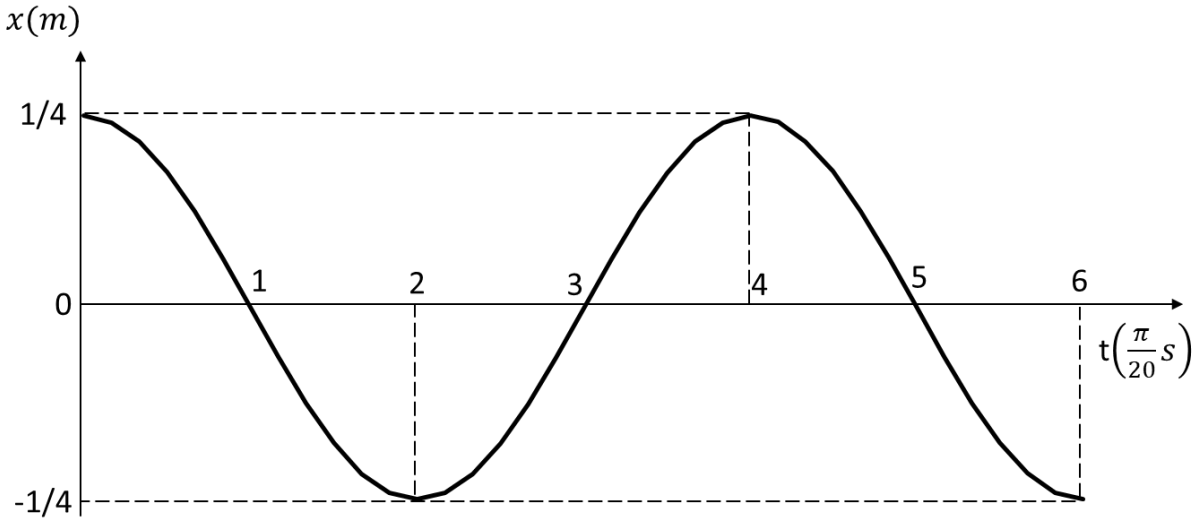
$$A_1 = \Delta\ell_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} A_1 = \frac{m_1 g}{k_1} \Rightarrow A_1 = \frac{1}{4} m$$

$$D = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \Rightarrow \omega_1 = 10 \frac{rad}{s}$$

Για $t_0 = 0$ το σώμα Σ_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση $x = +A_1$ επομένως,

$$A_1 \cdot \eta\mu\varphi_0 = A_1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\, rad$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω: $x = \frac{1}{4} \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)

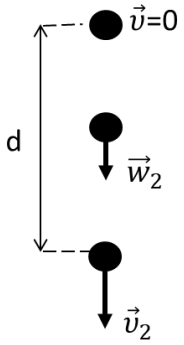


Μονάδες 8

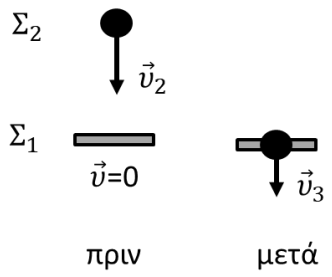
4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην κάτω (αρνητική) ακραία θέση της ταλάντωσής του. Η απόσταση που διανύει το σώμα Σ_2 από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με: $d = h + 2A_1 \Rightarrow d = 0{,}8\, m$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_2 πριν την κρούση.

$$\Delta K = W_{w_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 - 0 = m_2 g\, d \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gd} \Rightarrow \upsilon_2 = 4 \frac{m}{s}$$



Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.

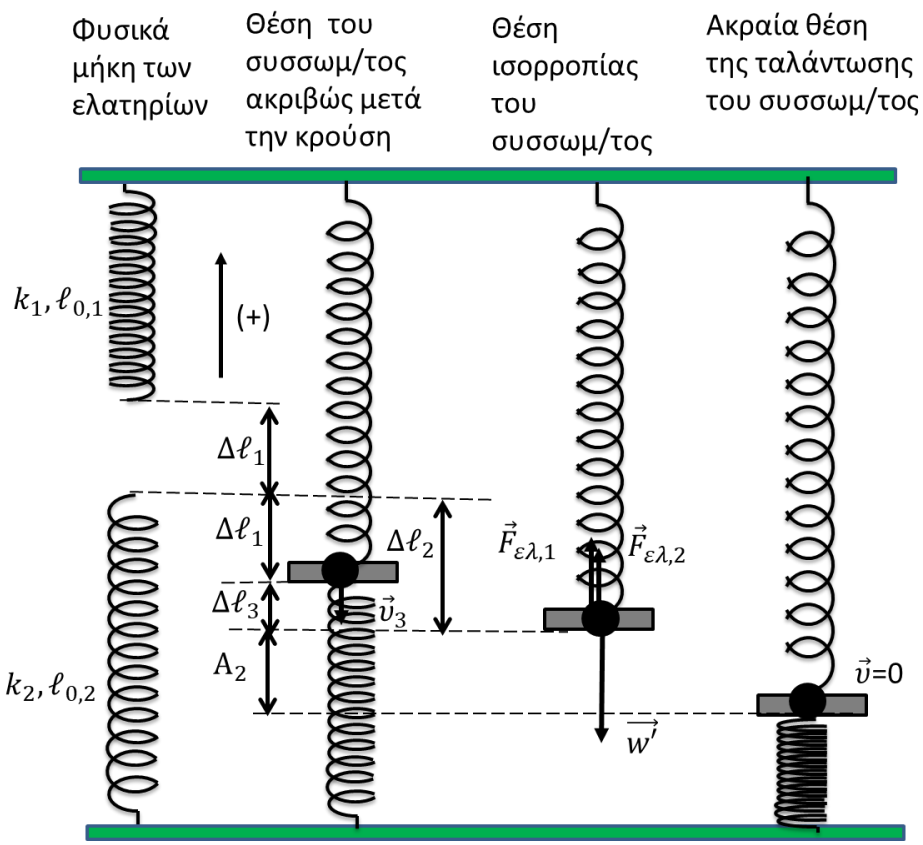


Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_3 = 3\frac{m}{s}$$

Έστω $\Delta\ell_2$ η συσπείρωση του ελατηρίου k_2 στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος. Στη θέση αυτή το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_4 = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2$, επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{,1}} + F_{\varepsilon\lambda_{,2}} - w' = 0 \Rightarrow k_1 \cdot (\Delta\ell_1 + \Delta\ell_2) + k_2\Delta\ell_2 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0{,}3\ m$$



Η απομάκρυνση του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση από τη θέση ισορροπίας του είναι ίση με: $\Delta\ell_3 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_3 = 0{,}05\ m$

Το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά $D = k_1 + k_2 \Rightarrow D = 100\frac{N}{m}$

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ενέργειας της ταλάντωσης

$$K + U = E_T \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_3^2 + \frac{1}{2}D \cdot \Delta\ell_3^2 = \frac{1}{2}D \cdot A_2^2 \Rightarrow A_2 = 0{,}602\ m$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα Σ μάζας $m = 2kg$ κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ κατακόρυφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0{,}2\ m$. Την προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνουμε ως θετική. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10} s$ το σώμα περνά για πρώτη φορά μετά την εκτόξευση από τη θέση ισορροπίας του.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D και το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 7

4.3. Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ σε σχέση με την απομάκρυνση και τη συνάρτηση που περιγράφει τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση. Να παραστήσετε γραφικά κάθε σχέση σε αριθμημένους άξονες.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Για $t_0 = 0$: $x_0 = 0$ και $\upsilon_0 > 0$, επομένως $\varphi_0 = 0$. Για $t_1 = \frac{\pi}{10} s$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά, επομένως: $x_1 = 0$ και $\upsilon_1 < 0$. Το χρονικό διάστημα για την κίνηση του σώματος από τη θέση ισορροπίας στη θετική ακραία θέση και ξανά στη θέση ισορροπίας είναι ίσο με $t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{\pi}{10} s \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} s$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος συναρτήσει του χρόνου είναι:

$$x = A \cdot \eta\mu\omega t$$

Όμως, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$

Επομένως,

$$x = 0{,}2 \cdot \eta\mu 10t \ (SI)$$

Μονάδες 8

4.2. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική με σταθερά $D = k$, όπου

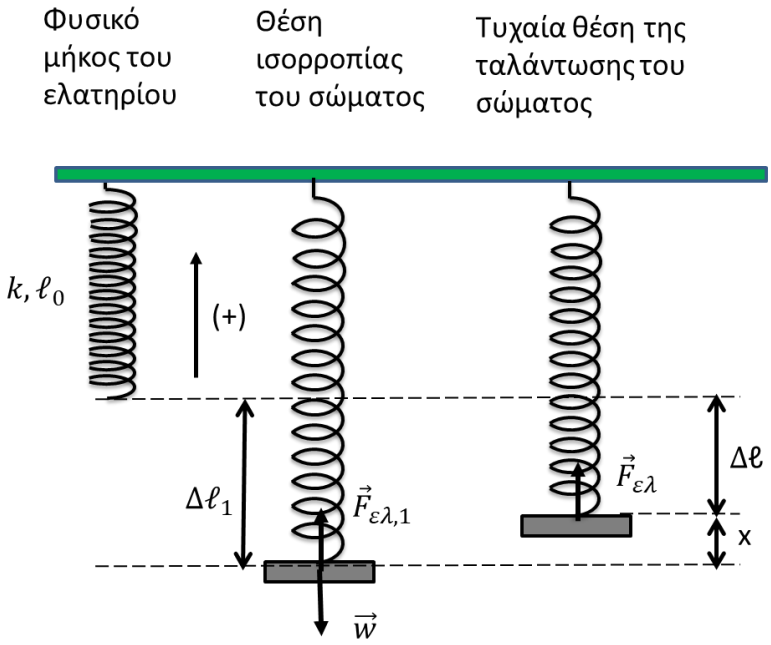
$$D = m \cdot \omega^2 \Rightarrow D = 2 \cdot 100 \frac{N}{m} \Rightarrow D = 200 \frac{N}{m}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του επομένως έχει μέγιστη ταχύτητα

$$\upsilon_0 = \omega \cdot A \Rightarrow \upsilon_0 = 10 \cdot 0{,}2 \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_0 = 2 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.3. Έστω $\Delta\ell_1$ η επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος και $\Delta\ell = \Delta\ell_1 - x$ στην τυχαία θέση της ταλάντωσής του.

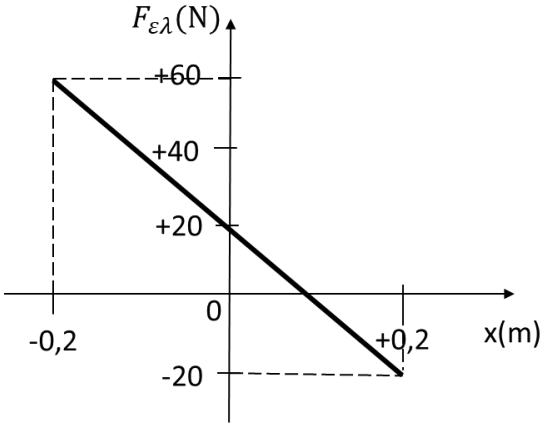


Στη θέση ισορροπίας: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_1 = m \cdot g \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0{,}1\, m$

Στην τυχαία θέση η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με:

$$F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot (\Delta\ell_1 - x) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 200(0{,}1 - x)\ (SI), \qquad -0{,}2 \le x \le +0{,}2$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω η γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου συναρτήσει της απομάκρυνσης είναι γραμμική με αρνητική κλίση όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

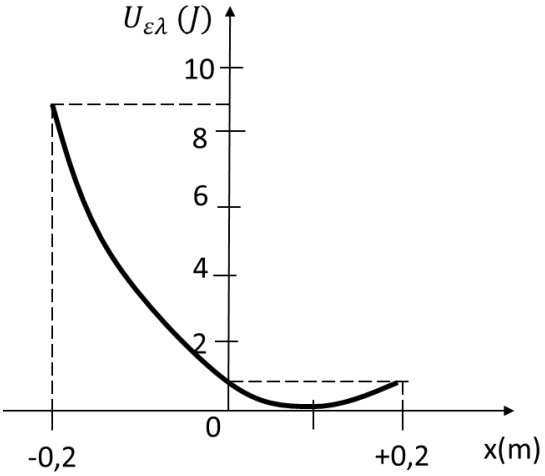


x(m)	$F_{\varepsilon\lambda}$(N)
-0,2	+60
0	+20
+0,1	0
+0,2	-20

Στην τυχαία θέση η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta\ell^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta\ell_1 - x)^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda} = 100 \cdot (0{,}1 - x)^2\ (SI), \qquad -0{,}2 \le x \le +0{,}2$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου συναρτήσει της απομάκρυνσης είναι τμήμα παραβολής με τα κοίλα πάνω όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

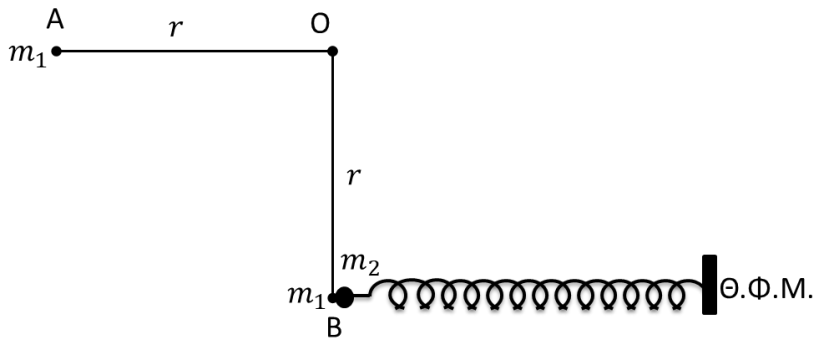


x(m)	$U_{\varepsilon\lambda}$(J)
-0,2	9
0	1
+0,1	0
+0,2	1

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

Ένα υλικό σημείο Σ_1 μάζας $m_1 = 100g$ κρέμεται από το κάτω άκρο ιδανικού νήματος μήκους $r = 0{,}8\ m$. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο. Φέρνουμε το Σ_1 στη θέση Α όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο το υλικό σημείο Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με υλικό σημείο Σ_2 μάζας $m_2 = 700g$ που ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 70\frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την στροφορμή του Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_1.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 8

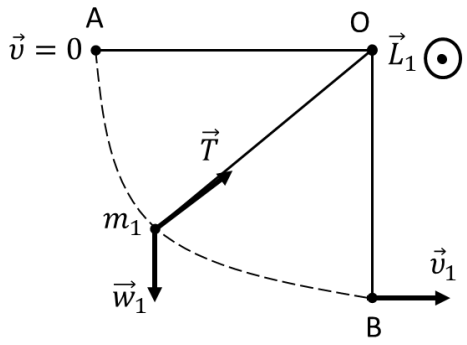
4.3. Το Σ_2 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάσημα που απαιτείται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του Σ_2 για πρώτη φορά μετά την κρούση. Να υποθέσετε ότι δεν γίνεται άλλη κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 από το Α στο Β.

$$\Delta K = W_{w_1} + W_T \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 g r \Rightarrow \upsilon_1 = 4\frac{m}{s}$$



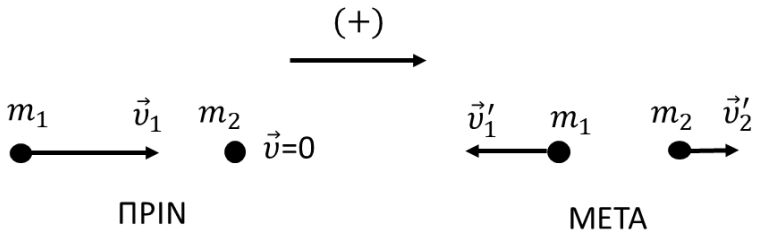
Η στροφορμή $\vec{L}_1$ του Σ_1 ως προς τον άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_1 έχει φορέα τον άξονα $z'z$, φορά προς τον αναγνώστη και, τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, μέτρο:

$$L_1 = m_1\upsilon_1 r_1 \Rightarrow L_1 = 0{,}32\frac{Kg \cdot m^2}{s}$$

Μονάδες 8

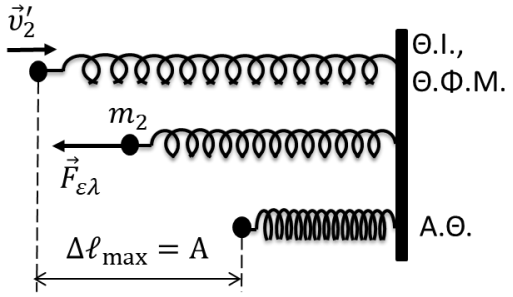
4.2. Η κρούση είναι μετωπική και ελαστική, επομένως:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -3\frac{m}{s} \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = +1\frac{m}{s}$$



Μονάδες 8

4.3. Μετά την κρούση το Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θέση ισορροπίας τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, σταθερά $D = k$ και πλάτος ίσο με τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, επομένως:



$$k = m_2 \cdot \omega^2 \;\Rightarrow\; \omega = 10\frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}s$$

$$\upsilon_2' = \upsilon_{max} \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = \omega \cdot A \;\Rightarrow A = \Delta\ell_{max} = 0{,}1\ m$$

Η κίνηση του Σ_2 από τη Θ.Ι. μέχρι την ακραία θέση, όπου η ταχύτητά του μηδενίζεται, διαρκεί:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{20}s$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_n = 4 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα πρώτιου (πυρήνας ${}_1^1H$). Η κρούση των δύο σωματίων είναι κεντρική ελαστική. Αμέσως μετά την κρούση ο πυρήνας πρώτιου εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ που απέκτησε. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 1T$. Για τις μάζες του πρωτονίου και του νετρονίου να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δίνεται μαζί με τις εκφωνήσεις.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο υ_1 της ταχύτητας του πυρήνα πρώτιου μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας, $\alpha_1\%$, του νετρονίου κατά την κρούση.

Μονάδες 8

4.2. Την ακτίνα R και την περίοδο T της κυκλικής κίνησης του πυρήνα πρώτιου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Μονάδες 8

4.3. Το μέτρο της στροφορμής του πυρήνα πρώτιου κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο Ο της κυκλικής του τροχιάς και είναι κάθετος σε αυτήν.

Μονάδες 4

Αν το νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_n$ κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα τρίτιου (πυρήνας ${}_1^3H$) και η κρούση των δύο σωματίων είναι κεντρική ελαστική να υπολογίσετε:

4.4. Το μέτρο υ_n'' της ταχύτητας του νετρονίου αμέσως μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας, $\alpha_2\%$, της κινητικής ενέργειας του νετρονίου κατά την κρούση.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η κρούση των δύο σωματίων είναι κεντρική ελαστική. Ο πυρήνας του πρώτιου έχει ένα πρωτόνιο άρα η μάζα του m_1 είναι ίση με τη μάζα του νετρονίου, $m_1 = m_n$. Τα σωμάτια ανταλλάσσουν ταχύτητες, δηλαδή:

$$\upsilon_1 = 4 \cdot 10^7 \frac{m}{s} \text{ και } \upsilon_n' = 0$$

Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του νετρονίου κατά την κρούση θα είναι:

$$\alpha_1\% = \frac{\frac{1}{2} m_n \upsilon_n^2 - 0}{\frac{1}{2} m_n \upsilon_n^2} \cdot 100\% \Rightarrow \alpha_1\% = 100\%$$

Μονάδες 8

4.2. Ο πυρήνας πρώτιου δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Lorenz που είναι κάθετη στην ταχύτητά του, δρα σαν κεντρομόλος και το αναγκάζει να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο Ο, ακτίνα R και περίοδο T.

$$R = \frac{m_1 \upsilon_1}{Be} \Rightarrow R = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 4 \cdot 10^7}{1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} m \Rightarrow R = 0{,}4175\, m$$

$$T = \frac{2\pi m_1}{Be} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} s \Rightarrow T = 2{,}0875\pi \cdot 10^{-8} s$$

Μονάδες 8

4.3. Το μέτρο της στροφορμής του πυρήνα πρώτιου ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο Ο της κυκλικής του τροχιάς και είναι κάθετος σε αυτήν ισούται με:

$$L = m_1 \upsilon_1 R \Rightarrow L = 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 4 \cdot 10^7 \cdot 0{,}4175\, Kg \cdot \frac{m^2}{s} \Rightarrow L = 2{,}7889 \cdot 10^{-20}\, Kg \cdot \frac{m^2}{s}$$

Μονάδες 4

4.4. Ο πυρήνας του τρίτιου έχει ένα πρωτόνιο και δύο νετρόνια άρα η μάζα του m_2 είναι τριπλάσια από τη μάζα του νετρονίου, $m_2 = 3m_n$. Η κεντρική ελαστική κρούση του νετρονίου γίνεται με ακίνητο πυρήνα τρίτιου. Το μέτρο υ_n'' της ταχύτητας του νετρονίου μετά την κρούση θα είναι:

$$\upsilon_n'' = \frac{(m_n - m_2)\upsilon_n}{m_n + m_2} \Rightarrow \upsilon_n'' = \frac{-2m_n \upsilon_n}{4m_n} \Rightarrow \upsilon_n'' = -\frac{\upsilon_n}{2} = -2 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$$

Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του νετρονίου κατά την κρούση θα είναι:

$$\alpha_2\% = \frac{\frac{1}{2} m_n \upsilon_n^2 - \frac{1}{2} m_n \frac{\upsilon_n^2}{4}}{\frac{1}{2} m_n \upsilon_n^2} \cdot 100\% \Rightarrow \alpha_2\% = \frac{3}{4} \cdot 100\% \Rightarrow \alpha_2\% = 75\%$$

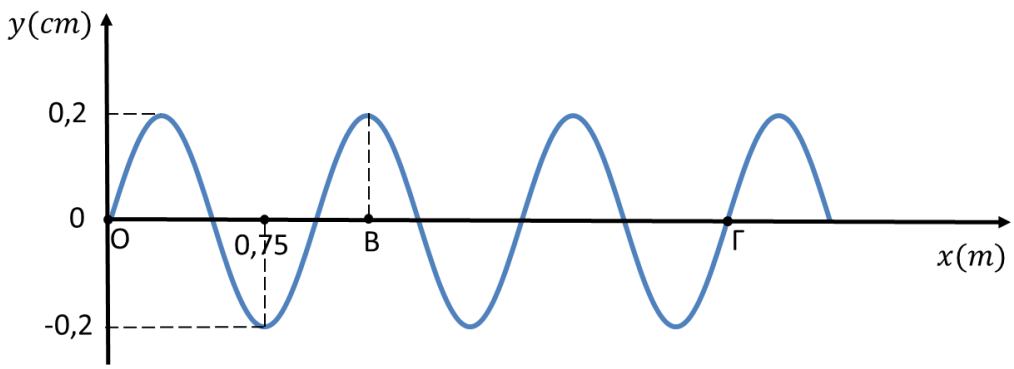
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Το σημείο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου αποτελεί πηγή αρμονικής διαταραχής και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y = A \cdot \eta\mu 10\pi t \ \ (SI)$$

Το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο, τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ τη χρονική στιγμή t_1. Να εξηγήσετε αν η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ εξαρτάται από τη χρονική στιγμή υπολογισμού της.

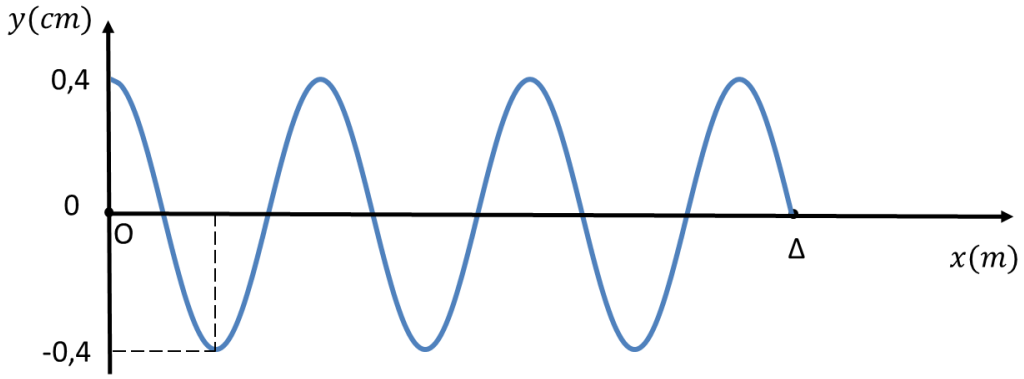
Μονάδες 6

4.3. Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Β συναρτήσει του χρόνου μέχρι τη χρονική στιγμή $t = \frac{10}{20} s$.

Μονάδες 6

Σε ένα όμοιο γραμμικό ελαστικό μέσο μήκους L, ένα αρμονικό κύμα πλάτους A και συχνότητας $f = 5Hz$ που διαδίδεται κατά τη θετική φορά, συμβάλει με ένα αρμονικό κύμα ίδιου πλάτους και συχνότητας που διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αποκαθίσταται στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο. Το στιγμιότυπο του στάσιμου

κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}85s$, κατά την οποία όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου έχουν μηδενική ταχύτητα φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.4. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων τη χρονική στιγμή $t_3 = 0{,}95s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γενική μορφή της εξίσωσης ταλάντωσης της πηγής είναι: $y = A \cdot ημωt$, άρα $\omega = 10\pi \frac{rad}{s}$.

Από το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει ότι το πλάτος του κύματος είναι ίσο με: $A = 0{,}2cm$

Επίσης, $\Delta x = \frac{3\lambda}{4} = 0{,}75m \Rightarrow \lambda = 1m$.

Η περίοδος της ταλάντωσης της πηγής και του κύματος είναι ίση με: $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$.

Το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος είναι ίσο με: $\upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon_\delta = 5\frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.2. Από το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει ότι: $x_B = \frac{5\lambda}{4}$ και $x_\Gamma = \frac{12\lambda}{4}$.

Τη χρονική στιγμή t_1 το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $x_1 = 3{,}5\lambda$, επομένως:

$$x_1 = 3{,}5\lambda \Rightarrow \upsilon_\delta \cdot t_1 = 3{,}5\lambda \Rightarrow t_1 = 0{,}7s$$

Το σημείο Γ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_Γ.

$$x_\Gamma = \upsilon_\delta \cdot t_\Gamma \Rightarrow t_\Gamma = \frac{3\lambda}{\upsilon_\delta} \Rightarrow t_\Gamma = 0{,}6s < t_1$$

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_\Gamma \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_\Gamma}{\lambda}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{x_\Gamma - x_B}{\lambda}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{7\pi}{2}rad.$$

Μετά τη χρονική στιγμή t_Γ, κατά την οποία αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο Γ, η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ δεν εξαρτάται από τη χρονική στιγμή υπολογισμού της.

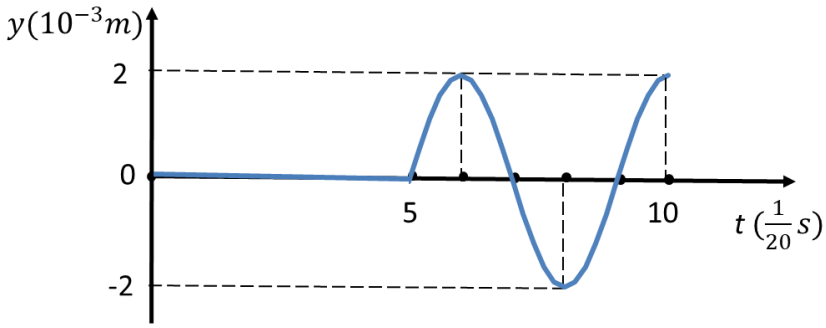
Μονάδες 6

4.3. Το σημείο Β αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_B.

$$x_B = \upsilon_\delta \cdot t_B \Rightarrow t_B = \frac{\frac{5\lambda}{4}}{\upsilon_\delta} \Rightarrow t_B = \frac{5}{20}s$$

Εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Β:

$$y = A \cdot ημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 2 \cdot 10^{-3} ημ2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right)\ (SI), \qquad t \geq \frac{5}{20}s$$



Μονάδες 6

4.4. Από το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος προκύπτει ότι $2A = 0{,}4\ cm \Rightarrow A = 0{,}2\ cm$. Επίσης, το σημείο Ο του γραμμικού ελαστικού μέσου είναι κοιλία, το σημείο Δ είναι δεσμός και το μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου είναι ίσο με $L = \frac{13\lambda}{4}$.

Επειδή το γραμμικό ελαστικό μέσο είναι όμοιο με το προηγούμενο, η ταχύτητα διάδοσης των αρμονικών κυμάτων θα είναι ίδια, επομένως:

$$\upsilon_\delta = \lambda \cdot f \ \Rightarrow\ \lambda = \frac{\upsilon_\delta}{f} \ \Rightarrow\ \lambda = 1m$$

$$L = \frac{13}{4} m$$

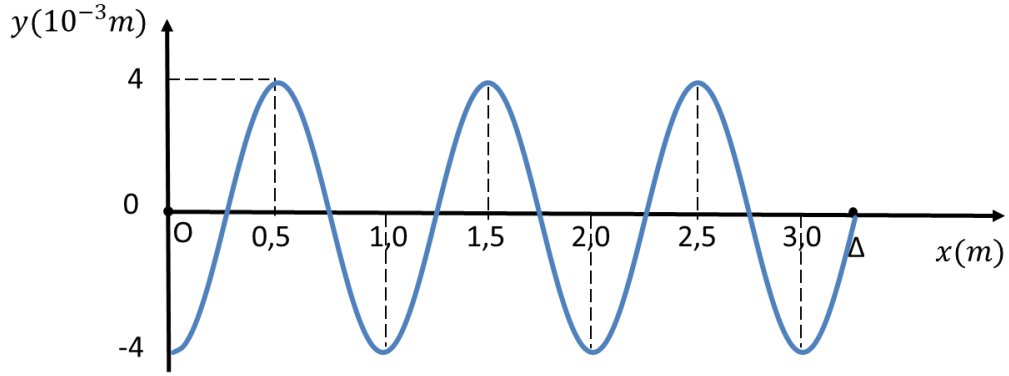
$$T = \frac{1}{f} = 0{,}2s$$

Εξίσωση στάσιμου κύματος:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \frac{t}{T} \ \Rightarrow\ y = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi x) \cdot \eta\mu(10\pi t)\ \ (SI)\ \ \ 0 \le x \le \frac{13}{4} m$$

Το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_3 - t_2$ είναι ίσο με: $\Delta t = 0{,}1s \ \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$.

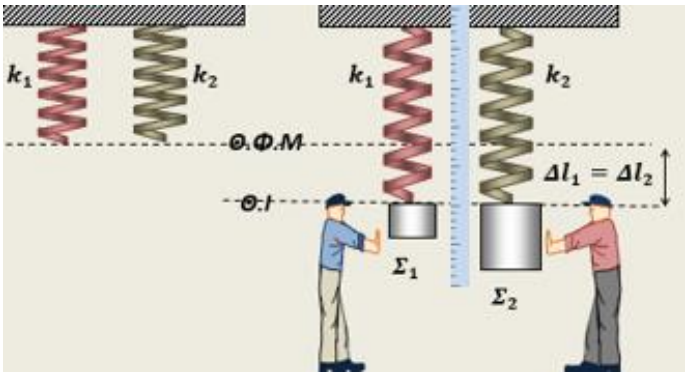
Τη χρονική στιγμή t_3 κάθε σημείο που ταλαντώνεται θα βρεθεί σε ακραία θέση αντίθετη εκείνης που βρισκόταν τη χρονική στιγμή t_2.



Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα υποθετικό πείραμα, κρεμάσαμε κατακόρυφα δύο διαφορετικά ιδανικά ελατήρια που έχουν το ίδιο φυσικό μήκος, στερεώνοντας το πάνω άκρο τους στο ίδιο οριζόντιο, ακλόνητο επίπεδο. Στο ένα ελατήριο σταθεράς k_1, κρεμάσαμε ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και φροντίσαμε να ισορροπεί ακίνητο. Στο άλλο ελατήριο σταθεράς k_2, κρεμάσαμε άλλο σώμα Σ_2, μάζας m_2 και φροντίσαμε να ισορροπεί και αυτό ακίνητο. Μετρήσαμε ότι καθώς τα δύο σώματα ισορροπούν, έχουν προκαλέσει ίσες επιμηκύνσεις στα δύο ελατήρια ($\Delta l_1 = \Delta l_2$), όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε και τα δύο συστήματα από την κατάσταση ισορροπίας, τραβώντας κατακόρυφα προς τα κάτω το σώμα κάθε συστήματος και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντώνεται. Για το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων, μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα, με αποτέλεσμα κάθε σύστημα να εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς την σταθερά του ελατηρίου. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων κάθε συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης. Για τις συχνότητες f_1, f_2 των συστημάτων (1) και (2) αντίστοιχα, θα προκύψει η σχέση:

(α) $\frac{f_1}{f_2} = 1$ **(β)** $\frac{f_1}{f_2} = 4$ **(γ)** $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$

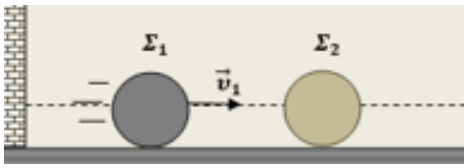
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_2 και να απομακρύνεται από τον τοίχο όπως στην εικόνα.



Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική και η Σ_1 μετά την κρούση της με τη Σ_2 συγκρούεται με τον τοίχο, με κρούση επίσης ελαστική. Αν δίνεται ότι οι δύο σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους είναι δυνατόν να ισχύει η σχέση:

(α) $m_2 = m_1$ **(β)** $m_2 = 2 \cdot m_1$ **(γ)** $m_2 = 4 \cdot m_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

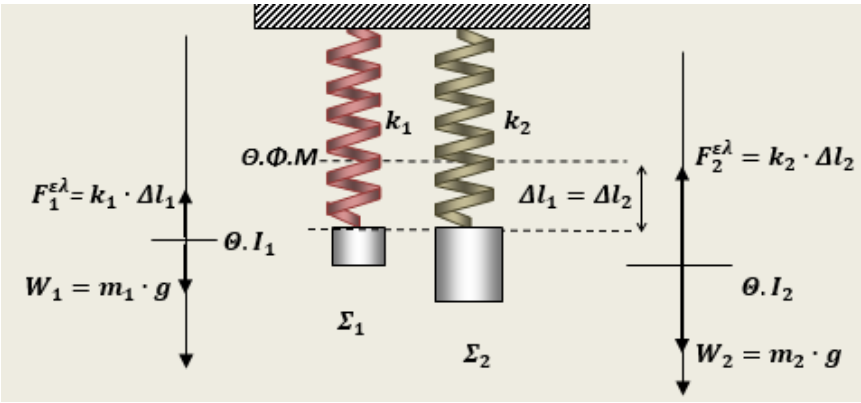
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση ισορροπίας κάθε σώματος, το βάρος του εξουδετερώνεται από τη δύναμη του ελατηρίου.



Κάνοντας τα ελεύθερα διαγράμματα δυνάμεων (σχήμα), εφαρμόζουμε συνθήκες ισορροπίας δυνάμεων στα δύο συστήματα και με τη βοήθεια του νόμου Hooke, προκύπτουν οι σχέσεις:

Σύστημα (1): $\Sigma F = 0, \qquad m_1 \cdot g = k_1 \cdot \Delta l_1$ (1)

Σύστημα (2): $\Sigma F = 0, \qquad m_2 \cdot g = k_2 \cdot \Delta l_2$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε: $\frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{k_1 \cdot \Delta l_1}{k_2 \cdot \Delta l_2}$ (3)

Αλλά έχει δοθεί ότι ισχύει η σχέση: $\Delta l_1 = \Delta l_2$

Τελικά από την (3), προκύπτει η σχέση: $\frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}$ (4)

Έτσι για τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων, ισχύουν:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \qquad \text{και} \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$$

Τελικά είναι $f_1 = f_2$

Μονάδες 8

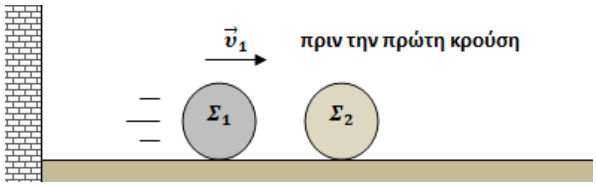
2.2.

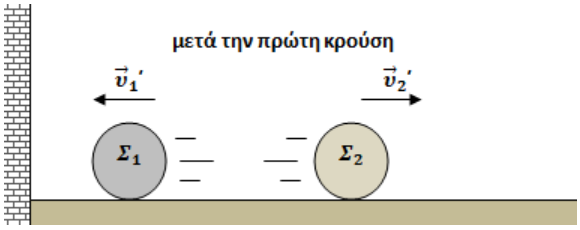
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά συμβαίνει μια κεντρική ελαστική κρούση της σφαίρας Σ_1 με την ακίνητη σφαίρα Σ_2.





Για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την μεταξύ τους κρούση, ισχύουν οι σχέσεις:

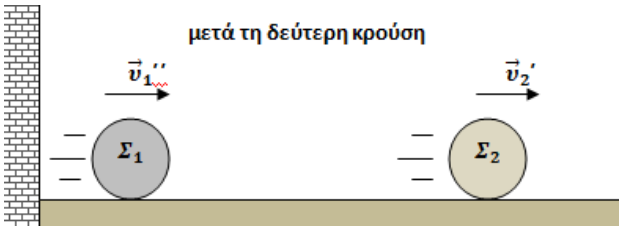
$$\upsilon_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$

$$\upsilon_2{}' = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (2)$$

Επειδή η σφαίρα Σ_1 μετά την πρώτη κρούση κινείται αντίθετα από την αρχική της φορά κίνησης, ώστε να συγκρουστεί με τον τοίχο, πρέπει οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων της $\upsilon_1, \upsilon_1{}'$, πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα, να είναι ετερόσημες και αυτό, με βάση την εξίσωση (1), συμβαίνει αν ισχύει για τις μάζες των δύο σφαιρών, η σχέση:

$$\boldsymbol{m_1 < m_2} \qquad \textbf{(3)}$$

Μετά την ελαστική κρούση της σφαίρας Σ_1 με τον ακίνητο κατακόρυφο τοίχο, η ταχύτητά της $\upsilon_1{}''$ γίνεται αντίθετη αυτής που είχε πριν την κρούση της, μαζί του.



Δηλαδή για τις τιμές ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_1{}''$, των ταχυτήτων της σφαίρας Σ_1, πριν και μετά την κρούση της με τον τοίχο, ισχύει η σχέση:

$$\upsilon_1{}'' = -\upsilon_1{}' = -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (4)$$

Μετά την κρούση της σφαίρας Σ_1 με τον τοίχο, οι δύο σφαίρες κινούνται πλέον ομόρροπα, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Για να μην συγκρουστούν ξανά μεταξύ τους, αρκεί η σφαίρα Σ_2, να κινείται πιο γρήγορα από τη Σ_1. Αυτό σημαίνει να είναι η ταχύτητά της κατά μέτρο μεγαλύτερη από της Σ_1.
Δηλαδή πρέπει:

$$|\upsilon_2{}'| \geq |\upsilon_1{}''|$$

ή με τη βοήθεια των (2) και (4): $\left|\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1\right| \geq \left|\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1\right|$

και επειδή είναι $m_2 - m_1 > 0$, εξαιτίας της (3), πρέπει τελικά

$$\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \geq \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$$

ή $2 \cdot m_1 \geq m_2 - m_1$

και τελικά πρέπει: $\boldsymbol{3 \cdot m_1 \geq m_2}$ **(5)**

Συνδυάζοντας τελικά τις (3) και (5), πρέπει να ισχύει για τις μάζες των δύο σφαιρών:

$$\boldsymbol{m_1 < m_2 \leq 3 \cdot m_1}$$

Αυτή η συνθήκη ικανοποιείται από τις μάζες της απάντησης β.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

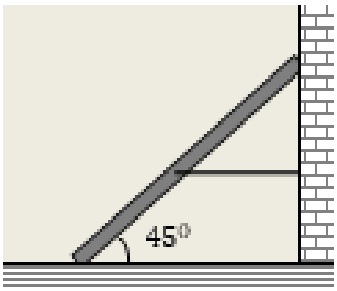
2.1. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω, περίοδο T και πλάτος A. Κάθε οριζόντια τετράδα του πίνακα που ακολουθεί μας δίνει τη φάση (φ) της ταλάντωσης, την τιμή της απομάκρυνσης (x) από τη θέση ισορροπίας του και την τιμή της ταχύτητας (υ) του υλικού σημείου, σε μια χρονική στιγμή (t), σε συνάρτηση με τις τιμές ω, A, T, των δεδομένων μεγεθών.

$\varphi(rad)$	x	υ	t
	$+A$		0
			$\frac{T}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$			

Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 12

2.2. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος έχει μήκος l και βάρος W. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, καθώς στηρίζεται στο πάνω άκρο της σε λείο κατακόρυφο τοίχο, στο κάτω άκρο της σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο μέσον της έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στον κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή, η ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με το οριζόντιο δάπεδο. (Δίνεται $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^o$).



Για το μέτρο T της τάσης του νήματος που δέχεται η ράβδος από το νήμα ισχύει η σχέση:

(α) $T = \frac{W}{2}$, **(β)** $T = w$, **(γ)** $T = \frac{W}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή σχέση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στην απλή αρμονική ταλάντωση του υλικού σημείου, η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, υπολογίζονται από τις εξισώσεις:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad (1)$$
$$\upsilon = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad (2)$$

- Από τις δεδομένες τιμές του πίνακα φαίνεται ότι τη στιγμή $t_0 = 0$, το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση $x_0 = +A$. Από την εξίσωση (1) για $t_0 = 0$, προκύπτει:

$x_0 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A$, ή $\eta\mu\varphi_0 = 1$, ενώ για τις τιμές της αρχικής φάσης ισχύει $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$

Οπότε τελικά προκύπτει $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

- Έτσι η ταχύτητα του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με τη βοήθεια της εξίσωσης (2), προκύπτει: $\upsilon_0 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 0$.
- Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$, η φάση ταλάντωσης του υλικού σημείου, προκύπτει:

$$\varphi_1 = \omega \cdot t_1 + \varphi_0 = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} + \frac{\pi}{2} = \pi\ rad$$

- Με τη βοήθεια των εξισώσεων (1) και (2), για τη στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$, η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του προκύπτουν:

$$x_1 = A \cdot \eta\mu\pi = 0$$
$$\upsilon_1 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\pi = -\omega \cdot A$$

$\varphi(rad)$	x	υ	t
$\frac{\pi}{2}$	$+A$	0	0
π	0	$-\omega \cdot A$	$\frac{T}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	$-A$	0	$\frac{T}{2}$

- Όταν η φάση ταλάντωσης είναι $\varphi_2 = \frac{3\pi}{2}$, ισχύει:

$$\omega \cdot t_2 + \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi}{T} \cdot t_2 + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}\ , \qquad \frac{2\pi}{T} \cdot t_2 = \frac{2\pi}{2}\ , \qquad t_2 = \frac{T}{2}$$

- Τότε η απομάκρυνση και η ταχύτητα του υλικού σημείου, προκύπτουν:

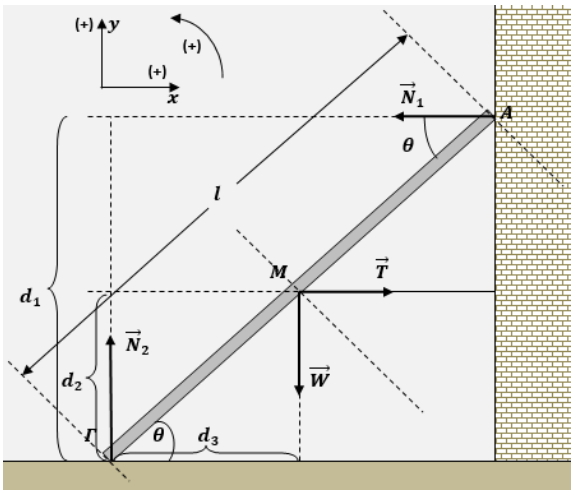
$$x_2 = A \cdot \eta\mu\frac{3\pi}{2} = -A,\ \ \upsilon_2 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{2} = 0$$

Με τις τιμές που βρήκαμε, συμπληρώνουμε τον πίνακα.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β) **Μονάδες 4**



2.2.Β. Η ράβδος $(A\Gamma)$, στηρίζεται στο άκρο της A στον κατακόρυφο τοίχο και επειδή είναι λείος, δέχεται από αυτόν κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}_1$, αφού δεν δημιουργείται τριβή. Επειδή η ράβδος είναι ομογενής και ισοπαχής, το κέντρο μάζας της είναι στο μέσον της M, όπου ασκείται σε αυτή η έλξη της Γης, δηλαδή το βάρος της $\vec{w}$. Στο μέσον M επίσης η ράβδος δέχεται από το νήμα οριζόντια δύναμη $\vec{T}$ (τάση νήματος), με κατεύθυνση, από τη ράβδο προς το νήμα. Η ράβδος στηρίζεται στο οριζόντιο δάπεδο, στο άκρο της Γ και επειδή είναι λείο, δέχεται από αυτό κατακόρυφη δύναμη στήριξης $\vec{N}_2$, αφού δεν υπάρχει τριβή. Δηλαδή η ράβδος ισορροπεί ακίνητη με την επίδραση των οριζόντιων και κατακόρυφων δυνάμεων που φαίνονται στο σχήμα.

Με δηλωμένες θετικές φορές στο σχήμα, εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά άξονες και έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0, \quad T - N_1 = 0, \quad T = N_1 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0, \; N_2 - w = 0, \; N_2 = w \qquad (2)$$

Με θετική φορά των ροπών που τείνουν να περιστρέψουν τη ράβδο αντίθετα από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως δηλώνεται και στο σχήμα, εφαρμόζουμε ισορροπία ροπών ως προς νοητό άξονα στο άκρο Γ της ράβδου:

$$\Sigma\tau_\Gamma = 0, \quad N_1 \cdot d_1 - T \cdot d_2 - w \cdot d_3 = 0 \qquad (3)$$

Με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας στα ορθογώνια τρίγωνα του σχήματος, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$d_1 = l \cdot \eta\mu 45^0 \quad , \quad d_2 = \frac{l}{2} \cdot \eta\mu 45^o \quad , \quad d_3 = \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^o$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις αυτές στην εξίσωση (3), έχουμε:

$$N_1 \cdot l \cdot \eta\mu 45^o = T \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta\mu 45^o + w \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^o$$

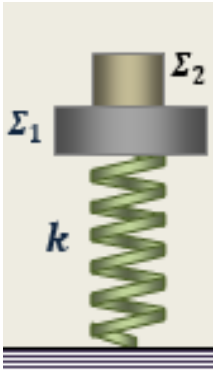
Επειδή ισχύει $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^0$, από την προηγούμενη εξίσωση, προκύπτει:

$N_1 = \frac{T}{2} + \frac{w}{2}$, η οποία, λόγω της (1), δίνει την $T - \frac{T}{2} = \frac{w}{2}$ και τελικά:

$$\boldsymbol{T = w}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Ένα σώμα Σ_1, μάζας m_1, είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το κάτω άκρο του οποίου είναι σταθερά στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο σώμα Σ_1 είναι τοποθετημένο άλλο σώμα Σ_2μάζας m_2 και αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα σώματα ακίνητα και το ελατήριο κατακόρυφο και συσπειρωμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = 2 \cdot m_2$.

Κάποια στιγμή αφαιρέσαμε το σώμα Σ_2, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο σύστημα να αρχίσει να ταλαντώνεται και οι αντιστάσεις του αέρα να είναι ασήμαντες. Τη στιγμή ακριβώς που αφαιρέθηκε το σώμα Σ_2, ο λόγος $\frac{U_{\varepsilon\lambda.}}{U_{\tau\alpha\lambda.}}$, της δυναμικής ενέργειας εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου, προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσος με:

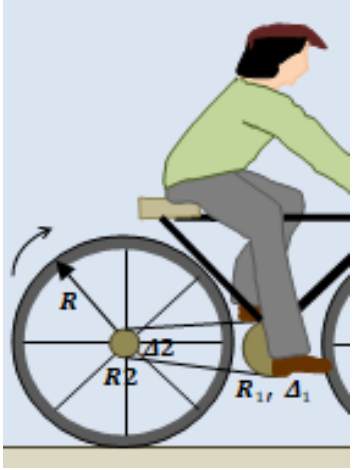
(α) 1 , **(β)** 4 , **(γ)** 9

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



2.2. Σε ένα ποδήλατο ο δίσκος των πεντάλ (Δ_1), τον οποίο περιστρέφουμε με τα πόδια μας, έχει ακτίνα R_1 και συνδέεται, με τεντωμένη αλυσίδα στην περιφέρειά του, με ένα μικρότερο δίσκο (Δ_2) ακτίνας R_2, ο οποίος περιστρέφει τον πίσω τροχό και περιστρέφεται μαζί του, γύρω από τον ίδιο άξονα στο κέντρο τους. Οι τροχοί του ποδηλάτου έχουν ίσες ακτίνες R και ισχύει η σχέση $R = 10 \cdot R_2$.

Αν κάνουμε ποδήλατο και κινούμαστε σε μια ευθεία ενός ποδηλατόδρομου, με τους τροχούς να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν, τότε όταν έχουμε περιστρέψει κατά N πλήρεις περιστροφές το δίσκο των πεντάλ, θα έχουμε διανύσει με το ποδήλατό μας, διάστημα S, για το οποίο ισχύει:

(α) $S = 2 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(β)** $S = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(γ)** $S = 10 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

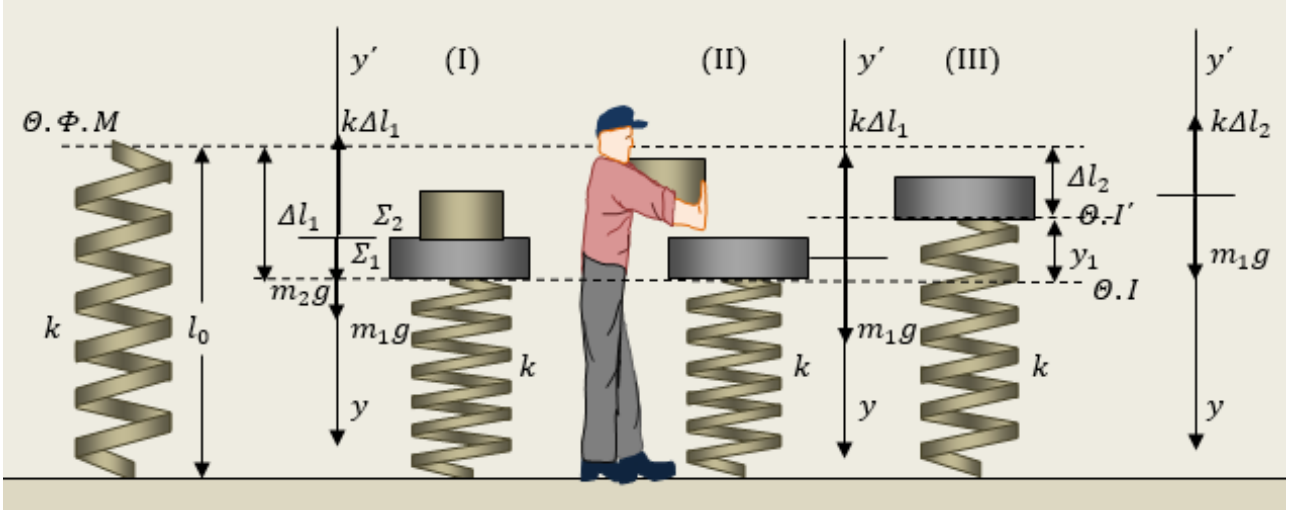
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Αρχικά το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο τόσο, ώστε με την κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη που ασκεί, να εξουδετερώνει τα βάρη των δύο σωμάτων ($\Theta.I$). Κάνουμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση $y'y$ και εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας:

$$\Sigma F_{\Theta.I} = 0, \qquad m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - k \cdot \Delta l_1 = 0, \qquad k \cdot \Delta l_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \qquad (1)$$

Οπότε προκύπτει $$\Delta l_1 = \frac{(m_1+m_2)\cdot g}{k} = \frac{3\cdot m_2 \cdot g}{k} \qquad (2)$$

Όταν αφαιρέσαμε το σώμα Σ_2, το σύστημα δεν βρίσκεται πλέον σε κατάσταση ισορροπίας. Το σώμα Σ_1, βρίσκεται αυτή τη στιγμή κάτω από τη δική του θέση ισορροπίας ($\Theta.I'$) κατά y_1.

Στη νέα θέση ισορροπίας ($\Theta.I'$) του σώματος Σ_1, με τη βοήθεια ελεύθερου διαγράμματος δυνάμεων, εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας:

$$\Sigma F_{\Theta.I'} = 0, \qquad m_1 \cdot g - k \cdot \Delta l_2 = 0, \qquad k \cdot \Delta l_2 = m_1 \cdot g \qquad (3)$$

Οπότε προκύπτει $$\Delta l_2 = \frac{m_1 \cdot g}{k} = \frac{2\cdot m_2 \cdot g}{k} = \frac{2}{3} \cdot \Delta l_1 \qquad (4)$$

Με τη βοήθεια ελεύθερου διαγράμματος δυνάμεων που δέχεται το σώμα Σ_1, στη θέση όπου αφαιρέσαμε το Σ_2, έχουμε:

$$\Sigma F = m_1 \cdot g - k \cdot \Delta l_1 = k \cdot \Delta l_2 - k \cdot \Delta l_1 = -k \cdot y_1$$

Δείξαμε ότι το σώμα Σ_1 που απομένει μόνο του πάνω στο ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k. Ο ζητούμενος λόγος τη στιγμή που αφαιρέσαμε το Σ_2, είναι:

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{U_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l_1^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot y_1^2} = \frac{\Delta l_1^2}{(\Delta l_1 - \Delta l_2)^2} = \frac{\Delta l_1^2}{(\Delta l_1 - \frac{2}{3}\Delta l_1)^2} = 9$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο δάπεδο, με αποτέλεσμα το διάστημα S_π που διανύει το ποδήλατο να είναι ίσο με το τόξο $S_{\tau\rho}$, κατά το οποίο περιστρέφεται η περιφέρεια του τροχού.

Η γωνία περιστροφής του τροχού $\Delta\theta_{\tau\rho}$, είναι ίση με τη γωνία $\Delta\theta_2$ περιστροφής του δίσκου Δ_2.

Εξαιτίας της τεντωμένης αλυσίδας που περιστρέφεται από δίσκο Δ_1 των πεντάλ και περιστρέφει το δίσκο Δ_2, χωρίς να ολισθαίνει στις περιφέρειές τους, είναι ίσα τα τόξα S_1 και S_2 που διαγράφουν οι δύο αυτές περιφέρειες.

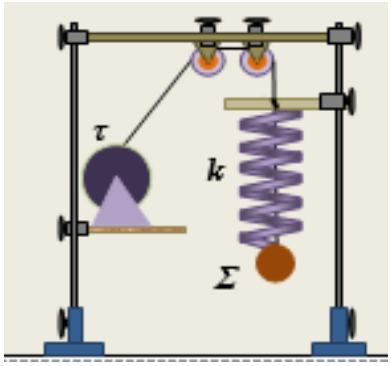
Έτσι τελικά ισχύουν:

$$S_\pi = S_{\tau\rho} = \Delta\theta_{\tau\rho} \cdot R = \Delta\theta_2 \cdot R = \frac{S_2}{R_2} \cdot R = \frac{S_1}{R_2} \cdot 10 \cdot R_2 = 10 \cdot S_1 = 10 \cdot N \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$$

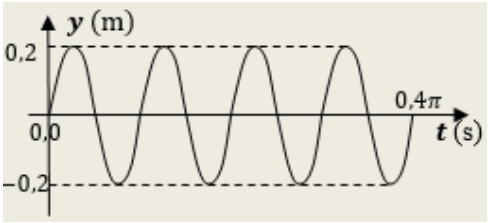
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σφαίρα Σ μάζας $m = 1\,\text{kg}$, είναι δεμένη στο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακίνητο. Η σφαίρα Σ είναι επίσης δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το οποίο κατακόρυφο περνάει μέσα από τις σπείρες του ελατηρίου και με κατάλληλη διάταξη που φαίνεται στην εικόνα καταλήγει να δεθεί σε σημείο ενός τροχού τ, κοντά στην περιφέρειά του, έτσι ώστε περιστρέφοντας τον τροχό να θέτουμε τη σφαίρα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.

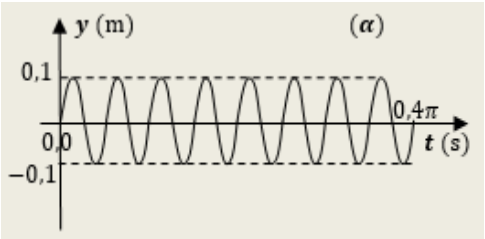


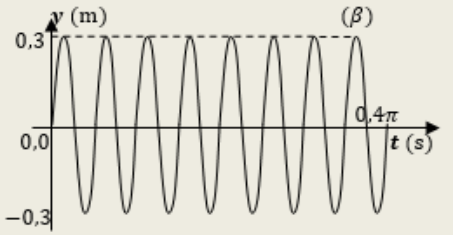
Στην κίνηση της σφαίρας εμφανίζονται αντιστάσεις αέρα του τύπου $F_{\alpha\nu\tau.} = -b \cdot \upsilon$ όπου b, μικρή σχετικά σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητά της.

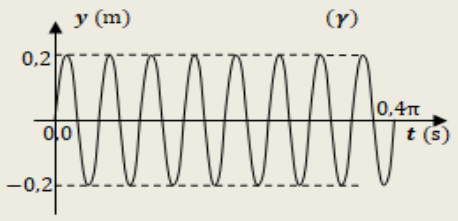


Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, στην εξαναγκασμένη ταλάντωση που εκτελεί όταν περιστρέφουμε τον τροχό με μια σταθερή συχνότητα f_1.

Αν αυξήσουμε τη συχνότητα περιστροφής του τροχού, η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, θα μπορούσε να αποδίδεται :







(α) από το διάγραμμα (α) **(β)** από το διάγραμμα (β) **(γ)** από το διάγραμμα (γ)

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα A μάζας m_1, κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2 = 4 \cdot m_1$. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) $100\,\%$, **(β)** $64\,\%$, **(γ)** $25\,\%$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστό διάγραμμα το (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ιδιοπερίοδος του ταλαντωτή είναι: $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{400}}\ \mathrm{s} = 0{,}1\pi\ \mathrm{s}$

Με τη βοήθεια του διαγράμματος μπορούμε να βρούμε την περίοδο της ταλάντωσης του ταλαντωτή, δηλαδή την περίοδο του διεγέρτη, όταν ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f_1:

$$4 \cdot T_1 = 0{,}4\pi\ \mathrm{s},\ \ T_1 = 0{,}1\pi\ \mathrm{s}$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, όταν ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f_1. Οπότε, επειδή έχουμε μικρή σχετικά σταθερά απόσβεσης, ο ταλαντωτής βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος, που είναι $A_{max} = 0{,}2\ \mathrm{m}$, όπως προκύπτει από το δεδομένο διάγραμμα.

Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, το σύστημα δεν θα είναι σε κατάσταση συντονισμού και το πλάτος ταλάντωσης του ταλαντωτή θα είναι μικρότερο από $0{,}2\ m$. Αυτό συμβαίνει μόνο στο διάγραμμα (α) που το πλάτος είναι $0{,}1\ m$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Μετά την κρούση η ακίνητη σφαίρα Β έχει ταχύτητα:

$$\upsilon_2{}' = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{5 \cdot m_1} = \frac{2}{5} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$

Υπολογίζουμε τώρα το λόγο της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Β μετά την κρούση, με την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α πριν την κρούση:

$$\frac{K_2{}'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2'^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2} = \frac{16}{25},\ \ K_2{}' = \frac{16}{25} \cdot K_1 \qquad (2)$$

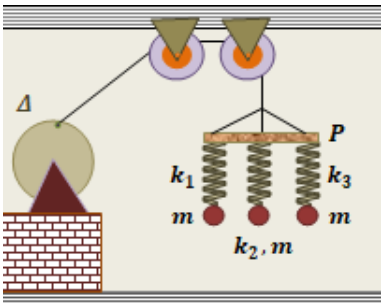
Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α που μεταβιβάστηκε κατά την κρούση στη σφαίρα Β είναι:

$$\pi = \frac{K_2{}'}{K_1} \cdot 100\% = 64\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στη διάταξη του σχήματος, ο κυκλικός δίσκος Δ, περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, με συχνότητα $f_\Delta = \frac{15}{\pi}$ Hz. Η περιστροφή του δίσκου Δ, εξαναγκάζει σε ταλάντωση τη ράβδο P, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου. Η ράβδος καθώς ταλαντώνεται, με κατάλληλη διάταξη παραμένει συνεχώς οριζόντια.



Από τη ράβδο P, κρέμονται τρία ιδανικά ελατήρια, που το καθένα στο κάτω μέρος του έχει κρεμασμένο ένα σφαιρίδιο. Και τα τρία σφαιρίδια είναι όμοια και έχουν μάζα $m = 100$ g το καθένα.

Οι σταθερές των τριών ελατηρίων είναι $k_1 = 30\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 60\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 90\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Από τα δεδομένα του πειράματος, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν πράγματι το εκτελούσαμε:

(α) Δεν θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) που θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού.

(β) Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος από τα άλλα δύο συστήματα.

(γ) Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος, σε σχέση με τα πλάτη που θα είχαν οι ταλαντώσεις του, σε άλλες συχνότητες περιστροφής του δίσκου Δ (διεγέρτη).

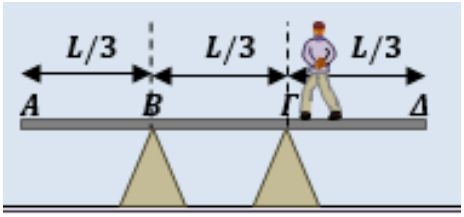
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ομογενής και ισοπαχής σανίδα $(A\Delta)$ μάζας M και μήκους L, στηρίζεται στα σημεία B και Γ, πάνω σε κατάλληλα στηρίγματα, ώστε να παραμένει οριζόντια και να ισχύει $(AB) = (B\Gamma) = (\Gamma\Delta) = \frac{L}{3}$, όπως στο σχήμα.



Ένας άνθρωπος μάζας m χρησιμοποιεί αυτή την σανίδα πατώντας πάνω της για μια εργασία. Η προϋπόθεση για να μπορεί ο άνθρωπος να πατήσει σε οποιοδήποτε σημείο της σανίδας, από το ένα άκρο της μέχρι το άλλο είναι:

(α) $M \geq m$, **(β)** $M \geq 2m$, **(γ)** $M \geq \frac{m}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Και τα τρία συστήματα ελατηρίου-μάζας (ταλαντωτές), εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με την ίδια συχνότητα, τη συχνότητα του διεγέρτη, δηλαδή τη συχνότητα περιστροφής του δίσκου Δ. Δηλαδή:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_\Delta = \frac{15}{\pi}\ \text{Hz}$$

Οι ιδιοσυχνότητες των τριών ταλαντωτών είναι:

$$f_{o1} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{30}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{5\cdot\sqrt{3}}{\pi}\ \text{Hz}$$

$$f_{o2} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{60}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{5\cdot\sqrt{6}}{\pi}\ \text{Hz}$$

$$f_{o3} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{90}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{15}{\pi}\ \text{Hz}$$

Παρατηρούμε ότι το σύστημα k_3, m βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού, αφού η συχνότητα του διεγέρτη και άρα της εξαναγκασμένης του ταλάντωσης, είναι ίση με την ιδιοσυχνότητά του και η σταθερά απόσβεσης είναι σχετικά μικρή. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα αυτό ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος, σε σχέση με τα πλάτη που θα παρουσίαζαν οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις του, με άλλες συχνότητες του διεγέρτη.

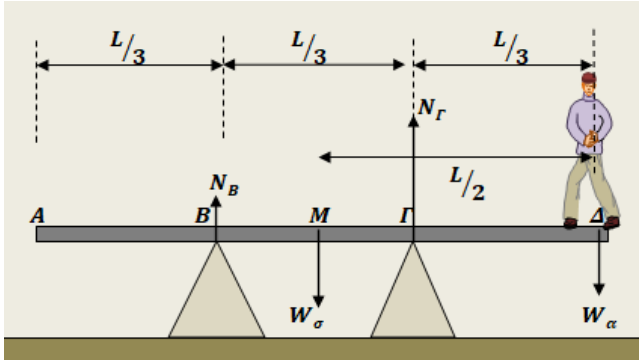
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Για να μπορεί να πατήσει ο άνθρωπος από το ένα άκρο μέχρι το άλλο, χωρίς να ανατρέπεται η σανίδα, αρκεί να μπορεί να πατήσει στο άκρο της, για παράδειγμα στο Δ και να μην ανατρέπεται η σανίδα, περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα στο σημείο Γ. Αυτό εξασφαλίζεται αν και σε αυτή τη θέση, εξακολουθεί η ράβδος να ασκεί δύναμη στο στήριγμα στο σημείο Β και να δέχεται δύναμη από αυτό (σχήμα).



Δηλαδή η συνθήκη είναι $N_B \geq 0$, όταν ο άνθρωπος πατάει στο άκρο Δ.

Ισορροπία ροπών ως προς Γ: $\Sigma\tau_\Gamma = W_\sigma \cdot (\frac{L}{2} - \frac{L}{3}) - W_\alpha \cdot \frac{L}{3} - N_B \cdot \frac{L}{3} = 0$

ή $N_B \cdot \frac{L}{3} = W_\sigma \cdot \frac{L}{6} - W_\alpha \cdot \frac{L}{3}$

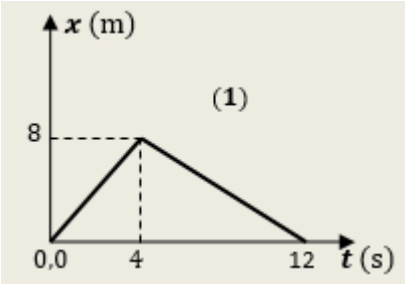
ή $N_B \cdot \frac{L}{3} = \frac{L}{3}\cdot\left(\frac{M}{2} - m\right)\cdot g,\ N_B = \left(\frac{M}{2} - m\right)\cdot g \geq 0,$

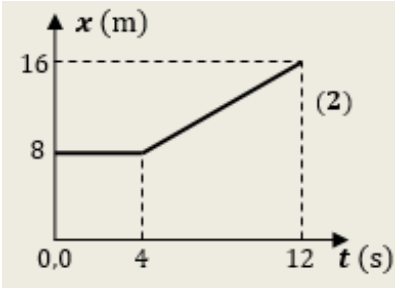
τελικά $\boldsymbol{M \geq 2m}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μεταλλικές σφαίρες, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η θέση x κάθε σφαίρας, στην ευθεία γραμμή που ορίζουν τα κέντρα τους, μετριέται από κοινή αρχή ($x = 0$), πάνω σε αυτή την ευθεία. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο Σχήμα (1) και του σώματος m_2 στο Σχήμα (2). Δίνεται ότι η χρονική διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.





Με τη βοήθεια των δύο αυτών διαγραμμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) Ελαστική , **(β)** Ανελαστική , **(γ)** Πλαστική

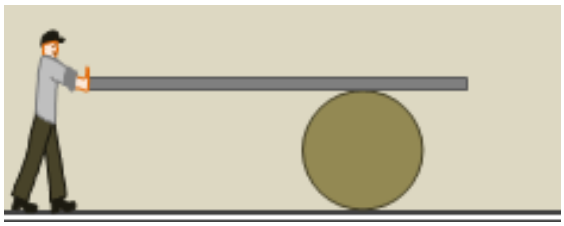
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας εργάτης χρησιμοποιεί ένα βαρέλι στην προσπάθειά του να μετακινήσει μια μακριά και βαριά σανίδα. Ο εργάτης κρατάει τη σανίδα από το ένα της άκρο, ενώ αυτή ακουμπάει στο βαρέλι, όπως στο σχήμα.



Στη διάρκεια αυτής της προσπάθειας, η σανίδα είναι συνεχώς οριζόντια, είναι συνεχώς σε επαφή με το βαρέλι χωρίς ποτέ να ολισθήσει πάνω σε αυτό και το βαρέλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Όταν το άκρο της σανίδας έχει μετατοπιστεί κατά 120 cm, το κέντρο του βαρελιού έχει μετατοπιστεί κατά:

(α) 120 cm **(β)** 60 cm **(γ)** 240 cm

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η σφαίρα μάζας m_1 βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$, ενώ η σφαίρα μάζας m_2, στη θέση $x_1 = 8\ \mathrm{m}$. Η σφαίρα m_2 είναι ακίνητη ενώ η m_1 κινείται προς την m_2 και η σύγκρουση συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$. Με τα στοιχεία των δύο διαγραμμάτων, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, πριν και μετά την κρούση:

Πριν την κρούση $\quad \upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{(8-0)\mathrm{m}}{(4-0)\mathrm{s}} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \qquad \upsilon_2 = 0$

Μετά την κρούση $\quad \upsilon_1{}' = \frac{\Delta x_1{}'}{\Delta t'} = \frac{(0-8)\mathrm{m}}{(12-4)s} = -1\ \frac{m}{s}, \quad \upsilon_2{}' = \frac{\Delta x_2{}'}{\Delta t'} = \frac{(16-8)\ \mathrm{m}}{(12-4)\ \mathrm{s}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

<u>1ος τρόπος:</u> Εφαρμόζουμε στην παραπάνω κρούση την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σφαιρών:

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}, \qquad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

Όπου αντικαθιστώντας τις τιμές των ταχυτήτων προκύπτει:

$$2 \cdot m_1 = -m_1 + m_2, \quad \boldsymbol{m_2 = 3 \cdot m_1}$$

Μπορούμε να συγκρίνουμε τις κινητικές ενέργειες του συστήματος των δύο σφαιρών, πριν και μετά την κρούση με ένα κλάσμα:

$$\frac{K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu}}{K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon'^2_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2} = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{m_1 \cdot \upsilon'^2_1 + 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon'^2_2} = \frac{4}{1 + 3 \cdot 1} = 1$$

Άρα η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι ίση με την κινητική του ενέργεια πριν από αυτή. Άρα η κεντρική αυτή κρούση είναι και ελαστική.

<u>2ος τρόπος:</u> Μπορούμε να διαπιστώσουμε πιο εύκολα ότι η κεντρική αυτή κρούση είναι ελαστική, αφού οι τιμές των των ταχυτήτων των δύο σφαιρών επαληθεύουν τη σχέση:

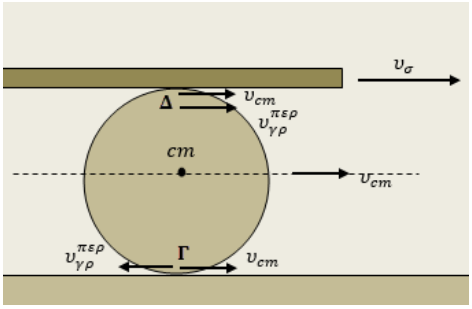
$$\upsilon_1 + \upsilon_1{}' = \upsilon_2 + \upsilon_2{}'$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4



2.2.Β. Κάποια χρονική στιγμή καθώς το βαρέλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, το κέντρο μάζας του έχει ταχύτητα μέτρου υ_{cm}. Την ίδια στιγμή τα σημεία της περιφέρεια του βαρελιού εξαιτίας της κυκλικής κίνησης που εκτελούν έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\gamma\rho}^{\pi\varepsilon\rho}$. Το κατώτερο σημείο Γ ενός κατακόρυφου κύκλου της περιφέρειας του βαρελιού συμμετέχει στη μεταφορική κίνηση του βαρελιού και έχει εξαιτίας της οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_{cm} με κατεύθυνση προς τα εμπρός και

στην κυκλική κίνηση της περιφέρειας και έχει εξαιτίας της ταχύτητα γραμμική μέτρου $\upsilon_{\gamma\rho}$ με κατεύθυνση προς τα πίσω. Η ταχύτητα του σημείου Γ είναι ίση με την ταχύτητα του δαπέδου, δηλαδή μηδέν αφού δεν παρατηρείται ολίσθηση:

$$\upsilon_{\Gamma} = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho} = 0, \quad \upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho} \qquad (1)$$

Το ανώτατο σημείο Δ του ίδιου κατακόρυφου κύκλου της περιφέρειας συμμετέχει επίσης στη μεταφορική κίνηση του βαρελιού αλλά και στην κυκλική κίνηση της περιφέρειας και πρέπει η ταχύτητά του τελικά να είναι ίση με την ταχύτητα της σανίδας εκείνη τη στιγμή, αφού δεν παρατηρείται ολίσθηση:

$$\upsilon_{\Delta} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_{\sigma} \qquad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι κάθε στιγμή για τα μέτρα των ταχυτήτων της σανίδας και του κέντρου του βαρελιού ισχύει η σχέση:

$$\upsilon_{\sigma} = 2 \cdot \upsilon_{cm}, \quad \frac{dx_{\sigma}}{dt} = 2 \cdot \frac{dx_{cm}}{dt}, \qquad dx_{\sigma} = 2 \cdot dx_{cm}$$

$$\Delta x_{\sigma} = \sum dx_{\sigma} = \sum 2 \cdot dx_{cm} = 2 \cdot \sum dx_{cm} = 2 \cdot \Delta x_{cm}$$

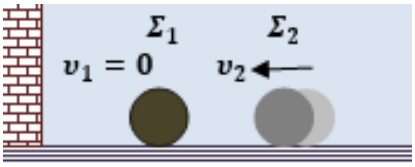
Τελικά $\qquad \Delta x_{cm} = \frac{\Delta x_{\sigma}}{2} = 60 \text{ cm}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο.

Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_2, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_1, όπως στην εικόνα.



Οι κρούσεις, τόσο μεταξύ των δύο σφαιρών, όσο και της σφαίρας Σ_1 με τον τοίχο, είναι κρούσεις κεντρικές και ελαστικές. Αν μετά την μεταξύ τους κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα αλλά τελικά συγκρούονται και δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:

(α) $m_1 < m_2$, **(β)** $3 \cdot m_2 > m_1 > m_2$, **(γ)** $m_1 > 3 \cdot m_2$

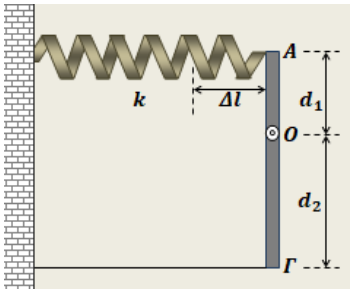
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος $A\Gamma$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από σημείο O της ράβδου, το οποίο απέχει από τα άκρα της αποστάσεις $(AO) = d_1$ και $(\Gamma O) = d_2$, για τις οποίες ισχύει η σχέση $d_2 = 2 \cdot d_1$. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και παράλληλη προς ένα κατακόρυφο τοίχο.



Δένουμε το άκρο Γ της ράβδου από τον τοίχο με ιδανικό νήμα έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Στη συνέχεια στερεώνουμε ένα ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k, με το ένα άκρο του στον τοίχο, με τον άξονά του κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Για να στερεώσουμε το άλλο άκρο του ελατηρίου στο άκρο A της ράβδου, ώστε αυτό να παραμένει κάθετο στον τοίχο αλλά και στη ράβδο, πρέπει να το επιμηκύνουμε κατά Δl, σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Έτσι η ράβδος διατηρείται ακίνητη και παράλληλη με τον τοίχο όπως φαίνεται στην κάτοψη του σχήματος. Σε αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η ράβδος δέχεται από τον άξονά της στο O, δύναμη $\vec{F}$, μέτρου:

(α) $F = k \cdot \Delta l$, **(β)** $F = 2 \cdot k \cdot \Delta l$, **(γ)** $F = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta l$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Για τις ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ τους , με τη σφαίρα μάζας m_1 αρχικά ακίνητη ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon_1{}' = \frac{2 \cdot m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2}\,, \quad \upsilon_2{}' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_2$$

Για να κινούνται μετά την κρούση οι δύο σφαίρες με αντίθετες κατευθύνσεις, πρέπει η αρχικά κινούμενη σφαίρα μάζας m_2 να αντιστρέψει τη φορά της κίνησής της. Δηλαδή οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}_2, \vec{\upsilon}_2{}'$ να είναι αντίρροπες, άρα οι αλγεβρικές τους τιμές $\upsilon_2, \upsilon_2{}'$να είναι ετερόσημες. Αυτό γίνεται αν ισχύει:

$$\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} < 0\,, \qquad \boldsymbol{m_2 < m_1}$$

Κατά την ελαστική κεντρική κρούση της σφαίρας μάζας m_1 με τον τοίχο, η ταχύτητά της γίνεται αντίθετη αυτής που είχε πριν την κρούση της μαζί του. Δηλαδή ισχύει:

$$\upsilon_1{}'' = -\upsilon_1{}' = -\frac{2 \cdot m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2}$$

Για να συγκρουστούν οι δύο σφαίρες ξανά πρέπει να ισχύει:

$$|\upsilon_1{}''| > |\upsilon_2{}'|\,, \quad \left|-\frac{2 \cdot m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2}\right| > \left|\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_2\right|$$

$$\text{ή } \frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot |\upsilon_2| > \left|\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right| \cdot |\upsilon_2|$$

και επειδή ισχύει $m_2 - m_1 < 0$ πρέπει $\frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} > \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$, $2 \cdot m_2 > m_1 - m_2$, $\boldsymbol{3 \cdot m_2 > m_1}$

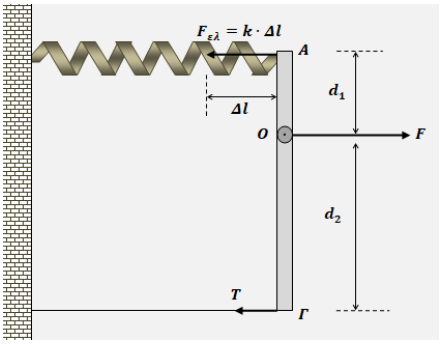
και τελικά $3 \cdot m_2 > m_1 > m_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4



2.2.Β. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων που δέχεται η ράβδος ως προς τον άξονα Ο. Στη συνθήκη αυτή δεν θα αναφέρουμε τις κατακόρυφες δυνάμεις του βάρους της ράβδου και της κατακόρυφης δύναμης στήριξης από το δάπεδο, οι οποίες εξουδετερώνονται μεταξύ τους, αλλά και ως παράλληλες με τον άξονα, δεν δημιουργούν ροπές. Δηλαδή:

$$\sum \tau_{(O)} = 0, \;\; k \cdot \Delta l \cdot d_1 = T \cdot d_2\,, \quad T = \frac{k \cdot \Delta l}{2}$$

Για τις τρείς οριζόντιες και παράλληλες δυνάμεις που δέχεται η ράβδος, εφαρμόζουμε και συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F = 0\,,\quad F = k \cdot \Delta l + T = k \cdot \Delta l + \frac{k \cdot \Delta l}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta l$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ απέχουν 4cm και δημιουργούν κύματα στην ήρεμη επιφάνεια νερού. Τα κύματα αυτά έχουν μήκος κύματος 2cm. Όλα τα σημεία της ευθείας που ορίζουν οι πηγές εκτός από αυτά που ανήκουν στο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τις πηγές

(α) είναι σημεία στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή.

(β) είναι σημεία στα οποία έχουμε αποσβεστική συμβολή.

(γ) είναι σημεία που εκτελούν ταλάντωση με ενδιάμεσο πλάτος.

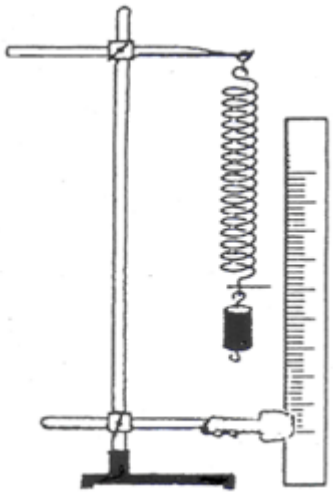
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δημιουργούμε στο εργαστήριο της Φυσικής την πειραματική διάταξη του σχήματος, όπου στην άκρη ενός ελατηρίου προσδένεται ένας μικρός κύλινδρος μάζας m. Ο κύλινδρος κρατιέται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας σε τέτοια θέση ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια, αφήνεται ελεύθερος από τη θέση αυτή και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσης είναι 20cm κάτω από την θέση που αφέθηκε το σώμα. Αν ληφθεί υπόψη ότι η τιμή της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$, η συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι



(α) $f = \frac{\pi}{5} Hz$, **(β)** $f = \frac{5\sqrt{2}}{2\pi} Hz$, **(γ)** $f = \frac{5}{\pi} Hz$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

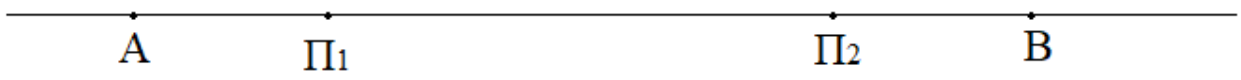
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι δύο πηγές $Π_1$ και $Π_2$ είναι $\lambda = 2cm$.

Αν πάρουμε ένα τυχαίο σημείο Α, αριστερά της πηγής $Π_1$, θα έχουμε:

$$(AΠ_1) - (AΠ_2) = -(Π_1Π_2) = -4cm = -2\lambda$$

Συνεπώς, όλα τα σημεία της ημιευθείας αριστερά της πηγής $Π_1$ είναι σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος (σημεία ενίσχυσης).

Αν πάρουμε ένα τυχαίο σημείο Β, δεξιά της πηγής $Π_2$, θα έχουμε:

$$(BΠ_1) - (BΠ_2) = (Π_1Π_2) = 4cm = 2\lambda$$

Συνεπώς, όλα τα σημεία της ημιευθείας δεξιά της πηγής $Π_2$ είναι σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος (σημεία ενίσχυσης).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ο κύλινδρος στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του δέχεται δύο δυνάμεις, το βάρος του W, κατακόρυφο προς τα κάτω και τη δύναμη ελατηρίου $F_{ελ}$ κατακόρυφη προς τα πάνω, οπότε έχουμε:

$$ΣF = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l} \quad (1)$$

όπου Δl, η απόσταση του κυλίνδρου στη θέση ισορροπίας από το φυσικό μήκος του ελατηρίου. Επειδή ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος από την αρχική του θέση θα ισχύει: $\Delta l = A \quad (2)$

όπου A, το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί ο κύλινδρος. Από (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{k}{m} = \frac{g}{A} \quad (3)$$

Επειδή το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσης (κάτω ακραία θέση) είναι 20cm κάτω από την θέση που αφέθηκε το σώμα (πάνω ακραία θέση) θα ισχύει: $2A = 20cm \Rightarrow A = 0{,}1m$.

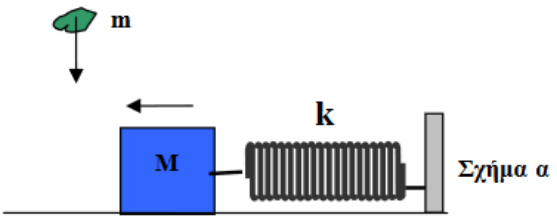
Η συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί ο κύλινδρος δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}} = \frac{5}{\pi}Hz$$

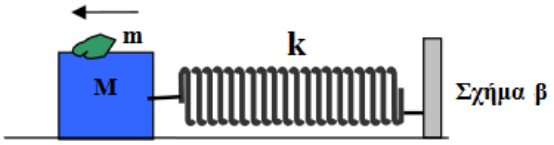
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο σχήμα α το σώμα μάζας Μ είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας m πέφτει κατακόρυφα από μικρό ύψος. Όταν το σώμα μάζας Μ περνά από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, το σώμα μάζας m συγκρούεται με αυτό δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα, όπως δείχνει το σχήμα β. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης Α΄ που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα



Σχήμα α



Σχήμα β

(α) είναι ίσο με το πλάτος Α.

(β) είναι μεγαλύτερο του πλάτους Α.

(γ) είναι μικρότερο του πλάτους Α.

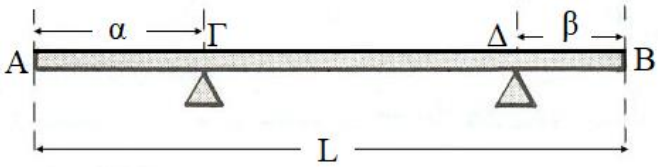
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους ℓ ισορροπεί στηριζόμενη στα σημεία Γ και Δ που απέχουν απόσταση α από το Α και β από το Β αντίστοιχα (όπως φαίνεται στο σχήμα). Οι δυνάμεις που δέχεται η σανίδα στα στηρίγματα Γ και Δ είναι T_1 και T_2 αντίστοιχα. Ο λόγος των δυνάμεων $\frac{T_1}{T_2}$ είναι:



(α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-2a}{L-2\beta}$, (β) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-2\beta}{L-2\alpha}$, (γ) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-\beta}{L-\alpha}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Έστω ότι τη στιγμή που περνά το σώμα μάζας Μ από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (θέση ισορροπίας της ταλάντωσης), έχει ταχύτητα υ_o. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. στον οριζόντιο άξονα της κίνησης του σώματος μάζας Μ κατά τη διάρκεια της κρούσης του με το σώμα μάζας m, έχουμε:

$$\vec{\mathrm{p}}_{\alpha\rho\chi} = \vec{\mathrm{p}}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \mathrm{M}\upsilon_o + 0 = (\mathrm{m}+\mathrm{M})V_o \Rightarrow V_o = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}}\upsilon_o \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας στη νέα ταλάντωση (ΑΔΕΤ) στη θέση της κρούσης (που παραμένει θέση ισορροπίας και για τη νέα ταλάντωση), έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(m+M){V_o}^2 + 0 \Rightarrow kA'^2 = (m+M)\frac{M^2}{(\mathrm{m}+\mathrm{M})^2}{\upsilon_o}^2 \Rightarrow$$

$$M\omega^2 A'^2 = \frac{M^2}{m+M}A^2\omega^2 \Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{M}{m+M}} \quad (2)$$

Για την παραγωγή της σχέσης (2) χρησιμοποιήσαμε τις σχέσεις $k = M\omega^2$, $\upsilon_o = A\omega$ και (1).

Από τη σχέση (2) παρατηρούμε ότι $A' < A$.

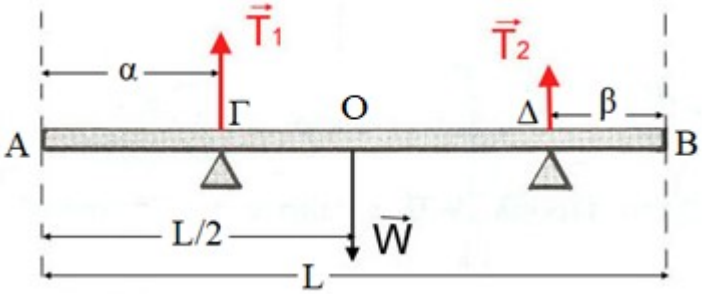
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η σανίδα είναι ομογενής, συνεπώς το κέντρο μάζας Ο βρίσκεται στο μέσο της. Εφόσον ισορροπεί η σανίδα η συνισταμένη των ροπών ως προς κάθε σημείο είναι μηδέν. Άρα έχουμε:



$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{T_1} + \vec{\tau}_{T_2} + \vec{\tau}_W = 0 \Rightarrow -T_1\cdot(L-a-\beta) + W\cdot\left(\frac{L}{2}-\beta\right) = 0 \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{\frac{L}{2}-\beta}{L-a-\beta}W \quad (1)$$

$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{T_1} + \vec{\tau}_{T_2} + \vec{\tau}_W = 0 \Rightarrow 0 + T_2\cdot(L-a-\beta) + (-W)\cdot\left(\frac{L}{2}-a\right) = 0 \Rightarrow$$

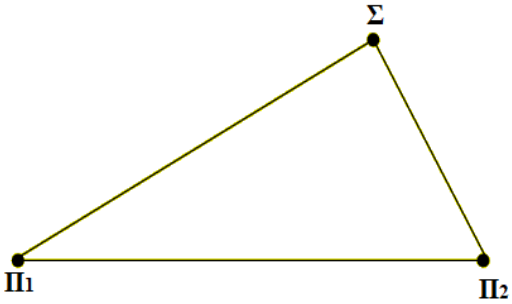
$$T_2 = \frac{\frac{L}{2}-a}{L-a-\beta}W \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\beta}{L - 2\alpha}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 ταλαντώνονται με βάση την εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου $y = A\eta\mu\omega t$ και παράγουν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται χωρίς απώλειες ενέργειας. Η κυματική διαταραχή που προέρχεται από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού τη χρονική στιγμή t_1 και ενώ η πηγή Π_2 έχει εκτελέσει $N_2 = 4$ ταλαντώσεις, ενώ η κυματική διαταραχή που προέρχεται από την πηγή Π_1 φτάνει στο ίδιο σημείο, τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$ όπου T, η περίοδος του κύματος. Μετά τη συμβολή των κυμάτων το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ θα είναι

(α) ίσο με A.

(β) μεγαλύτερο του A.

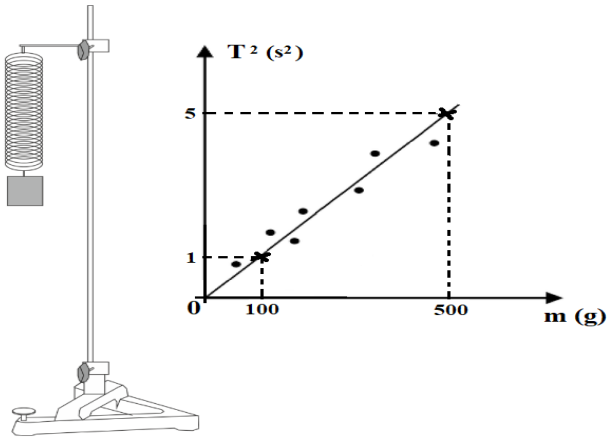
(γ) μικρότερο του A.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



2.2. Στο σχήμα βλέπουμε μια πειραματική διάταξη που αποτελείται από ένα ελατήριο με κατάλληλη βάση ανάρτησης, μερικά βαρίδια των *50g* και ένα χρονόμετρο. Παίρνουμε ένα βαρίδι, το συνδέουμε στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, θέτουμε το σύστημα ελατήριο-μάζα βαριδίου σε ταλάντωση και με το χρονόμετρο μετρούμε την περίοδο της ταλάντωσης. Τη διαδικασία αυτή επαναλαμβάνουμε μερικές φορές συνδέοντας στο κάτω άκρο του ελατηρίου διαφορετικό αριθμό βαριδίων. Στο τέλος, σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου της ταλάντωσης T^2 σε συνάρτηση με τη μάζα m, των βαριδίων. Η πειραματική αυτή διαδικασία στοχεύει στον προσδιορισμό της σταθεράς k του ελατηρίου, η οποία υπολογίζεται με τιμή

(α) $k = 2{,}5\ N/m$, **(β)** $k = 4\ N/m$, **(γ)** $k = 10\ N/m$

Για τον υπολογισμό της σταθεράς k του ελατηρίου να λάβετε υπόψη ότι $\pi^2 \cong 10$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η απόσταση $\Pi_2 B$ διανύεται από το κύμα σε χρόνο τεσσάρων ταλαντώσεων δηλαδή σε χρόνο $4T$, άρα είναι $\Pi_2 B = \upsilon t = \upsilon 4T = 4\lambda \quad (1)$

Η απόσταση $\Pi_1 B$ διανύεται σε χρόνο $t_2 = 4T + \frac{3T}{2} = \frac{11T}{2}$, άρα είναι $\Pi_1 B = \frac{11\lambda}{2} \quad (2)$ επειδή σε χρόνο T το κύμα διαδίδεται κατά ένα μήκος κύματος λ.

Οπότε από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $\Pi_1 B - \Pi_2 B = \frac{11\lambda}{2} - 4\lambda = \frac{3\lambda}{2}$

δηλαδή περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος, κατά συνέπεια το σημείο Σ παραμένει διαρκώς ακίνητο (σημείο απόσβεσης). Άρα, το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ θα είναι μηδέν.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Γνωρίζουμε ότι αν ένα σώμα μάζας m που είναι στερεωμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου και βρίσκεται σε ισορροπία, απομακρυνθεί από την θέση ισορροπίας του και αφεθεί ελεύθερο τότε θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση (η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα). Η περίοδος της αρμονικής ταλάντωσης για ένα ιδανικό ελατήριο είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (1)$$

Αν υψώσουμε στο τετράγωνο τη σχέση (1) καταλήγουμε:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m \qquad (2)$$

Από τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου της ταλάντωσης T^2 σε συνάρτηση με τη μάζα m, που έχουμε στο σχήμα, βρίσκουμε την κλίση της πειραματικής ευθείας

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = \frac{\Delta(T^2)}{\Delta m} = \frac{5-1}{0{,}5-0{,}1}\frac{s^2}{Kg} = 10\ s^2/Kg$$

Σύμφωνα με τη σχέση (2) η κλίση της ευθείας $T^2 - m$ είναι ίση με

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = \frac{4\pi^2}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2}{\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta} = 4N/m$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μια χορδή βιολιού με τα δύο άκρα της στερεωμένα, ταλαντώνεται με συχνότητα $f = 12\ Hz$. Στο σχήμα φαίνονται δύο στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος. Η θεμελιώδης συχνότητα της χορδής f_o, δηλαδή η μικρότερη συχνότητα για την οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα είναι

(α) μικρότερη των $4\ Hz$.

(β) ίση με $4\ Hz$.

(γ) μεγαλύτερη των $4\ Hz$.

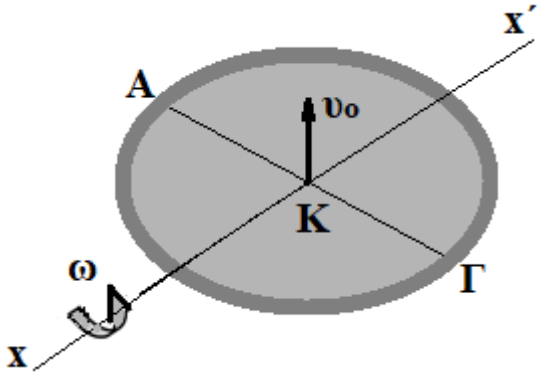
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει διάμετρο L. Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το κέντρο μάζας του Κ έχει αρχική ταχύτητα υ_o και το ένα άκρο Α μιας διαμέτρου του ΑΓ έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα xx΄ κάθετο στην ΑΓ που διέρχεται από το κέντρο μάζας του Κ. Το κέντρο μάζας Κ κινείται κατακόρυφα και φθάνει σταματώντας στιγμιαία σε ύψος h. Ο αριθμός N, των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας Κ φτάσει στο ύψος h είναι:



(α) $N = \frac{2h}{\pi L}$

(β) $N = \frac{h}{\pi L}$

(γ) $N = \frac{h}{2\pi L}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σε ένα στάσιμο κύμα είναι $\lambda/2$. Στο σχήμα παρατηρούμε ότι το μήκος της χορδής του βιολιού είναι:

$$L = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = 3\frac{c}{2f} \quad (1)$$

Η θεμελιώδης συχνότητα της χορδής f_o, δηλαδή η μικρότερη συχνότητα για την οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα θα αντιστοιχεί σε χορδή που το μήκος της θα είναι ίσο με $\lambda_o/2$. Άρα:

$$L = \frac{\lambda_o}{2} \Rightarrow L = \frac{c}{2f_o} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$3\frac{c}{2f} = \frac{c}{2f_o} \Rightarrow f_o = \frac{f}{3} = 4Hz$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Το σημείο Α εκτελεί σύνθετη κίνηση, μία μεταφορική και μία περιστροφική και τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας έχει μηδενική ταχύτητα, οπότε:

$$\upsilon_A = \upsilon_o - \omega\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{2\upsilon_o}{L} \quad (1)$$

Για την κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση του κέντρου μάζας Κ εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης από τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας μέχρι να φτάσει στο ύψος h:

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_o - gt \Rightarrow 0 = \upsilon_o - gt \Rightarrow t = \frac{\upsilon_o}{g} \quad (2) \qquad h = \upsilon_o t - \frac{1}{2}gt^2 \overset{(2)}{\Longrightarrow} \upsilon_o^2 = 2gh \quad (3)$$

Επειδή στο νόμισμα δεν ασκούνται ροπές κατά τη διάρκεια της κίνησής του η γωνιακή του ταχύτητα ω παραμένει σταθερή, συνεπώς η γωνία φ που περιστρέφεται με τη βοήθεια των σχέσεων (1), (2) και (3) είναι:

$$\varphi = \omega t = \frac{2\upsilon_o}{L}\cdot\frac{\upsilon_o}{g} \Rightarrow \varphi = \frac{2\upsilon_o^2}{Lg} \Rightarrow \varphi = \frac{4h}{L} \quad (4)$$

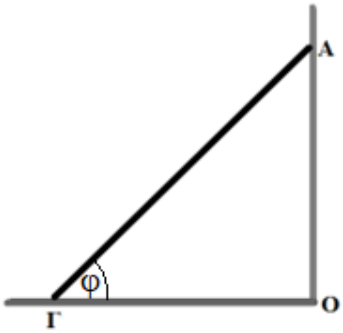
Άρα ο αριθμός N, των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας Κ φτάσει στο ύψος h, είναι:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} \overset{(4)}{\Longrightarrow} N = \frac{\frac{4h}{L}}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{2h}{\pi L}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ράβδος ΑΓ είναι ομογενής και ισορροπεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ακουμπώντας σε κατακόρυφο τοίχο και σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο σχηματίζει γωνία φ. Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει



(α) ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λείες επιφάνειες.

(β) ο τοίχος να είναι λεία επιφάνεια και το δάπεδο τραχύ με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.

(γ) το δάπεδο να είναι λεία επιφάνεια και ο τοίχος τραχύς με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε μια συσκευή κυματισμών του εργαστηρίου Φυσικής που αποτελείται από μια λεκάνη κυκλικής οριζόντιας διατομής, που περιέχει νερό που ηρεμεί, αφήνουμε να πέσει στο κέντρο της από μικρό ύψος μια σταγόνα νερό. Παρατηρούμε ότι στην επιφάνεια του νερού δημιουργείται κύμα με κυκλικά μέτωπα που διαδίδονται ως το τοίχωμα της λεκάνης. Με το χρονόμετρο μετράμε το χρόνο t_1 από τη στιγμή που έπεσε η σταγόνα νερού στη λεκάνη μέχρι να φτάσει το κύμα στο τοίχωμά της. Μετράμε επίσης τον αριθμό N των κορυφών που καταφθάνουν στο τοίχωμα σε συγκεκριμένο χρόνο t_2. Με ένα χάρακα μετράμε την απόσταση από το κέντρο της λεκάνης μέχρι το τοίχωμα και τη βρίσκουμε ίση με L. Το μήκος κύματος λ, των κυμάτων είναι:

(α) $\lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_1}{t_2}$, **(β)** $\lambda = \frac{N}{L} \cdot \frac{t_2}{t_1}$, **(γ)** $\lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_2}{t_1}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

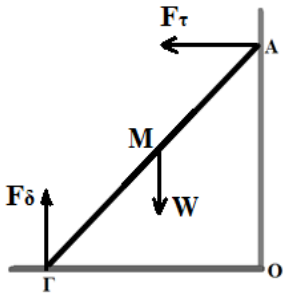
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

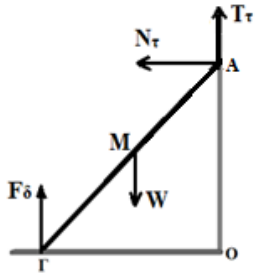
Μονάδες 4

2.1.Β. Υποθέτουμε ότι ο τοίχος και το δάπεδο είναι λείες επιφάνειες. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι αυτές που βλέπουμε στο σχήμα 1 (όπου F_τ, η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη ράβδο ΑΓ και είναι κάθετη στον τοίχο, F_δ, η δύναμη που ασκεί το δάπεδο στη ράβδο ΑΓ και είναι κάθετη στο δάπεδο και το βάρος W, της ράβδου στο μέσο Μ). Σ' αυτή την περίπτωση $\Sigma\vec{F} \neq 0$ (εφόσον στον οριζόντιο άξονα υπάρχει μόνο η δύναμη F_τ), οπότε η ράβδος ΑΓ δεν μπορεί να ισορροπήσει. Συνεπώς, η (α) πρόταση είναι λάθος.



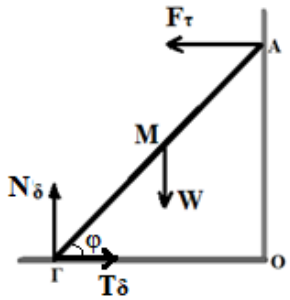
Σχήμα 1

Υποθέτουμε ότι το δάπεδο είναι λεία επιφάνεια και ο τοίχος έχει τριβή. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι αυτές που βλέπουμε στο σχήμα 2 (N_τ, η κάθετη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη ράβδο ΑΓ και T_τ, η στατική τριβή που ασκεί ο τοίχος στη ράβδο ΑΓ). Και σ' αυτή την περίπτωση $\Sigma\vec{F} \neq 0$ (εφόσον στον οριζόντιο άξονα υπάρχει μόνο η δύναμη N_τ), οπότε η ράβδος ΑΓ δεν μπορεί να ισορροπήσει. Συνεπώς, η (γ) πρόταση είναι λάθος.



Σχήμα 2

Υποθέτουμε ότι ο τοίχος είναι λεία επιφάνεια και το δάπεδο έχει τριβή. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι αυτές που βλέπουμε στο σχήμα 3 (N_δ, η κάθετη δύναμη που ασκεί το δάπεδο στη ράβδο ΑΓ και T_δ, η στατική τριβή που ασκεί το δάπεδο στη ράβδο ΑΓ). Σ' αυτή την περίπτωση η ράβδος ΑΓ μπορεί να ισορροπήσει εφόσον:



Σχήμα 3

i) $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_\tau = T_\delta \quad (1)$ και $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = N_\delta \quad (2)$

ii) $\Sigma\vec{\tau} = 0$, για παράδειγμα αν L, το μήκος της ράβδου ΑΓ, $\Sigma\vec{\tau}_\Gamma = 0 \Rightarrow$

$$-W\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + F_\tau L\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow W = 2\varepsilon\varphi\varphi \cdot F_\tau \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε:

$$N_\delta = 2\varepsilon\varphi\varphi \cdot T_\delta \Rightarrow N_\delta = 2\varepsilon\varphi\varphi \cdot \mu N_\delta \Rightarrow \mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Αν υ, η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων ισχύει: $\upsilon = \frac{L}{t_1} \quad (1)$

Η συχνότητα f, των κυμάτων είναι: $f = \frac{N}{t_2}$ (2)

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (2), έχουμε:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \lambda \cdot \frac{N}{t_2} \quad (3)$$

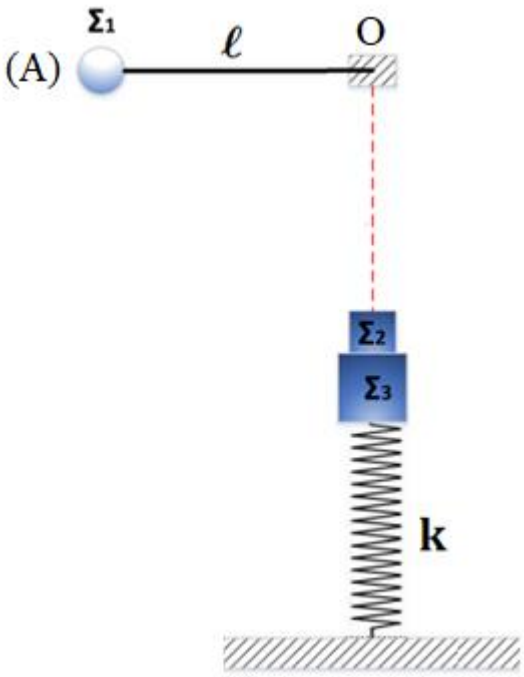
Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) καταλήγουμε:

$$\frac{L}{t_1} = \lambda \cdot \frac{N}{t_2} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_2}{t_1}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ είναι δεμένο σώμα Σ_3, μάζας $m_3 = 1Kg$. Πάνω στο σώμα Σ_3 και σε επαφή με αυτό βρίσκεται σώμα Σ_2, μάζας $m_2 = 3Kg$ και το σύστημα ισορροπεί. Σε ένα σημείο Ο πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου είναι δεμένο αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους $\ell = 0{,}8m$, στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε στερεώσει σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2Kg$. Φέρνουμε το νήμα με το σώμα Σ_1 στην οριζόντια θέση (Α) και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Όταν το νήμα γίνει κατακόρυφο, το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα.



4.1. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα Σ_3 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.

Μονάδες 8

4.3. Θεωρώντας ως χρονική στιγμή $t_o = 0$, τη στιγμή της κρούσης, αμελητέα τη διάρκεια της και θετική την φορά προς τα κάτω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{4}$s, την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_3.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10}$s, το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την κάθοδο του σώματος $Σ_1$ εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για να βρούμε την ταχύτητά του λίγο πριν την κρούση με το σώμα $Σ_2$:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = ΣW \Rightarrow \frac{1}{2}m_1υ_1^2 - 0 = m_1gℓ \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2gℓ} \Rightarrow υ_1 = 4\ \mathrm{m/s}$$

(Μονάδες 3)

Για την ελαστική κρούση ανάμεσα στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ ισχύει:

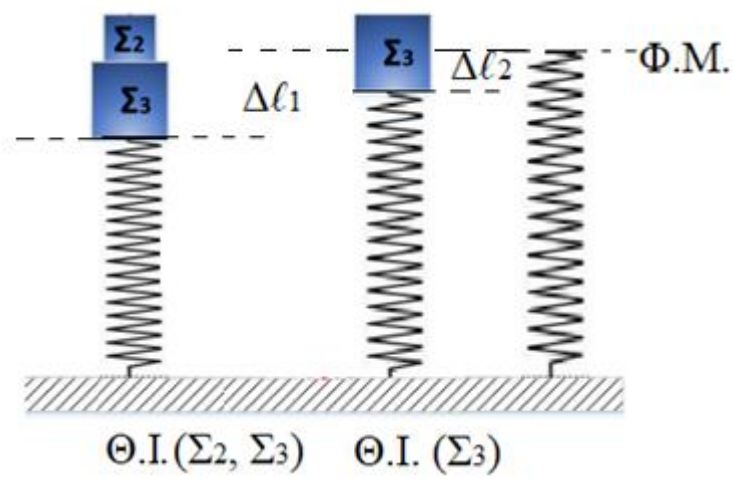
$$υ'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}υ_1 = -0{,}8\frac{m}{s} \quad (η\ κατεύθυνση\ του\ Σ_1\ προς\ τα\ αριστερά)$$

$$υ'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}υ_1 = 3{,}2\frac{m}{s} \quad (η\ κατεύθυνση\ του\ Σ_2\ προς\ τα\ δεξιά)$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.2. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$ το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $Δℓ_2$, οπότε:



$ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ} = W_3 \Rightarrow kΔℓ_2 = m_3g \Rightarrow$

$Δℓ_2 = \frac{m_3g}{k} = 0{,}1\ m$ (Μονάδες 2)

Στην αρχική ισορροπία των δύο σωμάτων (ακραία θέση της ταλάντωσης εφόσον τα σώματα είναι ακίνητα), το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $Δℓ_1$, οπότε:

$ΣF = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = W_3 + W_2 \Rightarrow kΔℓ_1 = (m_2 + m_3)g \Rightarrow Δℓ_1 = \frac{(m_2+m_3)g}{k} = 0{,}4\ m$ (Μονάδες 2)

Το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι: $A = Δℓ_1 - Δℓ_2 = 0{,}3\ m$ (Μονάδες 2)

Η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι: $T = 2π\sqrt{\frac{m_3}{k}} = \frac{π}{5}\ s$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 8

4.3. Η σχέση της απομάκρυνσης με το χρόνο στην απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος $Σ_3$ είναι της μορφής: $x = Aημ(ωt + φ_o)$. Η γωνιακή συχνότητα δίνεται από τη σχέση: $ω = \frac{2π}{T} = 10r/s$.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα $Σ_3$ ξεκινά την ταλάντωση από την θέση $x = +A$ (θετική φορά προς τα κάτω), οπότε έχουμε: $+A = Aημφ_o \Rightarrow ημφ_o = +1 \Rightarrow φ_o = \frac{π}{2}\ rad$ (αρχική φάση).

Συνεπώς, η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$x = 0{,}3ημ\left(10t + \frac{π}{2}\right) \quad S.I.$$ (Μονάδες 3)

Για τη χρονική στιγμή $t = \frac{π}{4}$s βρίσκουμε $x = 0$ (Θ.Ι. ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$), οπότε το σώμα $Σ_3$ έχει τη μέγιστη ταχύτητα $υ = υ_{max} = Aω = 3\ m/s$. Άρα η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_3$ είναι:

$$K = \frac{1}{2} m_3 \upsilon^2 = 4{,}5\, J \quad \text{(Μονάδες 3)}$$

Μονάδες 6

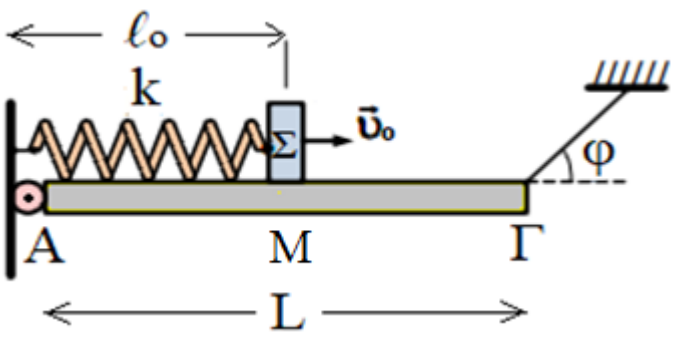
4.4. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10} s = \frac{T}{2}$ το σώμα Σ_3 θα βρεθεί στην άλλη ακραία του θέση ($x = -A$). Συνεπώς, η παραμόρφωση (επιμήκυνση) του ελατηρίου θα είναι: $\Delta\ell = A - \Delta\ell_2 = 0{,}2\, m$.

Άρα το μέτρο της δύναμης ελατηρίου είναι:

$$F_{\varepsilon\lambda} = k\Delta\ell = 20\, N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 4Kg$, μήκος $L = 4m$ και ισορροπεί. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α και δεμένη με νήμα στο άκρο Γ. Το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^o$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο τοποθετείται σύστημα που αποτελείται από ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, και σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$, στερεωμένο στη δεξιά άκρη του ελατηρίου (η αριστερή άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη στον κατακόρυφο τοίχο πάνω από την άρθρωση). Το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται στο μέσο Μ της ράβδου ΑΓ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_o. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 10m/s$ προς τα δεξιά. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος έχει την κατάλληλη τιμή ώστε η απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ να γίνεται χωρίς τον κίνδυνο να κοπεί το νήμα να υπολογίσετε:

4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

Μονάδες 6

4.2. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 7

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = \frac{3\pi}{10}$s.

Μονάδες 7

4.4. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 52{,}5N$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

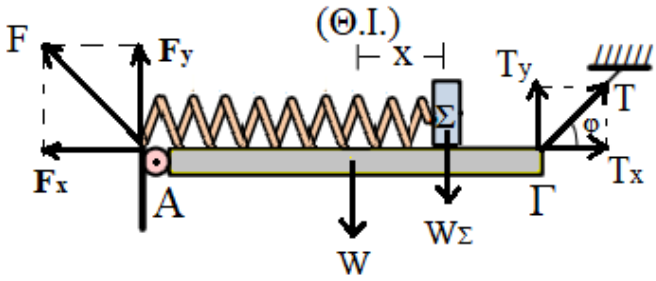
ΘΕΜΑ 4

4.1. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα Σ βρίσκεται στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, συνεπώς βρίσκεται στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) της ταλάντωσης που θα εκτελέσει. Συνεπώς έχει τη μέγιστη ταχύτητα, δηλαδή, $\upsilon_o = \upsilon_{max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{\upsilon_o}{\omega}$ (1)

όπου ω, η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης που δίνεται από τη σχέση $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_\Sigma}} = 10\, rad/s$. Άρα από τη σχέση (1) βρίσκουμε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ, $A = 1\, m$.

Μονάδες 6

4.2. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος της W που ασκείται στο μέσο της (η ράβδος είναι ομογενής), η δύναμη T (τάση του νήματος), η δύναμη F (από την άρθρωση) και η δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στη ράβδο που είναι ίση με το βάρος του W_Σ.



Έστω ότι το σώμα Σ βρίσκεται στη θέση όπου η απομάκρυνση της ταλάντωσής του είναι x (θετική φορά επιλέγεται η φορά προς τα δεξιά).

Για να ισορροπεί η ράβδος πρέπει:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_F + \tau_W + \tau_{W_\Sigma} + \tau_T = 0 \Rightarrow$$

$$0 - W \cdot \frac{L}{2} - W_\Sigma \cdot \left(\frac{L}{2} + x\right) + T_y \cdot L = 0 \Rightarrow$$

$$-10(2 + x) - 80 + 4T\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$T = 50 + 5x \quad (S.I.) \qquad (2)$$

όπου $-1 \leq x \leq +1$.

Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ προκύπτει από τις ακραίες θέσεις που θα βρεθεί το σώμα Σ ($x = +A$ και $x = -A$ αντίστοιχα). Συνεπώς,

$$T_{max} = 55\, N \quad \kappa\alpha\iota \;\; T_{min} = 45\, N$$

Μονάδες 7

4.3. Η σχέση της απομάκρυνσης με το χρόνο στην απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος Σ είναι της μορφής: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα Σ ξεκινά την ταλάντωση από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα δεξιά (θεωρούμε θετική φορά τη φορά προς τα δεξιά), οπότε η αρχική του φάση είναι $\varphi_o = 0$. Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$x = \eta\mu 10t \quad (S.I.) \qquad (3)$$

Για τη χρονική στιγμή $t = \frac{3\pi}{10}$ s βρίσκουμε $x = 0$, οπότε από τη σχέση (2) προκύπτει: $T = 50\, N$.

Εφόσον ισορροπεί η ράβδος πρέπει $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \Sigma F_y = 0$.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_x \Rightarrow F_x = T\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x = 25\sqrt{3}\, N$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y = W + W_\Sigma \Rightarrow F_y = 50 - T\eta\mu\varphi \Rightarrow F_y = 25\, N$$

Επομένως το μέτρο της δύναμης F, που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση είναι:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = 50\ N$$

Μονάδες 7

4.4. Τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα το σώμα Σ βρίσκεται σε απομάκρυνση x_1, που υπολογίζεται από τη σχέση (2), δηλαδή:

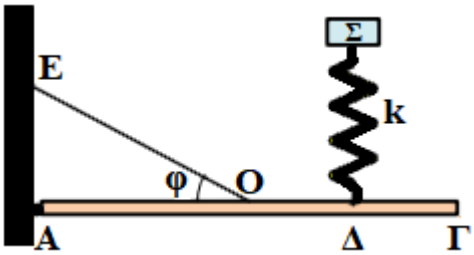
$$T_{\theta\rho} = 50 + 5x_1 \Rightarrow\ x_1 = 0{,}5m$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας στην ταλάντωση (ΑΔΕΤ) έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_\Sigma {\upsilon_1}^2 + \frac{1}{2}k{x_1}^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{k(A^2 - {x_1}^2)}{m_\Sigma}} \Rightarrow \upsilon_1 = 5\sqrt{3}\ m/s$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 6Kg$, μήκος L και ισορροπεί στηριζόμενη σε άρθρωση στη μία άκρη Α και σε νήμα ΟΕ το οποίο είναι δεμένο στο μέσο της Ο και σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^o$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο και στο σημείο Δ, του οποίου η απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου είναι $L/4$, είναι στερεωμένο ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, στο πάνω μέρος του οποίου ισορροπεί σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική φορά για την ταλάντωση τη φορά προς τα πάνω να υπολογίσετε:

4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

Μονάδες 6

4.2. τη μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 8

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή όπου η τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ παίρνει την ελάχιστη τιμή.

Μονάδες 6

4.4. την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60}$s.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

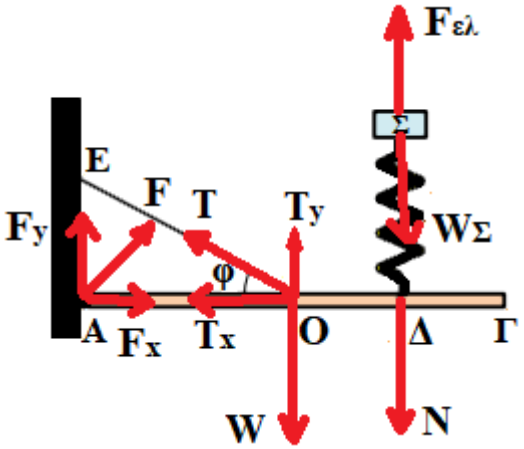
4.1. Αρχικά το σώμα Σ ισορροπεί πάνω στο ελατήριο υπό την επίδραση των δυνάμεων του βάρους του W_Σ και της δύναμης του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$, οπότε αν $\Delta\ell$, η παραμόρφωση του ελατηρίου θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_\Sigma \Rightarrow \mathrm{k}\Delta\ell = m_\Sigma g \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}1\ m$$

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα Σ βρίσκεται στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, συνεπώς βρίσκεται στην θετική ακραία θέση της ταλάντωσης που θα εκτελέσει (σύμφωνα με την θετική φορά προς τα πάνω για την ταλάντωση). Συνεπώς το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ είναι: $A = \Delta\ell = 0{,}1\ m$.

Μονάδες 6

4.2. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος της W που ασκείται στο μέσο της (η ράβδος είναι ομογενής), η δύναμη T (τάση του νήματος), η δύναμη F (από την άρθρωση) και η δύναμη N, που ασκεί το ελατήριο στη ράβδο και που το μέτρο της είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$.



Έστω ότι το σώμα Σ βρίσκεται σε μια τυχαία θέση πάνω από τη θέση ισορροπίας του όπου η απομάκρυνση της ταλάντωσής του είναι x (απόσταση από την θέση ισορροπίας του). Εφόσον το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πρέπει:

$$\Sigma F = -Dx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_\Sigma = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_\Sigma g - kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 10 - 100x \quad (S.I.) \qquad (1)$$

όπου $-0{,}1 \le x \le +0{,}1$.

Για να ισορροπεί η ράβδος πρέπει:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_F + \tau_W + \tau_N + \tau_T = 0 \Rightarrow$$

$$0 - W \cdot \frac{L}{2} - N \cdot \left(L - \frac{L}{4}\right) + T_y \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow T\eta\mu\varphi \cdot \frac{L}{2} = mg \cdot \frac{L}{2} + F_{\varepsilon\lambda} \cdot \frac{3L}{4} \Rightarrow$$

$$T = 120 + 3F_{\varepsilon\lambda} \quad (S.I.) \qquad (2)$$

Αν λάβουμε υπόψη τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε:

$$T = 150 - 300x \quad (S.I.) \qquad (3)$$

όπου $-0{,}1 \le x \le +0{,}1$.

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ προκύπτει όταν το σώμα Σ βρεθεί στην κάτω ακραία του θέση $(x = -A)$. Συνεπώς,

$$T_{max} = 180\ N$$

Μονάδες 8

4.3. Η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ προκύπτει όταν το σώμα Σ βρεθεί στην πάνω ακραία του θέση $(x = +A)$, δηλαδή λόγω της σχέσης (3)

$$T = T_{min} = 120\ N$$

Εφόσον ισορροπεί η ράβδος πρέπει $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad \kappa\alpha\iota \quad \Sigma F_y = 0.$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_x \Rightarrow F_x = T\sigma\upsilon\nu\nu\varphi \Rightarrow F_x = 60\sqrt{3}\,N$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y = W + N \Rightarrow F_y = W + F_{\varepsilon\lambda} - T\eta\mu\varphi \Rightarrow F_y = 0$$

Επομένως το μέτρο της δύναμης F, που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση είναι:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = 60\sqrt{3}\,N$$

Μονάδες 6

4.4. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_\Sigma}} = 10\,rad/s.$

Η σχέση της απομάκρυνσης με το χρόνο στην απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος Σ είναι της μορφής: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, το σώμα Σ ξεκινά την ταλάντωση από την θετική ακραία του θέση, οπότε $+A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}$. Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I.) \qquad (4)$$

Για τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60}$ s βρίσκουμε $x = 0{,}05\sqrt{3}\,m.$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας στην ταλάντωση (ΑΔΕΤ) έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = K + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \mathrm{K} = 0{,}125\,J$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Άκαμπτη ομογενής σανίδα ΑΓ, μήκους $L = 3m$ και βάρους $W = 200N$ στηρίζεται στο σημείο Δ σε ένα υποστήριγμα (δ) και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, ΑΖ, όπως στο σχήμα. Στο άκρο Α της σανίδας έχει στερεωθεί ακλόνητα σφαίρα, βάρους $W_1 = 100N$, οπότε η τάση του νήματος ΑΖ ισούται με μηδέν.

4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση $(A\Delta) = d$.

Μονάδες 6

4.2. Στη σανίδα και στο άλλο άκρο της Γ τοποθετούμε σώμα (σ), βάρους $W_\sigma = 200N$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα συνεχίζει να ισορροπεί, να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα (δ). Το νήμα θα κοπεί ή όχι; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Δίνεται το όριο θραύσης του νήματος $T_{\theta\rho} = 500N$.

Μονάδες 7

4.3. Μεταφέρουμε το σώμα (σ) από τη θέση Γ στο μέσο της σανίδας. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η σανίδα ισορροπεί.

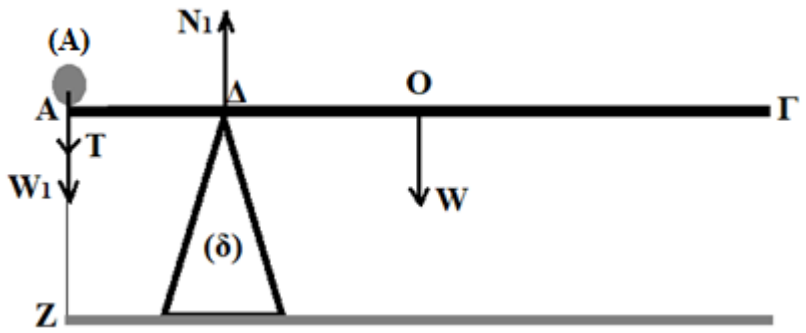
Μονάδες 5

4.4. Επαναφέρουμε το σώμα (σ) στο άκρο Γ της σανίδας και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε σ' αυτό μία κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $F = 20 + 5t \quad (S.I.)$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα ισορροπεί, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το νήμα θα κοπεί.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.

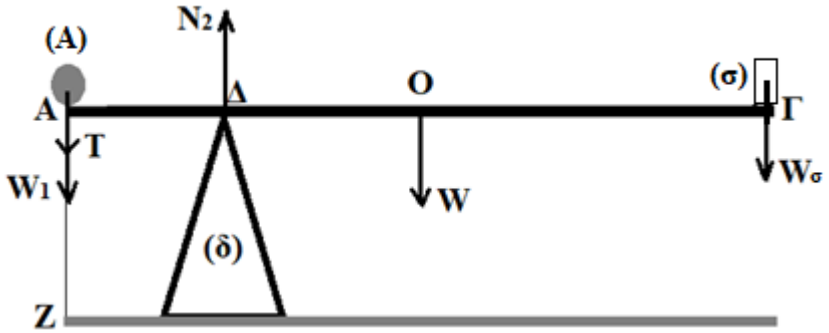


Στη σανίδα ΑΓ ασκούνται: η δύναμη που ασκεί η σφαίρα στη σανίδα που είναι ίση με το βάρος W_1, το βάρος της σανίδας W, που ασκείται στο μέσο της Ο επειδή είναι ομογενής, η τάση του νήματος T, που είναι μηδενική και η δύναμη N_1 από το υποστήριγμα (δ). Η σανίδα ισορροπεί οπότε:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow W_1 \cdot d - W \cdot \left(\frac{L}{2} - d\right) = 0 \Rightarrow d = 1\ m$$

Μονάδες 6

4.2.



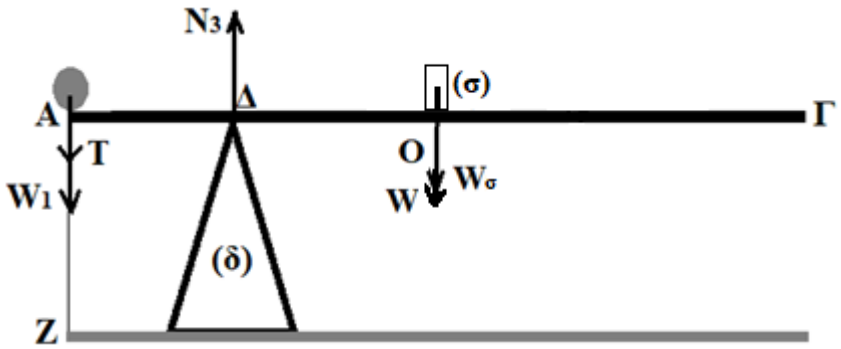
Στη σανίδα τώρα προστίθεται η δύναμη που ασκεί το σώμα (σ) που είναι ίση με το βάρος του W_σ, η τάση του νήματος T, που είναι μη μηδενική και η δύναμη N_2 από το υποστήριγμα (δ). Η σανίδα ισορροπεί οπότε:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow N_2 \cdot d - W \cdot \frac{L}{2} - W_\sigma \cdot L = 0 \Rightarrow N_2 = 900\ N$$

Αλλά $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - T - W_1 - W - W_\sigma = 0 \Rightarrow T = 400N$, οπότε παρατηρούμε ότι $T < T_{\theta\rho}$, συνεπώς το νήμα δεν κόβεται.

Μονάδες 7

4.3.

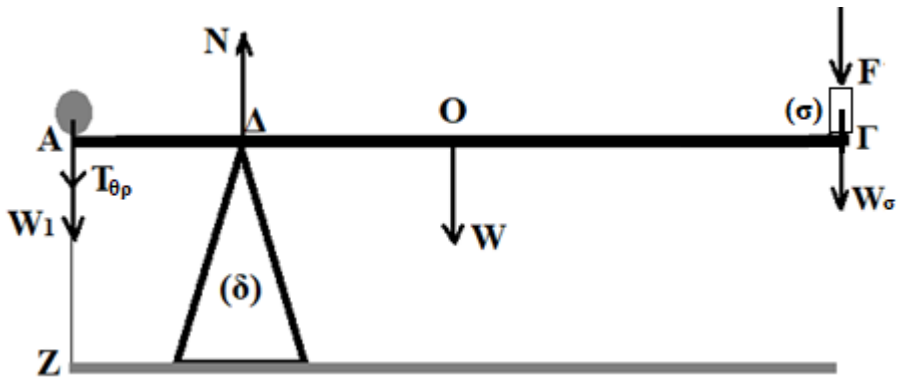


Η σανίδα ισορροπεί οπότε έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow W_1 \cdot d + T \cdot d - (W + W_\sigma) \cdot \left(\frac{L}{2} - d\right) = 0 \Rightarrow T = 100\ N$$

Μονάδες 5

4.4.



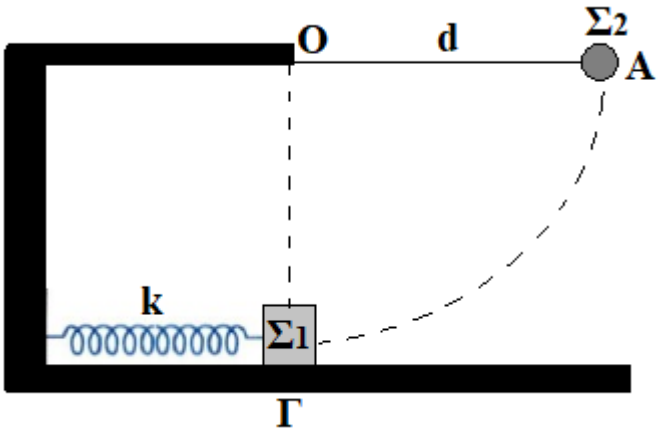
Η δύναμη που ασκείται στο σημείο Γ της σανίδας είναι ίση με το άθροισμα του βάρους W_σ του σώματος (σ) και της δύναμης F. Η τάση του νήματος στην οριακή στιγμή που θα κοπεί το νήμα θα πάρει την τιμή $T = T_{\theta\rho}$. Η σανίδα ισορροπεί οπότε έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow W_1 \cdot d + T_{\theta\rho} \cdot d - W \cdot \left(\frac{L}{2} - d\right) - (W_\sigma + F) \cdot (L - d) = 0 \Rightarrow F = 50\ N$$

Από τη σχέση $F = 20 + 5t$, για $F = 50\ N$ βρίσκουμε $t = 6s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3\ Kg$ ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\ Kg$ και αμελητέων διαστάσεων, είναι προσδεμένο με νήμα μη εκτατό, που το άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σε σταθερό σημείο Ο, με το νήμα σε οριζόντια θέση. Το μήκος του νήματος είναι $d = 0{,}8\ m$. Αφήνουμε το σώμα Σ_2 ελεύθερο από τη θέση Α να κινηθεί και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_1. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1 = 0{,}2\ m$.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη σταθερά k του ελατηρίου.

Μονάδες 7

4.2. το ύψος h που θα φτάσει το σώμα Σ_2 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του και το σώμα κινείται προς τα δεξιά**.**

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του Σ_2 ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα Σ_1, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_2.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Γ για την κίνηση του σώματος $Σ_2$, έχουμε:

$$K_A + U_A = K_Γ + U_Γ \Rightarrow 0 + m_2 gd = \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 \Longrightarrow υ_2 = \sqrt{2gd} \Rightarrow υ_2 = 4\ m/s$$

Για την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ στην κεντρική ελαστική κρούση του με το σώμα $Σ_2$ έχουμε:

$$υ'_1 = \frac{2m_2 υ_2}{m_1 + m_2} = 2\ m/s$$

Όμως η ταχύτητα $υ'_1$ είναι η μέγιστη ταχύτητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$, αφού βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, άρα:

$$υ'_1 = ωA_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot A_1 \Longrightarrow k = \frac{m_1 \cdot {υ'_1}^2}{A_1^2} \Longrightarrow k = 300\ N/m$$

Μονάδες 7

4.2. Για την ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ στην κεντρική ελαστική κρούση του με το σώμα $Σ_1$ έχουμε:

$$υ'_2 = \frac{(m_2 - m_1)υ_2}{m_1 + m_2} = -2\ m/s$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση του μέχρι το μέγιστο ύψος h που θα φτάσει και έχουμε:

$$K_{2A} + U_{2A} = K'_2 + U'_2 \Longrightarrow \frac{1}{2} m_2 {υ'}_2^2 + 0 = 0 + m_2 gh \Longrightarrow h = \frac{{υ'}_2^2}{2g} \Longrightarrow h = 0{,}2\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Στη θέση που το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του, δηλαδή $Δl = \frac{A_1}{2} = 0{,}1\ m$ και το σώμα κινείται προς τα δεξιά έχουμε: $x = -\frac{A_1}{2} = -0{,}1\ m$, η δύναμη του ελατηρίου είναι προς τα δεξιά, καθώς και η ταχύτητα του σώματος, επομένως το σώμα κινείται προς τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, πράγμα που σημαίνει ότι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μειώνεται, έτσι ο ρυθμός μεταβολής της είναι αρνητικός, άρα

$$\frac{dU_{ελατ.}}{dt} = \frac{-dW_{F_{ελ.}}}{dt} = \frac{-F_{ελ.} \cdot dx}{dt} = -F_{ελ.} \cdot υ = -kΔl \cdot υ \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας στην ταλάντωση (ΑΔΕΤ), οπότε έχουμε:

$$\frac{1}{2} m_1 υ^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k{A_1}^2 \Longrightarrow υ = \sqrt{\frac{k}{m_1} \cdot (A_1^2 - x^2)} = \sqrt{3}\ m/s$$

οπότε από τη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$\frac{dU_{ελατ.}}{dt} = -30\sqrt{3}\ J/s$$

Μονάδες 7

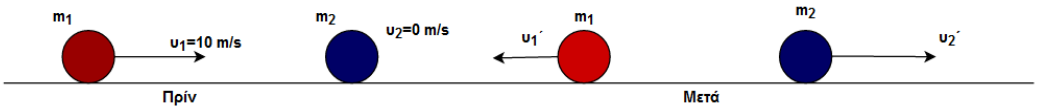
4.4. Η στροφορμή $\vec{L}_2$ του σώματος Σ_2 ως προς τον άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_2 έχει φορέα τον άξονα $z'z$, με φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα και μέτρο:

$$L_2 = m_2 \upsilon_2 d \;\Rightarrow\; L_2 = 3{,}2\, Kg \cdot m^2/s$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σφαίρες όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου με μάζες $m_2 = 3m_1$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά μεταξύ τους. Η εικόνα τους πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη σφαίρα κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\frac{m}{sec}$ ενώ η δεύτερη είναι ακίνητη $\upsilon_2 = 0$.



Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

(α) 75% , (β) 50% , (γ) 10%

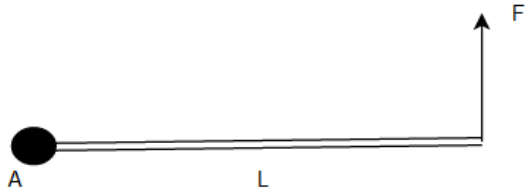
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η οριζόντια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους L του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Α. Αν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βοήθεια της δύναμης $\vec{F}$ τότε:



(α) $F = 2mg$, **(β)** $F = mg$, **(γ)** $F = \frac{mg}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

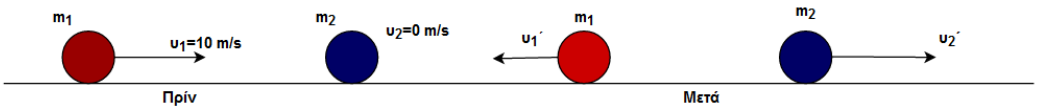
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και η δεύτερη σφαίρα είναι αρχικά ακίνητη η ταχύτητά της υ_2' θα είναι μετά την κρούση:



$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\,\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1}\,\upsilon_1 = \frac{2m_1}{4m_1}\,\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{2} = 5\,\frac{m}{sec}$$

Επομένως το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

$$\frac{K_{2\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{1\pi\rho\acute{\iota}\nu}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^{\,2}}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} \cdot 100\% = \frac{3m_1}{m_1} \cdot \frac{5^2}{10^2} \cdot 100\% = 75\%$$

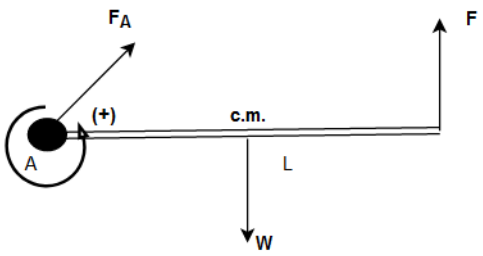
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στην ράβδο. Η δύναμη από τον άξονα $\vec{F}_A$, το βάρος της ράβδου $\vec{W}$ και η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$.



Επειδή έχουμε ισορροπία θα έχουμε για την συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς τον άξονα που διέρχεται από το A:

Ορίζουμε θετική φορά περιστροφής αντίθετη με εκείνη της φοράς των δεικτών του ρολογιού.

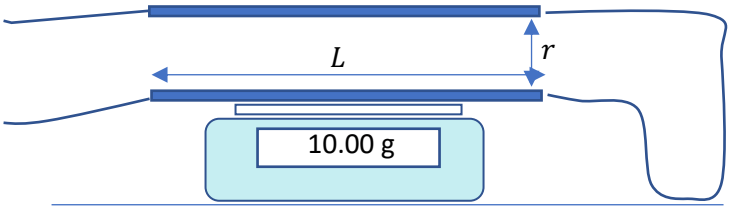
$$\Sigma\tau = 0 \qquad \text{ή} \qquad \tau_F + \tau_W + \tau_{F_A} = 0 \qquad \text{ή}$$

$$F \cdot L - W \cdot \frac{L}{2} + 0 = 0 \quad \text{ή} \quad F = \frac{\mathrm{W}}{2}$$

$$\text{ή} \ F = \frac{m\mathrm{g}}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4



Μεταλλική ράβδος μήκους $L = 0{,}5\,m$ τοποθετείται πάνω σε ψηφιακό ζυγό σχολικού εργαστηρίου, ώστε η ένδειξη του ζυγού να είναι ίση με τη μάζα της ράβδου $m = 10{,}00\,g$. Η ράβδος είναι συνδεδεμένη με πολύ ελαφριά καλώδια με άλλη ράβδο, στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα ώστε η απόσταση των δύο ράβδων είναι $r = 1\,cm$. Στη συγκεκριμένη άσκηση θεωρούμε $g = 10\,m/s^2$

Κάποια στιγμή ρεύμα αρχίζει να διαρρέει το σύστημα.

4.1. Εξηγήστε αν η ένδειξη του ζυγού θα αυξηθεί ή θα μειωθεί.

Μονάδες 6

4.2. Γράψτε την εξίσωση που συνδέει την ένδειξη του ζυγού με τη μάζα και τη δύναμη Laplace ανάμεσα στους αγωγούς.

Μονάδες 6

4.3. Η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή, αλλά δίνεται από την εξίσωση $I = 0{,}1 + 0{,}1t$ όπου το t είναι σε s και το I σε ampere. Γράψτε την εξίσωση που δίνει την ένδειξη του ζυγού σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 7

4.4. Υπολογίστε σε πόσο χρόνο θα περιμέναμε η ένδειξη του ζυγού να αυξηθεί κατά 10 % σε σχέση με την αρχική της τιμή. Σχολιάστε αν αυτό είναι ένα ρεαλιστικό ενδεχόμενο.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Η ένδειξη θα αυξηθεί. (2 μονάδες)

Οι δύο αγωγοί ανήκουν στο ίδιο κύκλωμα και διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης, αλλά αντίθετης φοράς (αν το ρεύμα έχει φορά δεξιά στον επάνω αγωγό, συνεχίζοντας στο κύκλωμα, θα έχει φορά προς τα αριστερά στον κάτω αγωγό, ή το αντίθετο). (2 μονάδες)

Ως αποτέλεσμα της αντίθετης φοράς του ρεύματος, οι ράβδοι απωθούνται, επομένως η κάτω ράβδος ασκεί στον ζυγό δύναμη αυξημένη σε σχέση με το βάρος της και η ένδειξη του ζυγού αυξάνεται. (2 μονάδες)

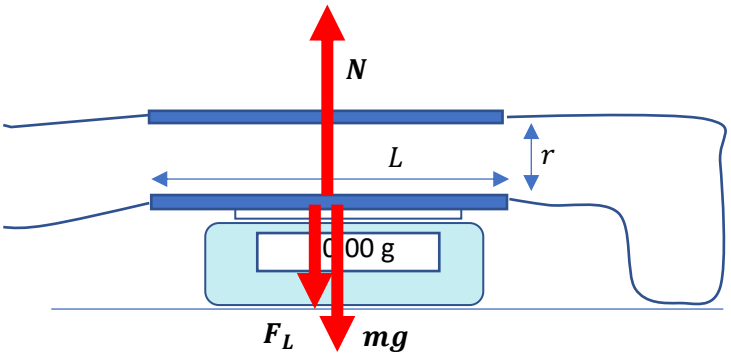
Μονάδες 6

4.2.

Η κάθετη αντίδραση στην κάτω ράβδο προκύπτει από την ισορροπία της:

$$N = F_L + mg$$

(2 μονάδες)



Ο ζυγός δείχνει τιμή που προκύπτει από την αντίδραση $N' = N$ η οποία ασκείται από τη ράβδο στον ζυγό.

(2 μονάδες)

Η ένδειξη είναι αυτή της αντίστοιχης μάζας και σε γραμμάρια, οπότε (υποθέτοντας πως η μάζα είναι σε μονάδες SI, δηλαδή kg):

$$\text{Ένδειξη} = \frac{N'}{g}1000 = \frac{F_L + mg}{g}1000$$

(2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.3.

Η δύναμη Laplace ανάμεσα στους δύο παράλληλους αγωγούς είναι

$$F_L = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi r}$$

Άρα η ένδειξη είναι

$$\text{Ένδειξη} = \frac{F_L + mg}{g}1000 = \frac{\frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi r} + mg}{g}1000 = \frac{\frac{4\pi 10^{-7}(0{,}1 + 0{,}1t)^2 0{,}5}{2\pi 0{,}01} + 0{,}010 \times 10}{10}1000$$

$= 10^{-3}(0{,}1 + 0{,}1t)^2 + 10$ (ο χρόνος σε s, η ένδειξη σε g)

Μονάδες 7

4.4.

Η αρχική ένδειξη είναι $10\ g$.

Πρέπει

$$\text{Ένδειξη} = 110\ \% \times 10\ g$$

$$10^{-3}(0{,}1 + 0{,}1t)^2 + 10 = 11$$

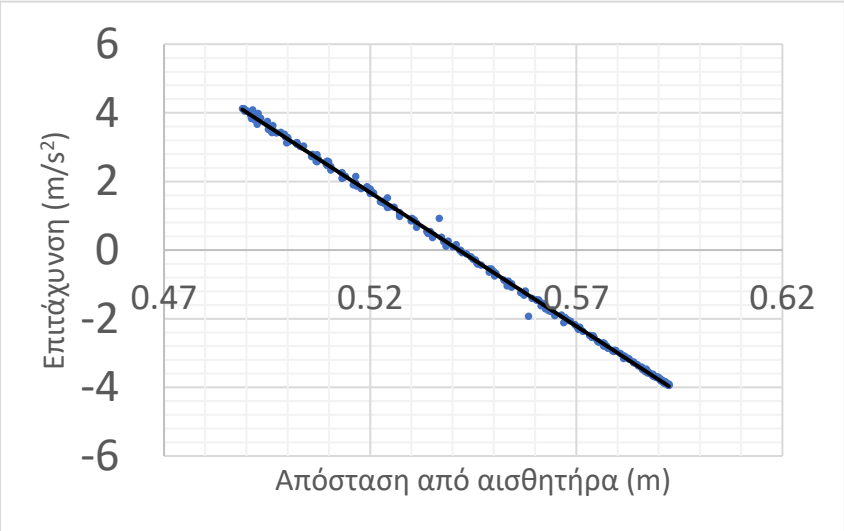
$$t \cong 315\ s$$

Δεν είναι ρεαλιστικό ενδεχόμενο, γιατί θα απαιτούσε ένταση του ρεύματος $I = 0{,}1 + 0{,}1t = 0{,}1 + 0{,}1 \times 315 = 31{,}6\ A$. Αυτή είναι τιμή υπερβολικά μεγάλη για σχολικό εργαστήριο, τόσο για λόγους αντοχής των στοιχείων του κυκλώματος, όσο και, κυρίως, για λόγους ασφαλείας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Με τη βοήθεια αισθητήρα απόστασης και επιτάχυνσης και αντίστοιχο λογισμικό, δημιουργήθηκε το παρακάτω διάγραμμα για την απλή αρμονική ταλάντωση μάζας αναρτημένης από κατακόρυφο ελατήριο.



Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πιο κοντά σε

(α) $9\ Hz$, **(β)** $1{,}4\ Hz$, **(γ)** $0{,}2\ Hz$

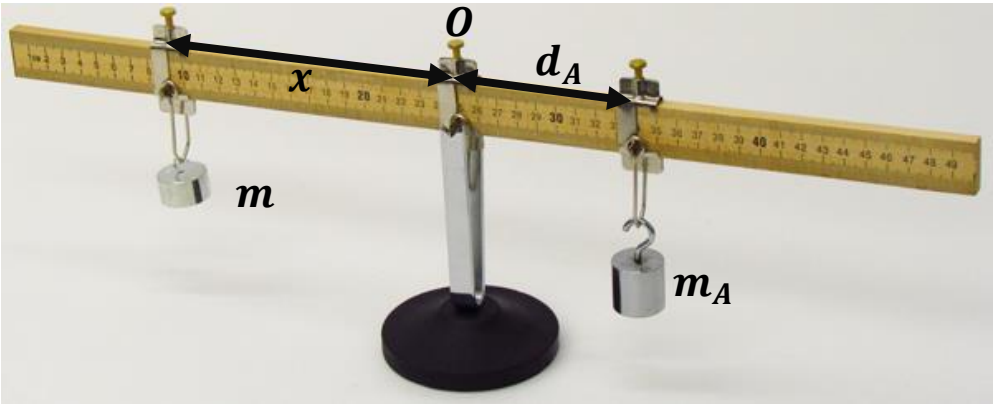
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

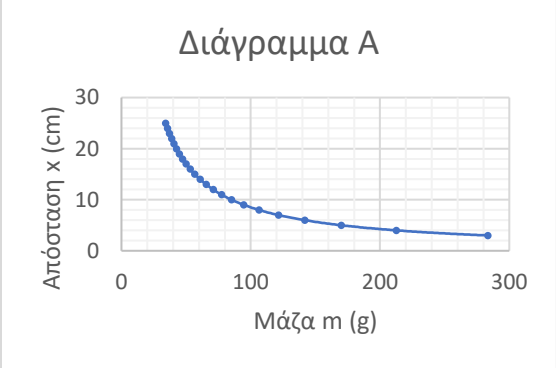
2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

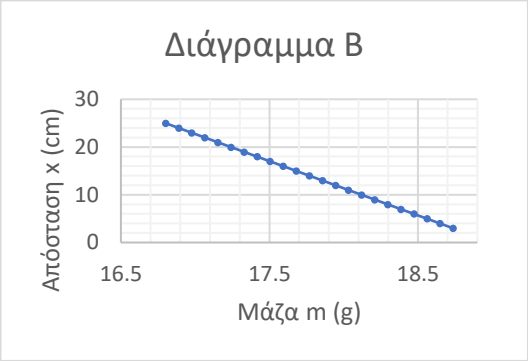
Μονάδες 8

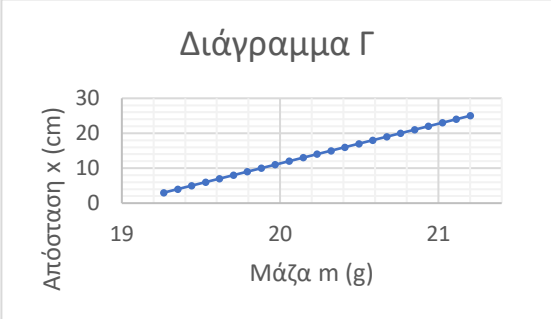
2.2. Στη διάταξη της εικόνας[1], το υποδεκάμετρο μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που υπάρχει στο σημείο Ο (μέσο του υποδεκάμετρου). Το βαρίδιο μάζας m_A είναι μόνιμα αναρτημένο σε σημείο που βρίσκεται σε απόσταση d_A από το σημείο Ο. Στα αριστερά του σημείου Ο αναρτούμε κάθε φορά διαφορετικό βαρίδιο μάζας m, από διαφορετικό σημείο απόστασης x από το Ο ώστε το υποδεκάμετρο να παραμένει σε ισορροπία.



Δίνονται τρία διαγράμματα απόστασης x σε σχέση με μάζα m.







Ποιο από τα τρία διαγράμματα περιγράφει σωστά τη σχέση της απόστασης x με τη μάζα m ώστε να ισορροπεί η ράβδος;

(α) Α , **(β)** Β , **(γ)** Γ

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

---

1 https://www.sciencelabsupplies.com/images/magictoolbox_cache_from_database/0b3e6f316bcbbcc55b583c726cac33ae.jpg

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το διάγραμμα κανονικά, με βάση τη θεωρία, αντιστοιχεί στη σχέση $a = -\omega^2 x$, η οποία είναι ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων. (2 μονάδες)

Η συγκεκριμένη γραφική παράσταση δεν περνάει από την αρχή των αξόνων, όπως θα περιμέναμε, διότι ο οριζόντιος άξονας είναι η απόσταση από τον αισθητήρα και όχι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.

Η κλίση της γραφικής παράστασης εξακολουθεί να είναι $-\omega^2$ (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει (4 μονάδες)

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = -\omega^2$$

$$\frac{-4{,}0\ m/s^2 - 4{,}0\ m/s^2}{0{,}59\ m - 0{,}49\ m} = -(2\pi f)^2$$

$$f \cong 1{,}4\ Hz$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

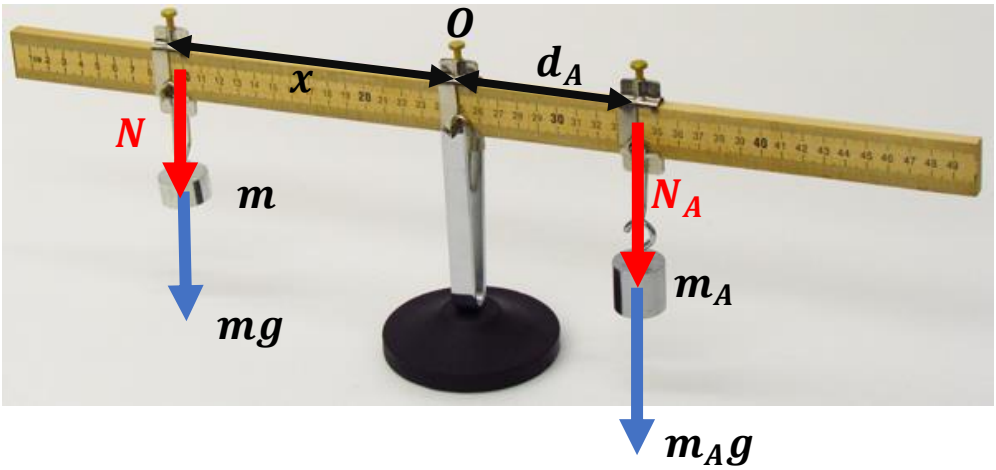
Για να ισορροπήσει το υποδεκάμετρο, θα πρέπει η συνισταμένη των ροπών γύρω από το σημείο Ο να είναι μηδέν. (2 μονάδες)

Επειδή ο άξονας περιστροφής είναι στο μέσο του υποδεκάμετρου και τα υποδεκάμετρα είναι ομογενή, το κέντρο μάζας του υποδεκάμετρο βρίσκεται στο σημείο Ο, και επομένως δεν υπάρχει ροπή ως προς Ο από το βάρος του υποδεκάμετρου. Το ίδιο συμβαίνει και με την αντίδραση από το στήριγμα στο σημείο Ο. (1 μονάδα)

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο υποδεκάμετρο και προκαλούν ροπή είναι οι δυνάμεις N και N_A που είναι αντίστοιχα ίσες με τα βάρη mg και $m_A g$. (1 μονάδα)

$$\Sigma\tau = 0 \Longrightarrow \tau_N + \tau_{N_A} = 0 \Longrightarrow mgx + (-m_A g d_A) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m_A g d_A}{m}$$

(3 μονάδες)

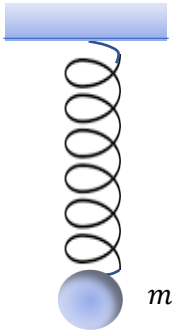


Η σχέση αυτή δείχνει πως η απόσταση x είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη μάζα m. (1 μονάδα)
Από τα τρία διαγράμματα, αυτό που δείχνει αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι το (α).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

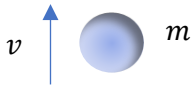
2.1. Σώμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και, την στιγμή που έχει με ταχύτητα v, συγκρούεται πλαστικά με σώμα ίσης μάζας m που ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο αναρτημένου ελατηρίου σταθεράς k. Το συσσωμάτωμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω, αλλά σταματά στιγμιαία στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Για το πλάτος A της ταλάντωσης θα ισχύει



(α) $A = \frac{mg}{k}$ **(β)** $A < \frac{mg}{k}$ **(γ)** $A > \frac{mg}{k}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4



2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Οριζόντιος κύλινδρος κυλίεται και έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα ω. Επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου α_1. Μέχρι να σταματήσει, θα έχει εκτελέσει πλήθος περιστροφών ίσο με

(α) $\frac{\omega^2}{4\alpha_1}$ **(β)** $\frac{\omega^2}{2\pi\alpha_1}$ **(γ)** $\frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση θα συμβούν δύο πράγματα:

1) Η θέση ισορροπίας του συστήματος θα μετατοπιστεί προς τα κάτω κατά $\Delta L = \frac{mg}{k}$ (αφού προστέθηκε επιπλέον βάρος mg και πρέπει το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά ΔL για να το εξισορροπήσει: $mg = k\Delta L$) (2 μονάδες)
2) Το συσσωμάτωμα θα αποκτήσει κάποια ταχύτητα v' (1 μονάδα)

Το σύστημα μάζες-ελατήριο θα εκτελέσει κατακόρυφη ΑΑΤ σταθεράς $D = k$ με πλάτος A. Η αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας θα είναι το ΔL και η αρχική ταχύτητα v'. (2 μονάδες)

Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται, άρα: (3 μονάδες)

$$\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{m}{k}v'^2} > \frac{mg}{k}$$

Το πλάτος είναι δηλαδή μεγαλύτερο από την ποσότητα $\frac{mg}{k}$ αφού v'^2 είναι σίγουρα μεγαλύτερο από το μηδέν.

0 Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Από τον ορισμό της γωνιακής επιτάχυνσης ο κύλινδρος θα σταματήσει να κυλίεται σε χρόνο Δt:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Longrightarrow -\alpha_1 = \frac{0-\omega}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\omega}{\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

Σε αναλογία με την ομαλά επιβραδυνόμενη μεταφορική κίνηση, για τη γωνία μέχρι ο κύλινδρος να σταματήσει, θα ισχύει:

$$\theta = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}\Delta t^2 = \omega\frac{\omega}{\alpha_1} + \frac{1}{2}(-\alpha_1)\left(\frac{\omega}{\alpha_1}\right)^2 = \frac{\omega^2}{2\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

Το πλήθος των περιστροφών είναι

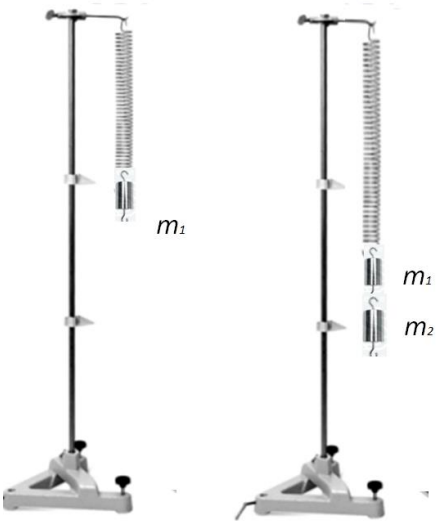
$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{\omega^2}{2\alpha_1}}{2\pi} = \frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η Ραλλού και ο Γιώργος θέλουν να προσδιορίσουν τον λόγο των μαζών, m_1 και m_2, δύο βαριδίων μικρών σχετικά διαστάσεων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν στο εργαστήριο ένα ελατήριο, σταθεράς k. Το ελατήριο το κρεμούν στο άκρο ενός ορθοστάτη και στην άκρη του, αρχικά προσδένουν το βαρίδιο μάζας m_1. Θέτουν το σύστημα σε κατακόρυφη ταλάντωση. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων, κατάφεραν να προσδιορίσουν τη συχνότητα f αυτής της ταλάντωσης. Στη συνέχεια προσδένουν στο πρώτο βαρίδιο, το δεύτερο βαρίδιο μάζας m_2 και εκτελούν το ίδιο πείραμα με το σύστημα των δύο σωμάτων στο άκρο του ελατηρίου. Τότε προσδιόρισαν ότι η νέα ταλάντωση είχε συχνότητα f' ίση με το μισό της αρχικής. Υπέθεσαν ότι οι ταλαντώσεις που κατέγραψαν είναι απλές αρμονικές από τη θεωρία που είχαν διαβάσει και έτσι προσδιόρισαν για τα δύο βαρίδια, λόγο μαζών $\frac{m_2}{m_1}$ ίσο με:



(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 1, **(γ)** $\frac{3}{1}$.

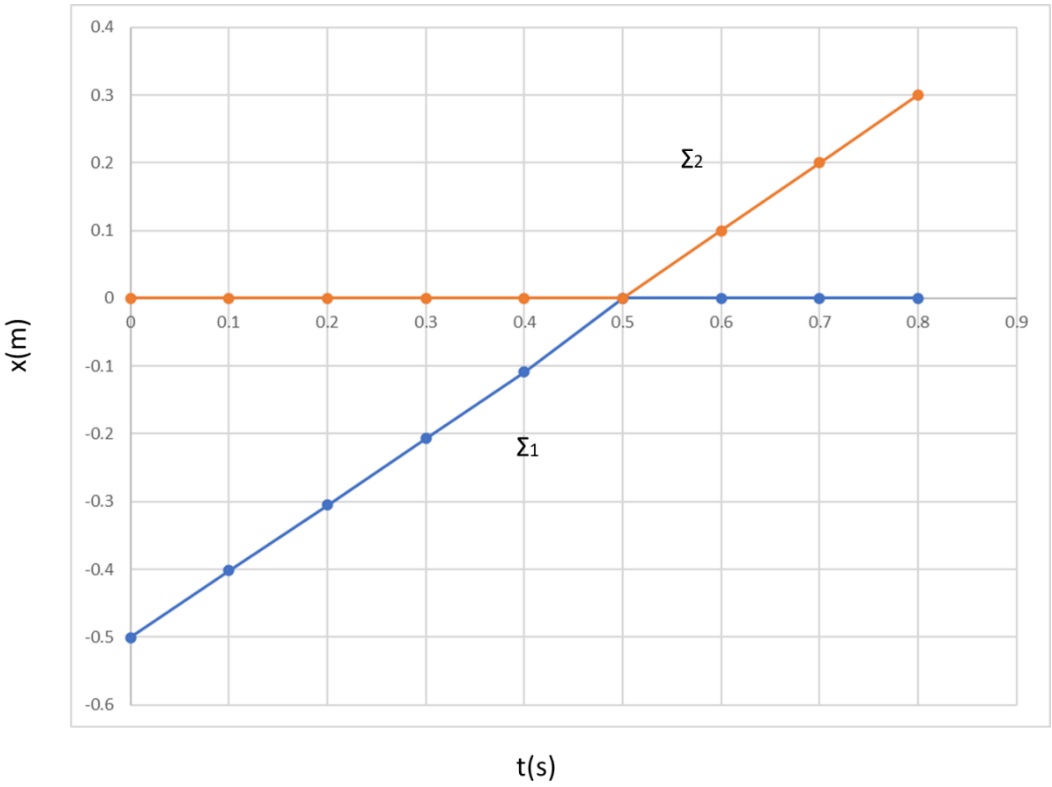
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο (2) σημειακά αντικείμενα Σ_1 και Σ_2, ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1Kg$, συγκρούονται μετωπικά τη χρονική στιγμή $t = 0{,}5s$. Οι θέσεις των αντικειμένων σε συνάρτηση με τον χρόνο, πριν και μετά την κρούση, δίνονται στο διάγραμμα.



Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Η κρούση είναι:

(α) ελαστική, **(β)** ανελαστική, **(γ)** πλαστική.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για την ταλάντωση του βαριδίου μάζας m_1, η συχνότητα δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1}}.$$

Αντίστοιχα, για το σύστημα των δύο βαριδίων η συχνότητα είναι ίση με:,

$$f' = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}.$$

Ισχύει:

$$f' = \frac{f}{2} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{m_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{m_1} \Rightarrow m_1 + m_2 = 4 \cdot m_1 \Rightarrow$$

$$m_2 = 3 \cdot m_1, \qquad \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το Σ_1, η κλίση της ευθείας από 0s έως 0,5s προσδιορίζει την ταχύτητα πριν την κρούση.

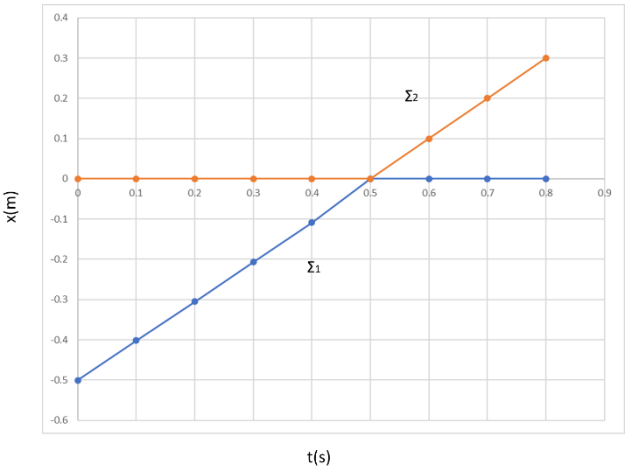
Είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{0 - (-0{,}5)}{0{,}5 - 0} \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 = 1 \frac{m}{s}.$$

Το Σ_1 μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.
Δηλαδή, $\upsilon'_1 = 0 \frac{m}{s}$.

Ομοίως το Σ_2, πριν την κρούση είναι ακίνητο.
Δηλαδή, $\upsilon_2 = 0 \frac{m}{s}$.
Από την κλίση του διαγράμματος για το Σ_2, για το χρονικό διάστημα 0,5s – 0,8s. έχουμε:

$$\upsilon'_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0{,}3 - 0}{0{,}8 - 0{,}5} \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon'_2 = 1 \frac{m}{s}$$



Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta K = K' - K$$

- Για το Σ_1:

Κινητική ενέργεια πριν την κρούση: $K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2,\ K_1 = 1J$

Κινητική ενέργεια μετά την κρούση: $K'_1 = 0J$

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1,\ \ \Delta K_1 = (0 - 1)J, \qquad \Delta K_1 = -1J,$$

- Για το Σ_2:

Κινητική ενέργεια πριν την κρούση: $K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2,\ K_2 = 0J$

Κινητική ενέργεια μετά την κρούση: $K'_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2,\ K'_2 = 1J$

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_2 = K'_2 - K_2,\ \ \Delta K_2 = (1J - 0)J, \qquad \Delta K_2 = 1J,$$

Άρα:

$$\Delta K_1 = -\Delta K_2$$

Συνεπώς, η κρούση είναι ελαστική.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινούμενο με ταχύτητα υ_1, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2. Το Σ_1, μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα $\upsilon'_1 = \frac{\upsilon_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 1, **(γ)** $\frac{3}{1}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

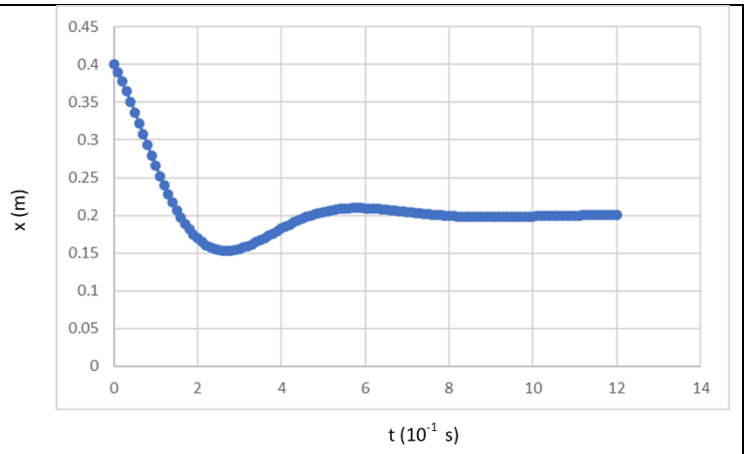
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

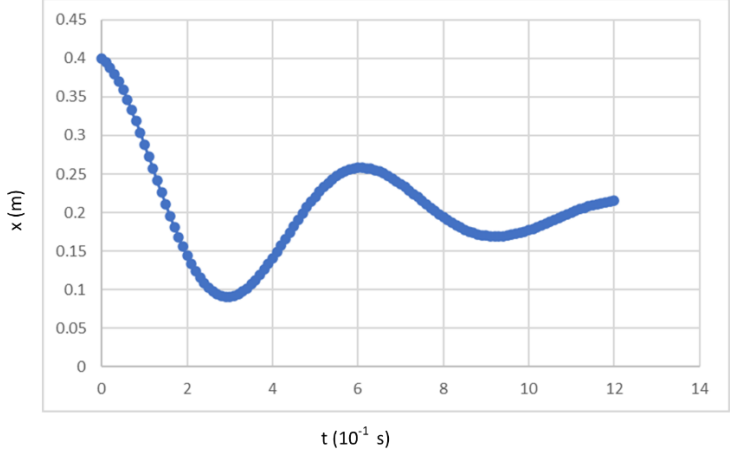
Μονάδες 8

2.2. Η Μαρία και ο Γιώργος, μαθητές της Γ΄Λυκείου, θέλουν να συμμετάσχουν σε ένα μαθητικό συνέδριο Επιστήμης και Έρευνας. Το αντικείμενο της εργασίας τους αφορά στις φθίνουσες ταλαντώσεις και πιο συγκεκριμένα στο πως λειτουργούν τα αμορτισέρ των αυτοκινήτων. Αρχικά, αναζήτησαν και βρήκαν, μεταξύ των καθηγητών τους, δύο αυτοκίνητα της ίδιας εταιρείας με αμορτισέρ διαφορετικής παλαιότητας. Μάλιστα, στο ένα αυτοκίνητο (αυτοκίνητο Α) ο ιδιοκτήτης, μόλις είχε αλλάξει αμορτισέρ ενώ στο δεύτερο (αυτοκίνητο Β) ο ιδιοκτήτης σχεδίαζε να τα αλλάξει, στο κοντινό χρονικό διάστημα.

Στη συνέχεια, πραγματοποίησαν, το ακόλουθο πείραμα. Τοποθέτησαν ένα αισθητήρα θέσης, κατάλληλα, στο έδαφος (βλ. σχήμα). Καθώς, τα δύο ακίνητα αυτοκίνητα εξαναγκάστηκαν σε κατακόρυφη ταλάντωση, το λογισμικό του αισθητήρα κατασκεύασε τη γραφική παράσταση θέσης – χρόνου για κάθε ένα από αυτά. Οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται παρακάτω.



Γραφική παράσταση 1



Γραφική παράσταση 2

Για τα συγκεκριμένα πειραματικά δεδομένα,

(α) η γραφική παράσταση 1 ανήκει στο αυτοκίνητο Α ενώ η γραφική παράσταση 2 στο Β,

(β) η γραφική παράσταση 2 ανήκει στο αυτοκίνητο Α ενώ η γραφική παράσταση 1 στο Β,

(γ) τα αμορισέρ ενός αυτοκινήτου δε σχετίζονται με τις φθίνουσες ταλαντώσεις που εκτελεί .

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για την κεντρική ελαστική κρούση ισχύει:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Longrightarrow \frac{\upsilon_1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Longrightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Longrightarrow m_1 + m_2 = 2(m_1 - m_2) \Longrightarrow$$

$$m_1 + m_2 = 2 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2 \Longrightarrow 3 \cdot m_2 = m_1 \Longrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα αμορτισέρ του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα φθινουσών ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο.

Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο.

Αν συγκρίνουμε τις δύο γραφικές παραστάσεις, στην πρώτη, η ταλάντωση διαρκεί πολύ λιγότερο σε σχέση με τη δεύτερη -είναι σχεδόν απεριοδική. Συνεπώς, σε αυτήν απεικονίζεται η ταλάντωση των καινούργιων αμορτισέρ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η Δήμητρα και ο Γιάννης μελετούν στο εργαστήριο το κατά πόσο η περίοδος στην απλή αρμονική ταλάντωση εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης. Για το σκοπό, αυτό, θέτουν σε κατακόρυφη ταλάντωση, πλάτους $4cm$, ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 15 πλήρεις ταλαντώσεις.

Στη συνέχεια, θέτουν ξανά σε ταλάντωση το σύστημα ελατήριο – μάζα, με νέο πλάτος ταλάντωσης $8cm$ και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 10 πλήρεις ταλαντώσεις.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Πλάτος (cm)	Αριθμός ταλαντώσεων	Χρόνος (s)
1η διαδιακασία	4	15	15,9
2η διαδικασία	8	10	10,6

Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων των μαθητών, συμπεραίνουμε ότι, όταν το πλάτος είναι διπλάσιο, η περίοδος:

(α) διπλασιάζεται, **(β)** υποδιπλασιάζεται, **(γ)** παραμένει σταθερή.

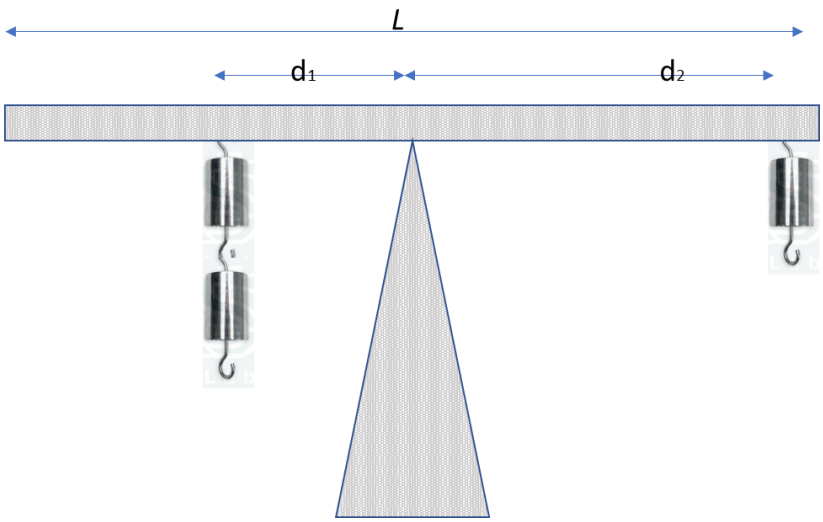
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η Άννα και ο Κωνσταντίνος, μελετούν την ισορροπία μίας ράβδου. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί καθώς ένα στήριγμα τοποθετείται κάτω από το κέντρο μάζας της.



Οι μαθητές κρεμούν σε διαφορετικά σημεία της ράβδου διαφορετικό αριθμό βαριδίων (σταθμών) και μετρούν τις αποστάσεις d_1 και d_2, όπου d_1 είναι η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται αριστερά

σε σχέση με το σημείο στήριξης της ράβδου και d_2 η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται προς τα δεξιά. Το κάθε βαρίδιο έχει μάζα $m = 10g$.

Οι μαθητές, πραγματοποιούν 4 μετρήσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα:

	N_1: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_1	Απόσταση d_1 (cm)	N_2: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_2	Απόσταση d_2 (cm)
1η μέτρηση	2	10	1	20
2η μέτρηση	2	20	2	10
3η μέτρηση	3	10	1	20
4η μέτρηση	2	20	4	10

Η ράβδος ισορροπεί

(α) στην 1η και 4η μέτρηση,

(β) στην 1η και 3η μέτρηση,

(γ) στην 2η και 4η μέτρηση.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος της ταλάντωσης προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$T = \frac{\Delta t}{N}.$$

Συνεπώς, για πλάτος $A_1 = 4cm$ είναι: $T_1 = \frac{\Delta t_1}{N_1}, T_1 = \frac{15,9}{15}s, T_1 = 1,06s$

Για πλάτος $A_2 = 8cm$ είναι: $T_2 = \frac{\Delta t_2}{N_2}, T_2 = \frac{10,6}{10}s, T_2 = 1,06s$

Παρατηρούμε ότι $T_1 = T_2$, συνεπώς η περίοδος για τα διαφορετικά πλάτη είναι η ίδια.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή η ομογενής ράβδος ισορροπεί, η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που της ασκούνται, ως προς το σημείο σημείο στήριξης, είναι μηδενική. Έτσι, με θετική φορά στροφικής κίνησης της ομογενούς ράβδου ως προς το σημείο Α τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, ισχύει:

$$\sum \vec{\tau}_{CM} = \vec{0}$$

$$m_2 \cdot g \cdot d_2 - m_1 \cdot g \cdot d_1 = 0\,,\ m_2 \cdot d_2 = m_1 \cdot d_1, \qquad N_2 \cdot m \cdot d_2 = N_1 \cdot m \cdot d_1,$$

$$N_2 \cdot d_2 = N_1 \cdot d_1\,.$$

Η τελευταία σχέση ικανοποιείται στην 1η και 4η μέτρηση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στη φερώνυμη σκέδαση, κατά την πρόπτωση ακτινών X πάνω σε μια υλική επιφάνεια, η έκφραση του *μήκους κύματος Compton* λ_c είναι $\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$, όπου h η σταθερά Planck, m η μάζα του ηλεκτρονίου και c η ταχύτητα του φωτός.

Μία δέσμη φωτονίων ακτίνων X ενέργειας E, σκεδάζεται από ηλεκτρόνια ενός στόχου άνθρακα. Η σκεδαζόμενη δέσμη φωτονίων, που ανιχνεύεται στις 90° σε σχέση με την αρχική κατεύθυνση της δέσμης, έχει φωτόνια με ενέργεια E' , που είναι ίση με το 90% της ενέργειας των φωτονίων της αρχικής δέσμης.

Αν το αρχικό μήκος κύματος της δέσμης είναι λ, τότε η σχέση του με το μήκος κύματος Compton είναι:

(α) $\lambda = 9 \cdot \lambda_C$, **(β)** $\lambda = 0,9 \cdot \lambda_C$, **(γ)** $\lambda = \frac{10}{9} \cdot \lambda_C$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 πριν την κρούση και υ'_1, υ'_2 μετά την κρούση, ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_1 - \upsilon'_2$, **(β)** $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_2 - \upsilon'_1$, **(γ)** $\upsilon_1 + \upsilon_2 = \upsilon'_1 + \upsilon'_2$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση:

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$ γράφεται ως: $\Delta\lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$.

Η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ έχει διαστάσεις μήκους κύματος, συμβολίζεται με λ_C και ονομάζεται μήκος κύματος Compton.

Έτσι έχουμε ότι:

$\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$ (1).

Για τις ενέργειες ισχύει:

$$E' = \frac{90}{100} \cdot E,$$

Συνεπώς:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda'} = \frac{9}{10} \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}, \ \ \lambda' = \frac{10}{9} \cdot \lambda$$

Με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu 90^{\,o}), \ \ \frac{10}{9} \cdot \lambda - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu 90^{\,o}),$$

$$\frac{1}{9} \cdot \lambda = \lambda_C, \qquad \lambda = 9 \cdot \lambda_C$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Για την κρούση ισχύουν:

- $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon'_1 + m_2 \cdot \upsilon'_2$ (διατήρηση της ορμής)

$$m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon'_1) = m_2 \cdot (\upsilon'_2 - \upsilon_2) \ (1)$$

- $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon'^2_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2$ (διατήρηση της κινητικής ενέργειας)

$$m_1 \cdot \upsilon_1^2 + m_2 \cdot \upsilon_2^2 = m_1 \cdot \upsilon'^2_1 + m_2 \cdot \upsilon'^2_2, \qquad m_1 \cdot (\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1) = m_2 \cdot (\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2),$$

$$m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon'_1) \cdot (\upsilon_1 + \upsilon'_1) = m_2 \cdot (\upsilon'_2 - \upsilon_2) \cdot (\upsilon'_2 + \upsilon_2) \ (2)$$

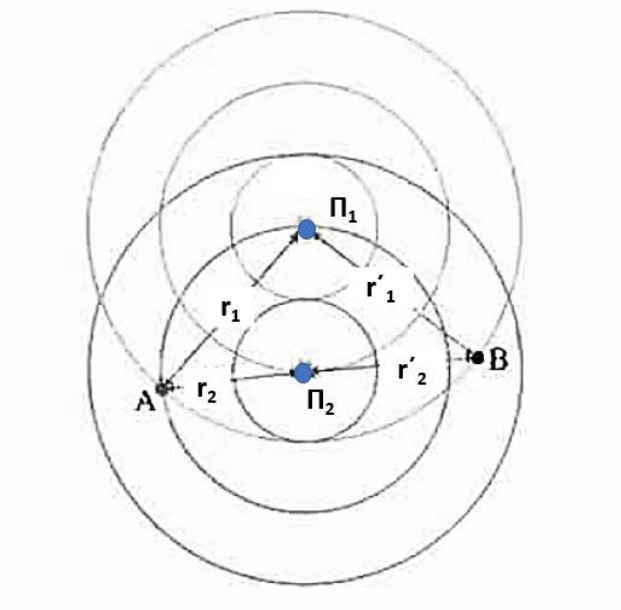
Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:

$$\upsilon_1 + \upsilon'_1 = \upsilon'_2 + \upsilon_2, \qquad \upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_2 - \upsilon'_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο σχήμα φαίνονται δύο επικαλυπτόμενα μοτίβα κυκλικών ή σφαιρικών κυματισμών από δύο σύγχρονες (και σύμφωνες) πηγές.



Ο πίνακας που ακολουθεί, παρέχει πληροφορίες για τις αποστάσεις των σημείων Α και Β από τις πηγές Π_1 και Π_2, αντίστοιχα.

Απόσταση από την πηγή	Απόσταση από την πηγή σε σχέση με το μήκος κύματος
$\Pi_1 A\ (r_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_1 B\ (r'_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_2 A\ (r_2)$	$2 \cdot \lambda$
$\Pi_2 B\ (r'_2)$	$2{,}5 \cdot \lambda$

Από τις πληροφορίες του πίνακα προκύπτει ότι:

(α) η συμβολή στο Α είναι ενισχυτική και στο Β καταστροφική,

(β) η συμβολή στο Α είναι καταστροφική και στο Β ενισχυτική,

(γ) τόσο στο Α όσο και στο Β η συμβολή είναι ενισχυτική.

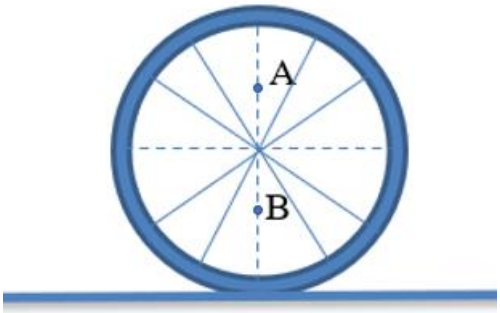
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας τροχός, ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο και κάποια στιγμή t το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι ίσο με υ_{CM}. Έστω O το κέντρο του τροχού και A, B σημεία της διαμέτρου που εκείνη τη στιγμή είναι κατακόρυφη, με αποστάσεις από το κέντρο $(OA) = (OB) = \frac{R}{2}$. Αν υ_A και υ_B, τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων A και B, τη χρονική στιγμή t, τότε το πηλίκο $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}$ είναι ίσο με:



(α) 1, **(β)** $\frac{1}{3}$, **(γ)** 3.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Απόσταση από την πηγή	Απόσταση από την πηγή σε σχέση με το μήκος κύματος
$\Pi_1 A\ (r_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_1 B\ (r'_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_2 A\ (r_2)$	$2 \cdot \lambda$
$\Pi_2 B\ (r'_2)$	$2{,}5 \cdot \lambda$

Για το σημείο Α, οι αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές, διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, αφού:

$$r_1 - r_2 = 3 \cdot \lambda - 2 \cdot \lambda = \lambda$$

Άρα πρόκειται για σημείο ενίσχυσης.

Για το σημείο Β, οι αποστάσεις r'_1 και r'_2 από τις πηγές, διαφέρουν κατά περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος ($\lambda/2$), αφού:

$$r'_1 - r'_2 = 3 \cdot \lambda - 2{,}5 \cdot \lambda = \lambda/2$$

Άρα πρόκειται για σημείο απόσβεσης.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει:

$$\upsilon_{CM} = \omega \cdot R$$

- Για το σημείο Α

$$\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{CM} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho,A}, \quad \upsilon_A = \upsilon_{CM} + \omega \cdot \frac{R}{2}, \quad \upsilon_A = \upsilon_{CM} + \frac{\upsilon_{CM}}{2}, \quad \upsilon_A = \frac{3 \cdot \upsilon_{CM}}{2},$$

- Για το σημείο Β

$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{CM} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho,B}, \quad \upsilon_B = \upsilon_{CM} - \omega \cdot \frac{R}{2}, \quad \upsilon_B = \upsilon_{CM} - \frac{\upsilon_{CM}}{2}, \quad \upsilon_B = \frac{\upsilon_{CM}}{2},$$

Συνεπώς:

$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{\frac{3 \cdot \upsilon_{CM}}{2}}{\frac{\upsilon_{CM}}{2}}, \quad \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = 3$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας m_1, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{\upsilon}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

Μονάδες 6

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2\mathrm{kg}$.

Μονάδες 6

4.4. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1.$$

Συνεπώς,

$$2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot 4, \;\; 1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot 2, \; m_1 + m_2 = 2 \cdot (m_1 - m_2), \; m_1 + m_2 = 2 \cdot \; m_1 - 2 \cdot \; m_2$$

$$2 \cdot m_2 + m_2 = 2 \cdot \; m_1 - \; m_1, \; 3 \cdot m_2 = \; m_1,$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon'_2 = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1.$$

Όμως, από το προηγούμενο ερώτημα είναι: $m_1 = 3 \cdot m_2$.

Με αντικατάσταση είναι:

$$\upsilon'_2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot m_2}{3 \cdot m_2 + m_2} \cdot 4, \qquad \upsilon'_2 = \frac{6 \cdot m_2}{4 \cdot m_2} \cdot 4, \qquad \upsilon'_2 = 6\frac{m}{s}.$$

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος m_2, δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta K_2 = K'_2 - K_2 = K'_2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2, \qquad \Delta K_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2, \qquad \Delta K_2 = 36J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το Θεώρημα Έργου Ενέργειας είναι:

$$\Delta K = \Sigma W, \qquad 0 - K'_2 = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \qquad -\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2 = -T \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \Delta x, \qquad \Delta x = \frac{\upsilon'^2_2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

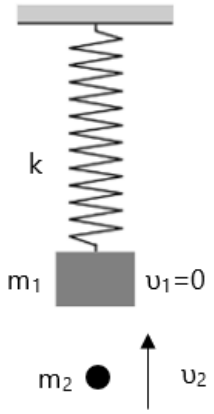
Με αντικατάσταση έχουμε:

$$, \qquad \Delta x = \frac{6^2}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10} m = 3{,}6m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{m}$, έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο κάτω άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1Kg$. Το σώμα Σ_1 ισορροπεί ακίνητο.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.

Μονάδες 6

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1Kg$, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 2\ \frac{m}{s}$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη δημιουργία του.

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

Για τα δεδομένα της άσκησης να θεωρήσετε προσεγγιστικά ότι : $g\ =\ 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για τη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_1 ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}, \qquad k \cdot \Delta l_1 - m_1 \cdot g = 0, \;\; \Delta l_1 = \frac{m_1 \cdot g}{k}, \qquad \Delta l_1 = \frac{1 \cdot 10}{100}, \qquad \Delta l_1 = 0{,}1m$$

Μονάδες 6

4.2. Θεωρούμε θετική τη φορά προς τα πάνω και για το μονωμένο σύστημα των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}, \qquad m_2 \cdot \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \cdot v, \qquad v = \frac{m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2}\,, \qquad , \qquad v = 1\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

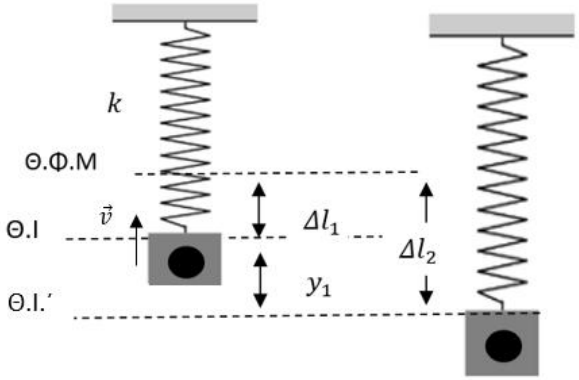
4.3 Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται έχει διαφορετική θέση ισορροπίας από εκείνη του σώματος m_1.

Για τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}, \qquad k \cdot \Delta l_2 - (m_1 + m_2) \cdot g = 0,$$

$$\Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{k},$$

$$\Delta l_2 = \frac{(1+1) \cdot 10}{100}\; m = 0{,}2\; m$$



Μονάδες 6

4.4. Η ταλάντωση του συσσωματώματος αρχίζει όταν αυτό βρίσκεται σε απομάκρυνση y_1 από τη θέση ισορροπίας του.
Για την απομάκρυνση είναι:

$$y_1 = \Delta l_2 - \Delta l_1, \qquad y_1 = 0{,}1m$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται:

$$E = K + U, \qquad \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot y_1^2,$$

$$k \cdot A^2 = (m_1 + m_2) \cdot v^2 + k \cdot y_1^2,$$

$$100 \cdot A^2 = (1+1) \cdot 1^2 + 100 \cdot 0{,}1^2, \text{(S.I)}$$

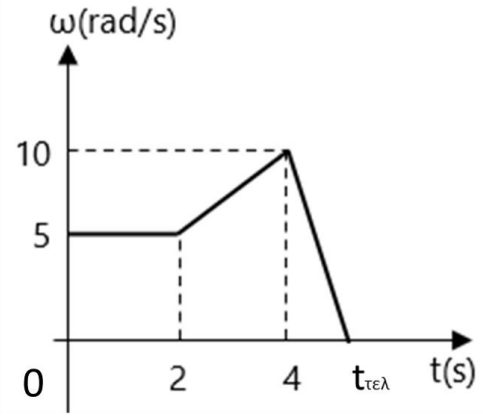
$$100 \cdot A^2 = 2 + 1, \;\; \text{(SI)}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{10}\,\mathrm{m} = 0{,}1 \cdot \sqrt{3}\mathrm{m}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Για τον τροχό αυτό η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



4.1. Αν η γωνιακή μετατόπιση του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ έως τη χρονική στιγμή $t_{\tau\varepsilon\lambda}$, που ο τροχός ακινητοποιείται, είναι ίση με $\Delta\theta_3 = 5rad$, να προσδιορίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, για το χρονικό διάστημα αυτό, καθώς και τη χρονική στιγμή $t_{\tau\varepsilon\lambda}$.

Μονάδες 7

4.2. Για τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_{\tau\varepsilon\lambda}$, να δώσετε τις τιμές της γωνιακής του επιτάχυνσης και στη συνέχεια να αποδώσετε σε διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο, για το παραπάνω χρονικό διάστημα της κίνησης

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη γωνιακή μετατόπιση του τροχού, κατά τη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου.

Μονάδες 6

4.4. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως τη στιγμή $t_{\tau\varepsilon\lambda}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει:

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,3} \cdot \Delta\theta_3 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu,3} = \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{2 \cdot \Delta\theta_3} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu,3} = \frac{0 - 100}{2 \cdot 5}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu,3} = -10\frac{rad}{s^2}.$$

Για την τελική χρονική στιγμή $t_{\tau\varepsilon\lambda}$ είναι:

$$\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma\omega\nu,3} \cdot (t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_2) \Rightarrow t_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{\omega - \omega_o}{\alpha_{\gamma\omega\nu,3}} + t_2 \Rightarrow t_{\tau\varepsilon\lambda} = 5s$$

Μονάδες 7

4.2. Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t < 2s$, το σώμα εκτελεί στροφική ομαλή κίνηση, συνεπώς: $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = 0$.

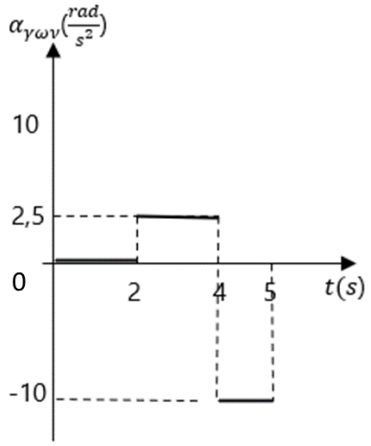
Στο χρονικό διάστημα $2s \leq t < 4s$, το σώμα εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, συνεπώς:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t_2} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t_2} = \frac{10 - 5}{4 - 2}\frac{rad}{s^2} = 2{,}5\frac{rad}{s^2},$$

Στο χρονικό διάστημα $4s \leq t \leq 5s$, το σώμα εκτελεί στροφική ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και σταματά. Από το ερώτημα 4.1. είναι:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = -10\frac{rad}{s^2},$$

Το διάγραμμα εικονίζεται δίπλα.



Μονάδες 6

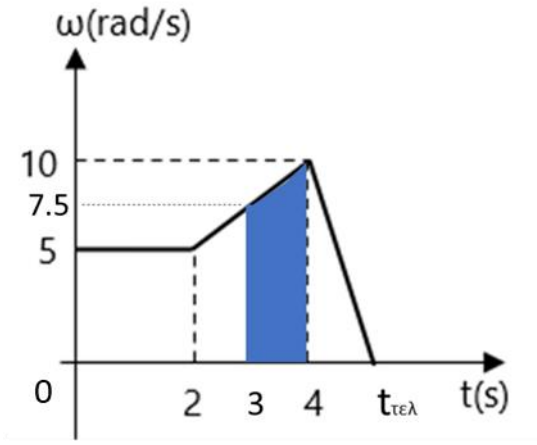
4.3 Τη χρονική στιγμή $t = 3s$ είναι:

$$\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma\omega\nu,2} \cdot (t - t_1) \Rightarrow \omega = [5 + 2{,}5 \cdot (3 - 2)]\frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 7{,}5\frac{rad}{s}$$

Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό ισούται αλγεβρικά με τη γωνιακή μετατόπιση κατά το 3ο δευτερόλεπτο.

$$\Delta\theta = \frac{7{,}5 + 10}{2} \cdot 1 = 8{,}75rad$$



Μονάδες 6

4.4. Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t < 2s$: $\Delta\theta_1 = \omega_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta\theta_1 = 5 \cdot 2\, rad \Rightarrow \Delta\theta_1 = 10rad$

Στο χρονικό διάστημα $2s \leq t < 4s$: $\Delta\theta_2 = \omega_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_{\gamma\omega\nu,2} \cdot \Delta t_2{}^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta\theta_2 = \left(5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2^2\right) rad \Rightarrow \Delta\theta_2 = 15rad$$

*(**Σημείωση:** Οι γωνιακές μετατοπίσεις μπορούν να προσδιοριστούν ως εμβαδό του σχήματος που περικλύεται από τη γραφική παράσταση ω-t και τον άξονα του χρόνου).*

Στο χρονικό διάστημα$4s \leq t \leq 5s$: Από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι $\Delta\theta_3 = 5rad.$

,

Συνεπώς: $\Delta\theta_{o\lambda} = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_{3,} \Rightarrow \Delta\theta_{o\lambda} = (10 + 15 + 5)rad \Rightarrow \Delta\theta_{o\lambda} = 30rad$

$$N = \frac{\Delta\theta_{o\lambda}}{2 \cdot \pi} \Rightarrow N = \frac{30}{2 \cdot \pi} \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma \Rightarrow N = \frac{15}{\pi}\, \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Το 1916 ο Αμερικανός φυσικός Millikan ανακοίνωσε φωτοηλεκτρικά δεδομένα μετρήσεων μέσω των οποίων προσδιόρισε τη σταθερά του Planck με σφάλμα της τάξεως του 0,5%.

Τα ακόλουθα δεδομένα μετρήθηκαν για τη φωτοεκπομπή ενός υλικού.

$\lambda\ (nm)$	404,7	365,0	312,5	253,5
$V_o\ (V)$	0,73	1,09	1,67	2,57

4.1. Να προσδιορίσετε τη συχνότητα που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος $253{,}5nm$.

Μονάδες 6

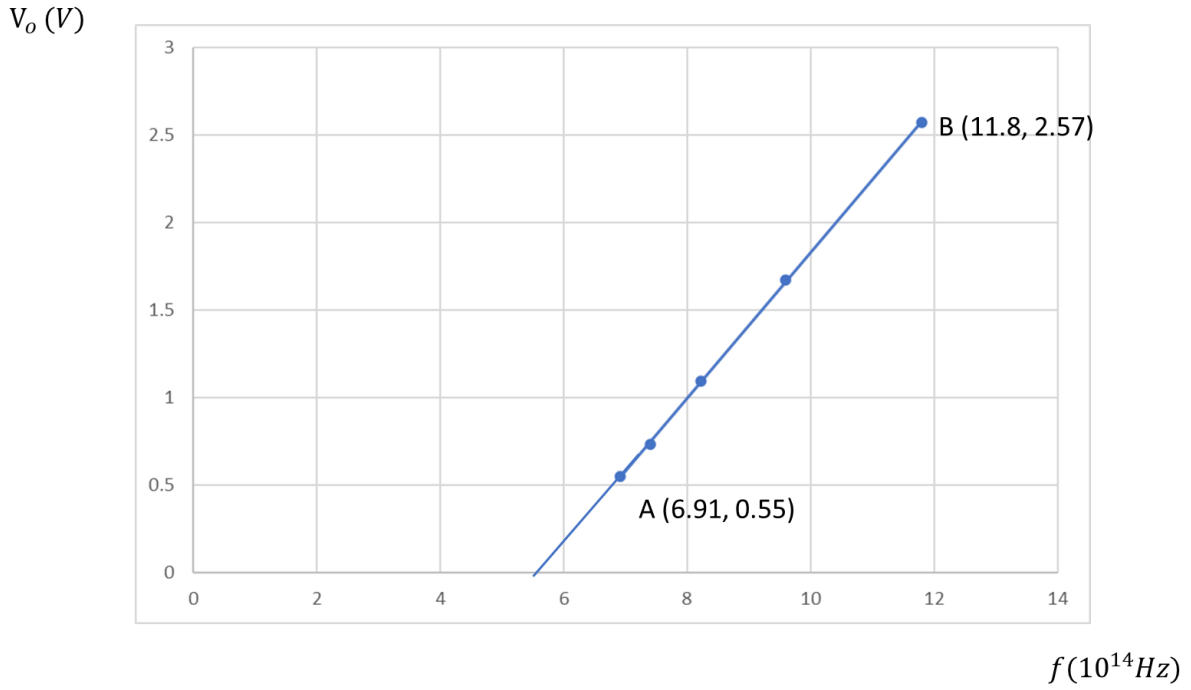
4.2. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του φωτονίου σε eV, που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος 253,5nm.

Μονάδες 7

4.3. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση $K_{max} = hf - \varphi$, να προσδιορίσετε τη σχέση της τάσης αποκοπής V_o, συναρτήσει της συχνότητας f.

Μονάδες 5

4.4. Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει την τάση αποκοπής V_o, συναρτήσει της συχνότητας f.



Από την κλίση του διάγράμματος να προσδιορίσετε τη σταθερά του Planck.

Μονάδες 7

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών, συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δόθηκε μαζί με τις εκφωνήσεις

ΘΕΜΑ 4

4.1.

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^8}{253{,}5 \cdot 10^{-9}}\text{Hz} \Rightarrow f = 11{,}8 \cdot 10^{14}\text{Hz}$$

Μονάδες 6

4.2. Για την ενέργεια του φωτονίου είναι: $E = h \cdot f \Rightarrow E = (4{,}14 \cdot 10^{-15} eV \cdot s) \cdot (11{,}8 \cdot 10^{14}\text{Hz}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = 4{,}9\ eV$$

<u>*Σημείωση*:</u> Για γρήγορη εύρεση της ενέργειας φωτονίου σε eV όταν ξέρουμε το μήκος κύματος σε nm χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$E(eV) \cong \frac{1240(eV \cdot nm)}{\lambda(nm)}$$

Η απόδειξη της σχέσης είναι η ακόλουθη:

$E = h \cdot f$ αλλά $c = \lambda \cdot f$, οπότε $E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ (1).

Αλλά $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} Js$ και επειδή $1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} J$

$$h = \frac{6{,}63}{1{,}6} \cdot 10^{-15} eV \cdot s = 4{,}14 \cdot 10^{-15} eV \cdot s$$

Επειδή $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, προκύπτει ότι:

$$h \cdot c = 12{,}42 \cdot 10^{-7} eV \cdot m = 12{,}42 \cdot 10^{-7} eV \cdot 10^9 nm = 1242 eV \cdot nm$$

Συνεπώς, από την (1) προκύπτει:

$$E(eV) = \frac{1242(eV \cdot nm)}{\lambda(nm)} \cong \frac{1240(eV \cdot nm)}{\lambda(nm)}$$

Με αντικατάσταση, για την άσκησή μας, έχουμε:

$$E(eV) = \frac{1240(eV \cdot nm)}{253{,}5(nm)} = 4{,}9 eV$$

Μονάδες 7

4.3

$$K_{max} = h \cdot f - \varphi \Rightarrow \ e \cdot V_o = h \cdot f - \varphi \ \Rightarrow \ V_o = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{\varphi}{e}$$

Μονάδες 5

4.4. Η κλίση του διαγράμματος είναι ίση με:

$$\kappa = \frac{h}{e}$$

Και η σταθερά του Planck θα ισούται με: $h = \kappa \cdot e$.

$$\kappa = \frac{2{,}57 - 0{,}55}{(11{,}8 - 6{,}91) \cdot 10^{14}} \frac{V}{Hz} = \frac{2{,}02}{4{,}89} \cdot 10^{-14} \frac{V}{Hz} = 4{,}13 \cdot 10^{-15} V \cdot s$$

Άρα:

$$h = 4{,}13 \cdot 10^{-15} eV \cdot s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Ο τροχός έχει ακτίνα $R = 0{,}6\ \mathrm{m}$ και αρχικά κινείται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_o = 4\frac{rad}{s}$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ ο τροχός αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = 2\frac{rad}{s^2}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ σταματά να επιταχύνεται και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 5s$ στρέφεται ομαλά. Να προσδιορίσετε:

4.1. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου Λ του τροχού που απέχει από το κέντρο του απόσταση $\frac{R}{2}$, τη χρονική στιγμή t= $1s$,

Μονάδες 6

4.2. τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για τα επιμέρους χρονικά διαστήματα, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 5\ \mathrm{s}$,

Μονάδες 6

4.3. τη γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως $t = 5s$,

Μονάδες 7

4.4. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $3s$ μέχρι τη στιγμή $5s$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τη χρονική στιγμή $t = 1s$, η γωνιακή ταχύτητα του τροχού είναι:

$$\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma\omega\nu,1} t \Rightarrow \ \omega = (4 + 2 \cdot 1)\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 6\frac{rad}{s}$$

Για τη γραμμική ταχύτητα στο σημείο Λ είναι:

$$\upsilon_\Lambda = \omega \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 6 \cdot \frac{0{,}6}{2} \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 1{,}8\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2.

Στο χρονικό διάστημα $0 - 3s$ το σώμα εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, συνεπώς:

$$\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma\omega\nu,1}\Delta t \Rightarrow \omega = 4 + 2 \cdot t \qquad (S.I.)$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ είναι $\omega_1 = 10\frac{rad}{s}$

Στο χρονικό διάστημα $3s - 5s$ το σώμα εκτελεί στροφική ομαλή κίνηση.

$$\omega = 10\ \frac{rad}{s}$$

Μονάδες 6

4.3

Στο χρονικό διάστημα $0 - 3s$ η γωνιακή μετατόπιση είναι:

$$\Delta\theta_1 = \omega_o \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_{\gamma\omega\nu,1} \cdot \Delta {t_1}^2 \Rightarrow \Delta\theta_1 = \left(4 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2\right) rad \Rightarrow \Delta\theta_1 = 21 rad$$

Στο χρονικό διάστημα $3s - 5s$ είναι:

$$\Delta\theta_2 = \omega_1 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta\theta_2 = 10 \cdot 2\ rad \Rightarrow \Delta\theta_2 = 20 rad$$

Συνεπώς:

$$\Delta\theta_{o\lambda} = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 \Rightarrow \Delta\theta_{o\lambda} = (21 + 20) rad \Rightarrow \Delta\theta_{o\lambda} = 41 rad$$

Μονάδες 7

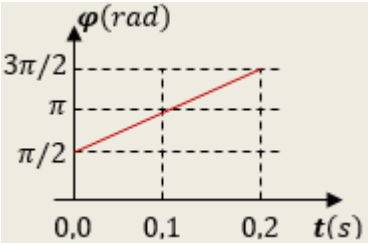
4.4.

$$N = \frac{\Delta\theta_2}{2 \cdot \pi} \Rightarrow N = \frac{20}{2 \cdot \pi} \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma \Rightarrow N = \frac{10}{\pi}\ \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση φάσης – χρόνου σε βαθμολογημένους άξονες, για τη φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης πλάτους A, που εκτελεί ένα υλικό σημείο, σε συνάρτηση με το χρόνο και με σημείο αναφοράς ($x = 0$) τη θέση ισορροπίας του.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι:

(α) $x_1 = +A$ **(β)** $x_1 = 0$ **(γ)** $x_1 = -A$

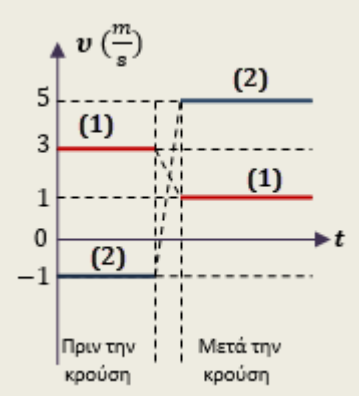
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική.



Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

(α) Πλαστική , **(β)**Ανελαστική αλλά όχι πλαστική , **(γ)** Ελαστική

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Από το διάγραμμα φάσης-χρόνου που δόθηκε, μπορούμε να υπολογίσουμε:

- Την αρχική φάση ταλάντωσης, αφού για $t_0 = 0$, είναι $\boldsymbol{\varphi_0} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}$ rad.
- Τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{0{,}1 - 0}\,\frac{rad}{\mathrm{s}} = \frac{\pi}{0{,}2}\,\frac{rad}{s} = 5 \cdot \pi\,\frac{rad}{s}$$

- Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η φάση ταλάντωσης είναι:

$$\boldsymbol{\varphi_1} = \omega \cdot t_1 + \varphi_0 = (5 \cdot \pi \cdot 0{,}3 + 0{,}5 \cdot \pi)\,rad = 2 \cdot \pi\,rad$$

Έτσι τη στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η απομάκρυνση του κινητού από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$$x_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

<u>1ος τρόπος:</u>

Οι τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν την κρούση δίνονται $\upsilon_1 = 3\,\frac{m}{s}$, $\upsilon_2 = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Οι τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση δίνονται $\upsilon_1{}' = 1\,\frac{m}{s}$, $\upsilon_2{}' = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Παρατηρούμε ότι ισχύει η σχέση $\upsilon_1 + \upsilon_1{}' = \upsilon_2 + \upsilon_2{}'$, η οποία στην κεντρική κρούση δύο σφαιρών ισχύει μόνο αν αυτή είναι **ελαστική**.

<u>2ος τρόπος:</u>

Με δεδομένες τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση, εφαρμόζουμε για το σύστημά τους, την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση μεταξύ τους:

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1\upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$3 \cdot m_1 - m_2 = m_1 + 5 \cdot m_2$$

$$2 \cdot m_1 = 6 \cdot m_2 \;, \quad m_1 = 3 \cdot m_2$$

Η κρούση των δύο σφαιρών ασφαλώς δεν είναι πλαστική, αφού δεν δημιουργήθηκε συσσωμάτωμα και οι δύο σφαίρες μετά την κρούση κινούνται ανεξάρτητα η μια από την άλλη. Για να αποφασίσουμε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι ελαστική, πρέπει να συγκρίνουμε τις κινητικές ενέργειες του συστήματος των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση. Μπορούμε γι αυτό να δημιουργήσουμε ένα κλάσμα:

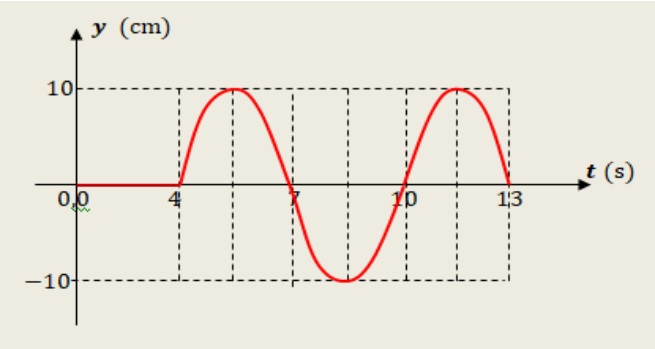
$$\frac{K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu}}{K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot \upsilon_2^2}{\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot \upsilon'^2_2} = \frac{3\cdot m_2\cdot \upsilon_1^2 + m_2\cdot \upsilon_2^2}{3\cdot m_2\cdot \upsilon'^2_1 + m_2\cdot \upsilon'^2_2} = \frac{3\cdot \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}{3\cdot \upsilon'^2_1 + \upsilon'^2_2} = \frac{3\cdot 9 + 1}{3\cdot 1 + 25} = 1$$

Καταλήξαμε ότι $K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu} = K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}$, άρα η κρούση των δύο σφαιρών ήταν **ελαστική**.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο, το οποίο εκτείνεται κατά μήκος θετικού ημιάξονα Ox. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$, στο άκρο του ελαστικού μέσου και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.



Το διάγραμμα του σχήματος, αποδίδει την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός υλικού σημείου A του μέσου, του οποίου η θέση ισορροπίας βρίσκεται στη θέση x_A του ημιάξονα που ορίσαμε.

Αν το μήκος κύματος δίνεται $\lambda = 18$ m, τότε είναι :

(α) $x_A = 18$ m , **(β)** $x_A = 12$ m , **(γ)** $x_A = 4$ m

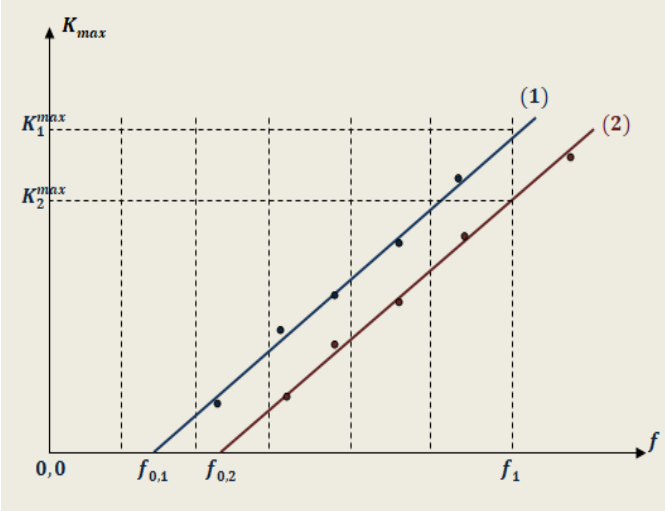
2.1.Α.Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Στο διπλανό σχήμα, απεικονίζονται σε κοινό διάγραμμα, οι γραφικές παραστάσεις μέγιστης κινητικής ενέργειας εξερχόμενων ηλεκτρονίων, σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, για δύο διαφορετικά πειράματα φωτοηλεκτρικού φαινομένου που πραγματοποιήθηκαν με δύο λυχνίες οι οποίες έχουν διαφορετικό μέταλλο καθόδου. Πειραματικά προσδιορίσαμε ότι για τις συχνότητες κατωφλίου των δύο λυχνιών ισχύει η σχέση $f_{0,2} = 1{,}5 \cdot f_{0,1}$. Για μια συχνότητα f_1 μεγαλύτερη και από τις δύο συχνότητες κατωφλίου, ίδια και στα δύο πειράματα, οι μέγιστες κινητικές ενέργειες ηλεκτρονίων είναι K_1^{max}, K_2^{max} αντίστοιχα.



Αν δίνεται ότι $f_1 = 4 \cdot f_{0,1}$, τότε ισχύει:

(α) $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 1{,}2$, **(β)** $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 4$, **(γ)** $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 1{,}5$

2.2.Α.Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η περίοδος ταλάντωσης είναι $T = 6\,\mathrm{s}$, άρα η συχνότητα του αρμονικού κύματος είναι $f = \frac{1}{6}\,\mathrm{Hz}$. Το μήκος κύματος δίνεται $\lambda = 18\,\mathrm{m}$. Υπολογίζουμε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο:

$$\upsilon = \lambda \cdot f = 18 \cdot \frac{1}{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Από τη γραφική παράσταση φαίνεται ότι το υλικό σημείο A, άρχισε να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_A = 4\,\mathrm{s}$, και αυτός είναι ο χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή που άρχισε να ταλαντώνεται το άκρο του μέσου, μέχρι το κύμα να φτάσει στο σημείο A.

Άρα υπολογίζουμε $\quad x_A = \upsilon \cdot t_A = 3 \cdot 4\,\mathrm{m} = 12\,m$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. <u>Πείραμα (1):</u> Έστω φ_1 το έργο εξαγωγής ηλεκτρονίου από την επιφάνεια του μετάλλου (1) που χρησιμοποιείται ως κάθοδος στη λυχνία (1). Η συχνότητα κατωφλίου δίνεται $f_{0,1}$ και ισχύει η σχέση:

$$h \cdot f_{0,1} - \varphi_1 = 0, \quad \varphi_1 = h \cdot f_{0,1} \qquad (1)$$

Όταν προσπίπτει στην κάθοδο φως με συχνότητα $f_1 = 4 \cdot f_{0,1}$, εξέρχονται ηλεκτρόνια και η μέγιστη κινητική ενέργεια εξερχόμενου ηλεκτρονίου είναι:

$$K_1^{max} = h \cdot f_1 - \varphi_1 \overset{(1)}{\Longrightarrow} K_1^{max} = h \cdot 4 \cdot f_{0,1} - h \cdot f_{0,1} = 3 \cdot h \cdot f_{0,1} \qquad (2)$$

<u>Πείραμα (2):</u> Έστω φ_2 το έργο εξαγωγής ηλεκτρονίου από την επιφάνεια του μετάλλου (2) που χρησιμοποιείται ως κάθοδος στη λυχνία (2). Η συχνότητα κατωφλίου δίνεται $f_{0,2} = 1{,}5 \cdot f_{0,1}$ και ισχύει η σχέση:

$$h \cdot f_{0,2} - \varphi_2 = 0, \quad \varphi_2 = h \cdot f_{0,2} = 1{,}5 \cdot h \cdot f_{0,1} \qquad (3)$$

Όταν προσπίπτει στην κάθοδο φως με συχνότητα $f_1 = 4 \cdot f_{0,1}$, εξέρχονται ηλεκτρόνια και η μέγιστη κινητική ενέργεια εξερχόμενου ηλεκτρονίου είναι:

$$K_2^{max} = h \cdot f_1 - \varphi_2 \overset{(3)}{\Longrightarrow} K_2^{max} = h \cdot 4 \cdot f_{0,1} - 1{,}5 \cdot h \cdot f_{0,1} = 2{,}5 \cdot h \cdot f_{0,1} \qquad (4)$$

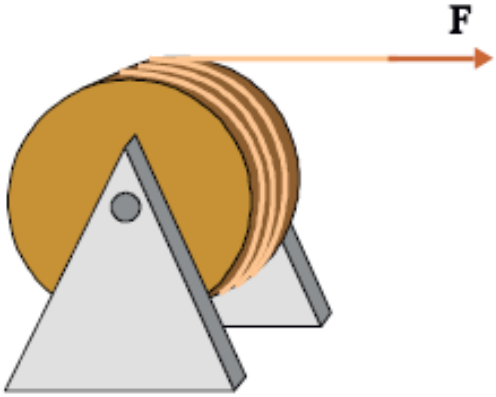
Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (3) και (4), προκύπτει:

$$\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = \frac{3 \cdot h \cdot f_{0,1}}{2{,}5 \cdot h \cdot f_{0,1}} = \frac{3}{2{,}5} = \frac{30}{25} = 1{,}2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας $R = 30\ cm$ είναι τυλιγμένο σκοινί μεγάλου μήκους. Ασκώντας στο σκοινί την χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια δύναμη $F = 20\ N$ περιστρέφουμε την τροχαλία. Βρέθηκε ότι όταν η τροχαλία έχει κάνει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 8\frac{rad}{s}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Μονάδες 6

4.2.Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Μονάδες 6

4.3. Την συνολική ροπή των δυνάμεων που δέχεται η τροχαλία ως προς τον άξονα περιστροφής της.

Μονάδες 6

4.4. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

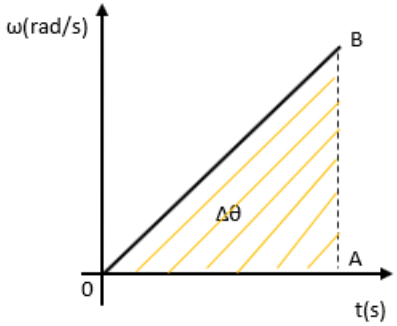
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η τροχαλία, υπό την επίδραση της ροπής της δύναμης $\vec{F}$ εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Για την κίνησή της ισχύει:

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Longrightarrow \alpha_\gamma = \frac{\omega-\omega_0}{t-t_0} \xRightarrow{\omega_0=0,\, t_0=0} \omega = \alpha_\gamma t \qquad (1)$$

Η γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας-χρόνου είναι η επόμενη:



Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τριγώνου είναι αριθμητικά ίσο με την επίκεντρη γωνία που διαγράφει οποιαδήποτε επιβατική ακτίνα της τροχαλίας. Άρα,

$$\Delta\theta = (OAB) = \frac{1}{2}\beta\acute{\alpha}\sigma\eta \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = \frac{1}{2}\omega t = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 \qquad (2)$$

Όταν η τροχαλία έχει διαγράψει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, τότε η επιβατική ακτίνα κάθε σημείου της έχει διαγράψει επίκεντρη γωνία ίση με

$$\Delta\theta = 2\pi N = 2\pi \cdot \frac{4}{\pi}\ \text{rad} = 8\ \text{rad}$$

Θα κάνουμε απαλοιφή του χρόνου από τις σχέσεις (1) και (2) για να υπολογίσουμε την γωνιακή επιτάχυνση. Λύνουμε την σχέση (1) ως προς τον χρόνο, δηλαδή $t = \frac{\omega}{\alpha_\gamma}$ και αντικαθιστούμε στην σχέση (2).

Έχουμε:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma\left(\frac{\omega}{\alpha_\gamma}\right)^2 \Leftrightarrow \Delta\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha_\gamma} \Leftrightarrow \alpha_\gamma = \frac{\omega^2}{2\Delta\theta} = \frac{8^2}{2\cdot 8}\frac{\text{rad}}{s^2} = 4\frac{\text{rad}}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ η γωνιακή ταχύτητα κάθε σημείου της τροχαλίας δίνεται από την σχέση (1) και είναι:

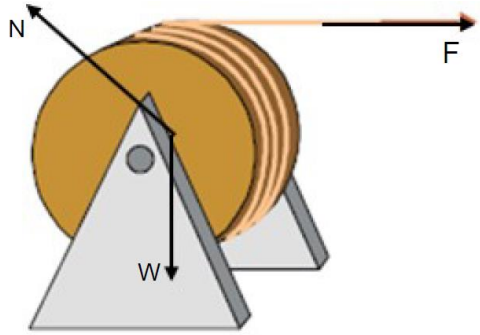
$$\omega_1 = \alpha_\gamma \cdot t_1 = 4\frac{\text{rad}}{s^2} \cdot 3s = 12\frac{\text{rad}}{s}$$

Η γραμμική ταχύτητα στο ανώτερο σημείο της τροχαλίας έχει την ίδια διεύθυνση με το νήμα, φορά προς τα δεξιά και μέτρο

$$\upsilon_1 = \omega_1 \cdot R = 12\frac{\text{rad}}{s} \cdot 0{,}3m = 3{,}6\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η τροχαλία δέχεται τρεις δυνάμεις, το βάρος της $\vec{W}$, την δύναμη $\vec{F}$ και την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από τον άξονα. Το βάρος $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{N}$ δεν ασκούν ροπή ως προς τον άξονα της τροχαλίας γιατί ο φορέας τους τέμνει τον άξονα περιστροφής (ο μοχλοβραχίονας είναι μηδέν).

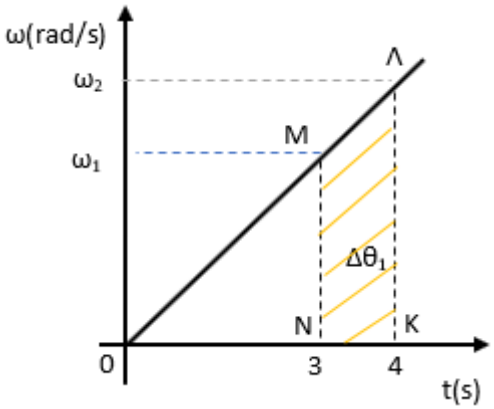


Ορίζοντας ως θετική φορά την φορά περιστροφής της τροχαλίας, η συνολική ροπή ως προς τον άξονα είναι

$$\Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_{\vec{F}} + \vec{\tau}_{\vec{W}} + \vec{\tau}_{\vec{N}} \Leftrightarrow \Sigma\tau = F \cdot R + 0 + 0 = 20N \cdot 0{,}3m = 6Nm$$

Μονάδες 6

4.4. Η επίκεντρη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα κάθε σημείου της τροχαλίας από την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ ως την χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ (το 4ο δευτερόλεπτο) μπορεί να υπολογιστεί από την γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας χρόνου, μέσω του εμβαδού. Όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα, είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδό του τραπεζίου ΚΛΜΝ, με $\omega_2 = \alpha_\gamma t_2 = 4 \cdot 4\frac{rad}{s} = 16\frac{rad}{s}$.



$$\Delta\theta_1 = (K\Lambda MN) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\Delta t = \frac{(12 + 16)}{2} \cdot 1\ rad = 14\ rad$$

Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται είναι ίσο με το μήκος τόξου της περιφέρειας της τροχαλίας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_1$, δηλαδή

$$s = R \cdot \Delta\theta_1 = 0{,}3\ m \cdot 14\ rad = 4{,}2\ m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κύματα τσουνάμι που δημιουργούνται από υποθαλάσσιους σεισμούς διαδίδονται στην επιφάνεια της θάλασσας με πολύ μεγάλη ταχύτητα, που εξαρτάται από το βάθος της θάλασσας, έχουν πολύ μεγάλα μήκη κύματος και πολύ μικρό πλάτος όσο διαδίδονται σε περιοχές με μεγάλα βάθη. Σε ένα κύμα τσουνάμι μετρήθηκε το μήκος κύματος $\lambda = 100Km$ και υπολογίστηκε η ταχύτητα διάδοσης του $\upsilon_\delta = 720\frac{Km}{h}$. Θεωρώντας το κύμα αυτό αρμονικό, η περίοδος του είναι:

(α) $7{,}2\ h$ **(β)** $500\ min$ **(γ)** $500\ s$

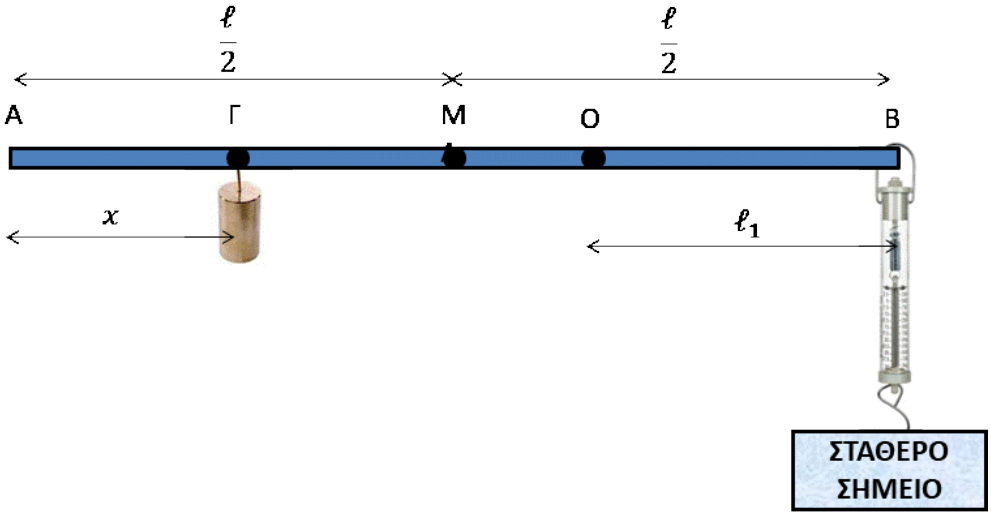
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 10N$ και μήκος $\ell = 1m$. Η ράβδος ΑΒ έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Β απόσταση $\ell_1 = 40\ cm$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Α είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10N$. Ένα δυναμόμετρο



είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $10N$. Η απόσταση x είναι ίση με:

(α) $x = 0{,}3\ m$ **(β)** $x = 0{,}2\ m$ **(γ)** $x = 0{,}1\ m$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής

$$\upsilon_\delta = \lambda \cdot f \;\Rightarrow\; \upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{\upsilon_\delta}$$

Επομένως, $T = \frac{100}{720} h \Rightarrow T = \frac{100}{720} \cdot 3600s \Rightarrow T = 500s$

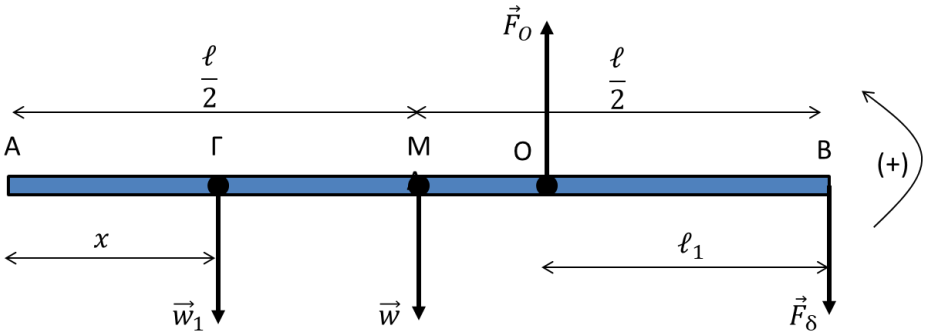
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίση με το μέτρο της δύναμης που ασκεί στη ράβδο, $F_\delta = 10N$. Η ράβδος ισορροπεί, άρα η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα $z'z$ είναι μηδέν. Θεωρώντας θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα, έχουμε:



$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_w + \tau_{F_O} + \tau_{F_\delta} = 0 \;\Rightarrow w_1(\ell - \ell_1 - x) + w\left(\frac{\ell}{2} - \ell_1\right) + 0 - F_\delta \ell_1 = 0$$

Επομένως, $x = 0{,}3\ m$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κύματα τσουνάμι που δημιουργούνται από υποθαλάσσιους σεισμούς διαδίδονται στην επιφάνεια της θάλασσας με πολύ μεγάλη ταχύτητα, που εξαρτάται από το βάθος της θάλασσας, έχουν πολύ μεγάλα μήκη κύματος και πολύ μικρό πλάτος, όσο διαδίδονται σε περιοχές με μεγάλα βάθη. Σε ένα κύμα τσουνάμι μετρήθηκε το μήκος κύματος $\lambda = 100Km$ και υπολογίστηκε η ταχύτητα διάδοσης του $\upsilon_\delta = 720\frac{Km}{h}$ σε περιοχή της θάλασσας βάθους h. Όταν το κύμα αυτό έφτασε σε περιοχή με βάθος $h' < h$ η ταχύτητα διάδοσής του υπολογίστηκε $\upsilon'_\delta = 252\frac{Km}{h}$. Θεωρώντας το κύμα αυτό αρμονικό, το μήκος κύματός του στην περιοχή με βάθος h' είναι:

(α) $285{,}7Km$ **(β)** $35Km$ **(γ)** $12{,}25Km$

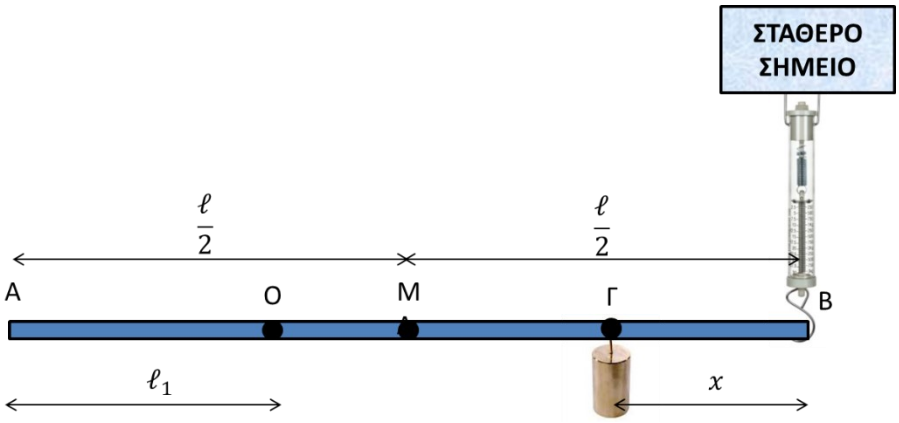
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 10N$ και μήκος $\ell = 1m$. Η ράβδος ΑΒ έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Α απόσταση $\ell_1 = 40\ cm$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Β είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10N$. Ένα δυναμόμετρο



είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $10N$. Η απόσταση x είναι ίση με:

(α) $x = 0{,}3\ m$ **(β)** $x = 0{,}2\ m$ **(γ)** $x = 0{,}1\ m$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η συχνότητα του αρμονικού κύματος δεν επηρεάζεται από την περιοχή διάδοσης του κύματος. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, $\upsilon_\delta = \lambda \cdot f$ και $\upsilon'_\delta = \lambda' \cdot f$.

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις έχουμε:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon'_\delta} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \lambda\,\frac{\upsilon'_\delta}{\upsilon_\delta} \Rightarrow \lambda' = 35Km$$

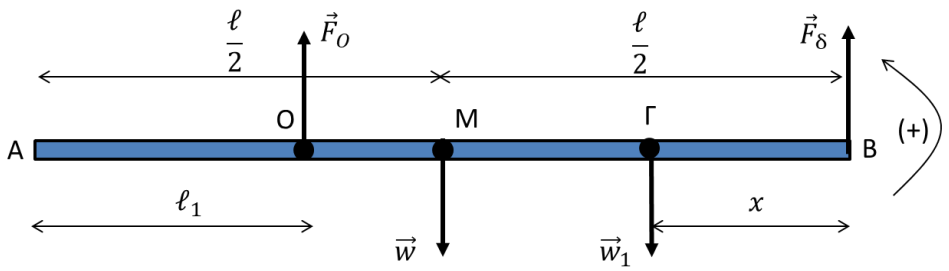
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίση με το μέτρο της δύναμης που ασκεί στη ράβδο, $F_\delta = 10N$. Η ράβδος ισορροπεί, άρα η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα $z'z$ είναι μηδέν. Θεωρώντας θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα, έχουμε:



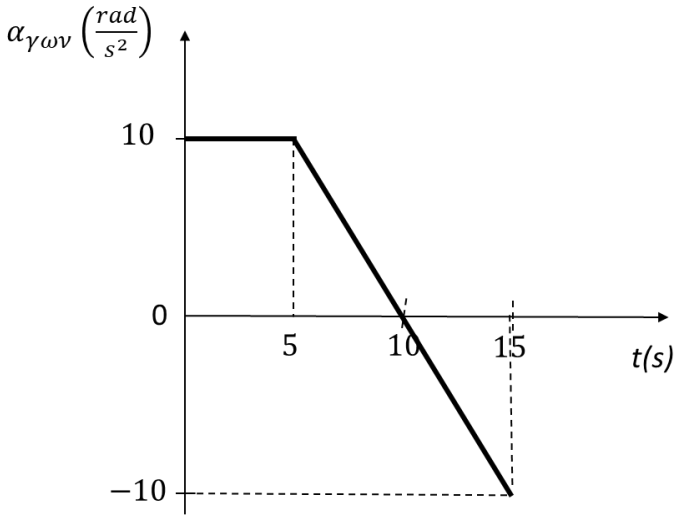
$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F_\delta} + \tau_{w_1} + \tau_w + \tau_{F_O} = 0 \;\Rightarrow F_\delta(\ell - \ell_1) - w_1(\ell - \ell_1 - x) - w(\ell/2 - \ell_1) + 0 = 0$$

Επομένως, $x = 0{,}1\ m$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής $Z'Z$ που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του Ο. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 15s$ φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:



(α) $-10\,\frac{rad}{s}$ **(β)** $50\,\frac{rad}{s}$ **(γ)** $150\,\frac{rad}{s}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

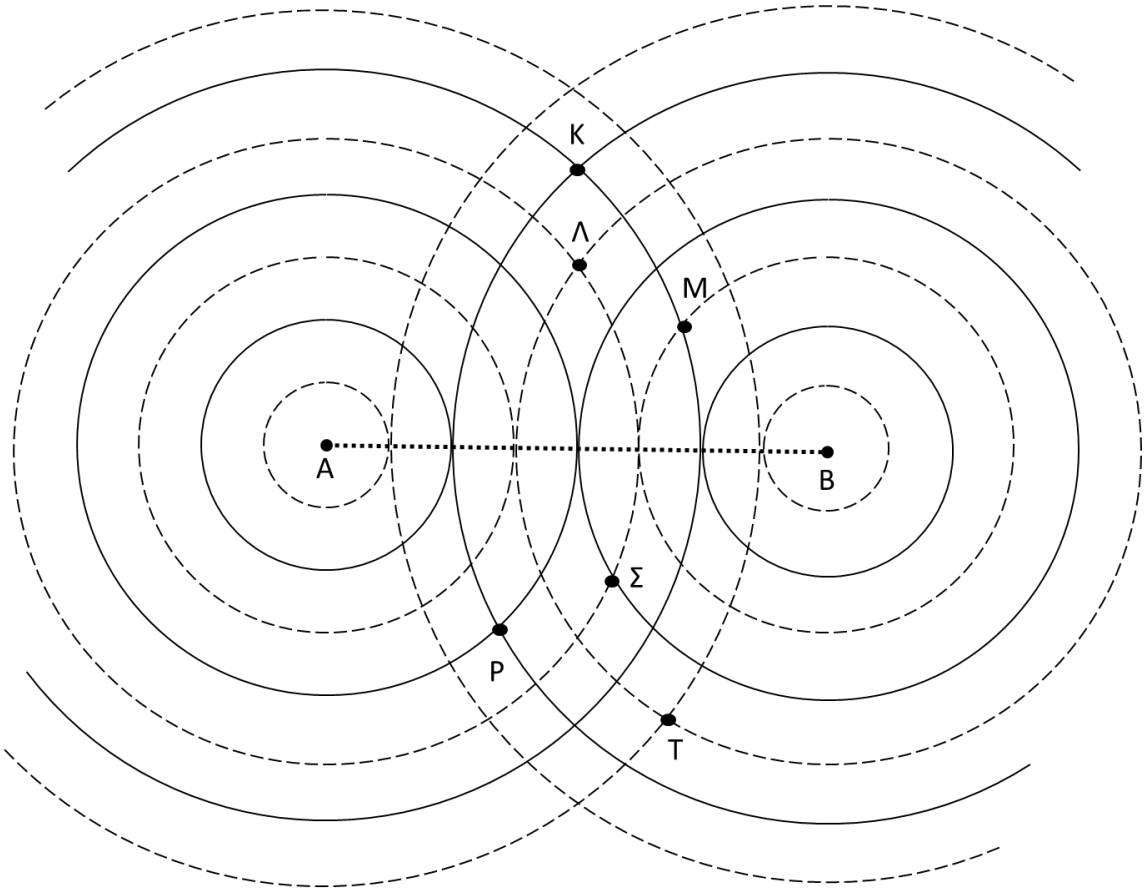
Μονάδες 8

2.2. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σημειακές πηγές Α και Β που δημιουργούν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού που ηρεμεί. Κατά τη διάδοση των δύο κυμάτων δημιουργούνται «όρη» και «κοιλάδες». Οι συνεχόμενοι κύκλοι αντιστοιχούν σε σημεία που τη δεδομένη χρονική στιγμή είναι «όρη» και οι διακεκομμένοι κύκλοι αντιστοιχούν σε σημεία που την ίδια χρονική στιγμή είναι «κοιλάδες». Τα δύο κύματα συμβάλουν στην επιφάνεια του υγρού. Αποσβεστική συμβολή έχουμε στα σημεία:

(α) Κ και Ρ **(β)** Λ και Τ **(γ)** Μ και Σ

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4



2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Σύμφωνα με τον ορισμό της γωνιακής επιτάχυνσης,

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} dt$$

Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης γωνιακής επιτάχυνσης-χρόνου ($\alpha_{\gamma\omega\nu} - t$) και του άξονα t, είναι ίσο με την αντίστοιχη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου. Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος, $\omega_0 = 0$. Η μεταβολή, $\Delta\omega$, της γωνιακής ταχύτητας από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με:

$$\Delta\omega = \left(\frac{5+10}{2} \cdot (+10) + \frac{5}{2} \cdot (-10)\right) \frac{rad}{s}$$

Επομένως,

$$\omega_1 - \omega_0 = (75 - 25)\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega_1 = 50\frac{rad}{s}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Τα δύο αρμονικά κύματα έχουν ίδιο πλάτος και συχνότητα, διαδίδονται στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού που ηρεμεί και συμβάλουν. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας αν κάποια χρονική στιγμή σε ένα σημείο της επιφάνειας του υγρού φτάνει «όρος» από την πηγή Α και ταυτόχρονα φτάνει «όρος» από την πηγή Β, στο σημείο αυτό έχουμε ενισχυτική συμβολή. Το ίδιο ισχύει αν σε ένα σημείο φτάνουν ταυτόχρονα κοιλάδες από τις πηγές Α και Β. Απεναντίας, αν σε ένα σημείο φτάνει «όρος» από την πηγή Α και ταυτόχρονα «κοιλάδα» από την πηγή Β ή αντίστροφα, στο σημείο αυτό συμβαίνει αποσβεστική συμβολή. Όπως προκύπτει από το σχήμα τη δεδομένη χρονική στιγμή:

Στο σημείο Κ φτάνει «όρος» από την πηγή Α και «όρος» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Κ έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Στο σημείο Λ φτάνει «κοιλάδα» από την πηγή Α και «κοιλάδα» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Λ έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Στο σημείο Μ φτάνει «όρος» από την πηγή Α και «κοιλάδα» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Μ έχουμε αποσβεστική συμβολή.

Στο σημείο Ρ φτάνει «όρος» από την πηγή Α και «όρος» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Ρ έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Στο σημείο Σ φτάνει «κοιλάδα» από την πηγή Α και «όρος» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Σ έχουμε αποσβεστική συμβολή.

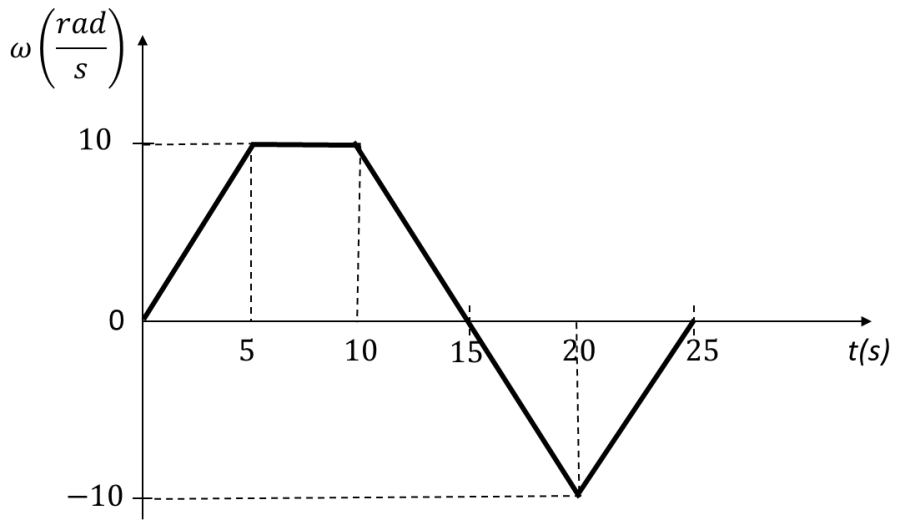
Στο σημείο Τ φτάνει «κοιλάδα» από την πηγή Α και «κοιλάδα» από την πηγή Β, άρα στο σημείο Τ έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Επομένως, αποσβεστική συμβολή έχουμε στα σημεία Μ και Σ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Λεπτός ισοπαχής δακτύλιος κέντρου Ο και ακτίνας $R = 1m$ περιστρέφεται γύρω από άξονα $Z'Z$ που περνά από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου συναρτήσει του χρόνου παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα. Θετική είναι η φορά περιστροφής αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αριστερόστροφη).



4.1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση σε κάθε μια από τις πέντε επιμέρους κινήσεις του δακτυλίου και να εξηγήσετε το είδος κάθε επιμέρους κίνησης.

Μονάδες 10

4.2. Να υπολογίσετε τη συνολική γωνία στροφής του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

Μονάδες 5

4.3. Να παραστήσετε γραφικά, σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων, την αλγεβρική τιμή της ροπής που δέχεται στοιχειώδης μάζα $m = 0{,}1Kg$ του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

4.1. Σύμφωνα με τον ορισμό της γωνιακής επιτάχυνσης, $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$, η γωνιακή επιτάχυνση έχει πάντα την ίδια κατεύθυνση με τη μεταβολή $d\vec{\omega}$ της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου και μέτρο, $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$.

Όταν το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης είναι θετικό, η $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει φορά από το δακτύλιο προς τον αναγνώστη, ενώ όταν το μέτρο της είναι αρνητικό έχει φορά από τον αναγνώστη προς το δακτύλιο.

Το ίδιο ισχύει για το μέτρο και την κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$.

Σύμφωνα με τη σχέση, $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$, η κλίση της γραφικής παράστασης γωνιακής ταχύτητας – χρόνου, $\omega - t$, είναι ίση με το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης, επομένως:

Από $t = 0$ έως $t = 5s$: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10-0}{5-0}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = +2\frac{rad}{s^2} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$

Από $t = 5s$ έως $t = 10s$: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$

Από $t = 10$ έως $t = 15s$: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{0-10}{15-10}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -2\frac{rad}{s^2} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$

Από $t = 15$ έως $t = 20s$: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{-10-0}{20-15}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -2\frac{rad}{s^2} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$

Από $t = 20$ έως $t = 25s$: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{0-(-10)}{25-20}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = +2\frac{rad}{s^2} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$

Από $t = 0$ έως $t = 5s$: Ο δακτύλιος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση, $\omega > 0$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu} > 0$, επομένως τα διανύσματα των $\vec{\omega}$ και $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ είναι ομόρροπα.

Από $t = 5s$ έως $t = 10s$: Ο δακτύλιος εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση επειδή $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$.

Από $t = 10$ έως $t = 15s$: Ο δακτύλιος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση, $\omega > 0$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu} < 0$, επομένως τα διανύσματα των $\vec{\omega}$ και $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ είναι αντίρροπα.

Από $t = 15$ έως $t = 20s$: Ο δακτύλιος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση, $\omega < 0$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu} < 0$, επομένως τα διανύσματα των $\vec{\omega}$ και $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ είναι ομόρροπα.

Από $t = 20$ έως $t = 25s$: Ο δακτύλιος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση, $\omega < 0$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu} > 0$, επομένως τα διανύσματα των $\vec{\omega}$ και $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ είναι αντίρροπα.

Μονάδες 10

4.2. Σύμφωνα με τον ορισμό της γωνιακής ταχύτητας, $\omega = \frac{d\Theta}{dt} \Rightarrow d\Theta = \omega \cdot dt$, το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $\omega - t$ και του άξονα t είναι ίσο με την αντίστοιχη γωνία στροφής, επομένως: $\Theta = \left(\frac{5+15}{2} \cdot 10 + \frac{10\cdot(-10)}{2}\right) rad \Rightarrow \Theta = 50\, rad$

Μονάδες 5

4.3. Η στροφορμή $\vec{L}$ της στοιχειώδους μάζας m του δακτυλίου ως προς τον άξονα $Z'Z$ έχει ίδια κατεύθυνση με τη γωνιακή ταχύτητα του δακτυλίου. Για το μέτρο της L έχουμε:

$$L = m\upsilon R \;\Rightarrow\; L = m\omega R^2$$

Το μέτρο L της στροφορμής είναι ανάλογο του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας του τροχού. Όταν το ω είναι σταθερό θα είναι σταθερό και το L. Όταν το ω είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου θα είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου και το L. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται χαρακτηριστικές τιμές του μέτρου της στροφορμής της στοιχειώδους μάζας m.

$t(s)$	0	5	10	20	25
$L\left(\frac{Kg \cdot m^2}{s}\right)$	0	1	1	-1	0

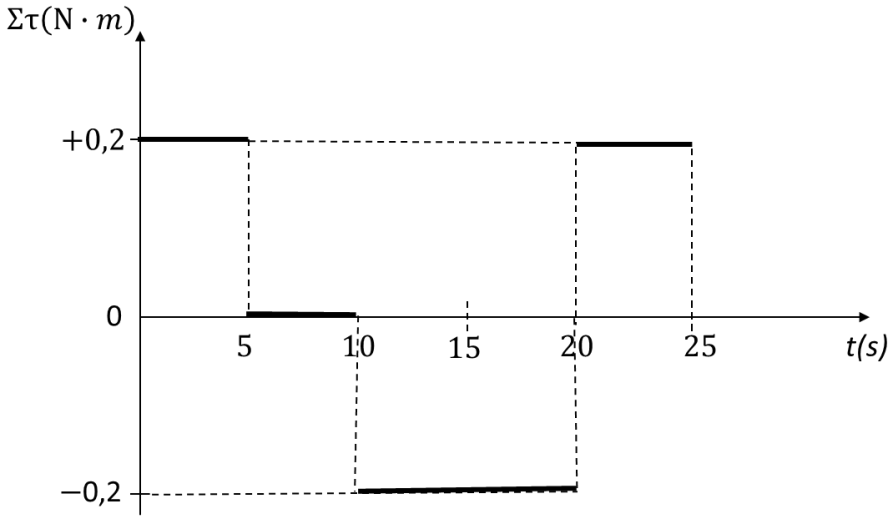
Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης, η ροπή που δέχεται η στοιχειώδης μάζα του δακτυλίου είναι ίση με: $\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}$.

Από $t = 0$ έως $t = 5s$: $\Sigma\tau = \frac{1-0}{5-0} N \cdot m \Rightarrow\; \Sigma\tau = +0{,}2\, N \cdot m$

Από $t = 5s$ έως $t = 10s$: $\Sigma\tau = 0$

Από $t = 10$ έως $t = 20s$: $\Sigma\tau = \frac{-1-1}{20-10} N \cdot m \Rightarrow\; \Sigma\tau = -0{,}2\, N \cdot m$

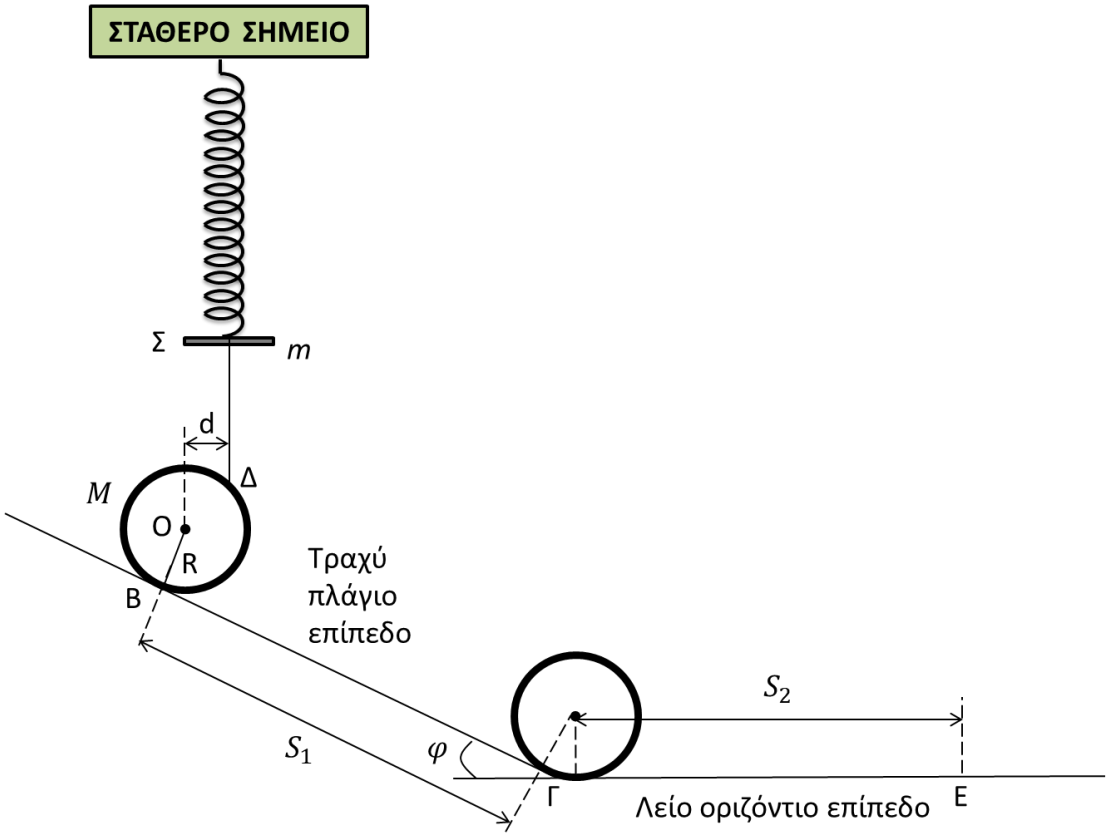
Από $t = 20$ έως $t = 25s$: $\Sigma\tau = \frac{0-(-1)}{25-20} N \cdot m \Rightarrow\; \Sigma\tau = +0{,}2\, N \cdot m$



Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ έχει μάζα $m = 1Kg$ και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400\frac{N}{m}$. Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα Σ και με το άλλο στο σημείο Δ λεπτού και ομογενούς δακτυλίου ακτίνας $R = 0{,}2\ m$ και μάζας $M = 4{,}875Kg$ έτσι ώστε η απόσταση d να είναι ίση με $0{,}1\ m$. Ο δακτύλιος ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0{,}8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6$.



Το σώμα Σ και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0{,}1\ m$. Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο

και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτυλίου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ μετά την κοπή του νήματος, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

Μονάδες 6

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\,\frac{rad}{s^2}$. Να υπολογίσετε το μέτρο α_{cm} της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτυλίου κατά την κύλισή του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο υ_1 της μεταφορικής και το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με $S_1 = 8m$

Μονάδες 6

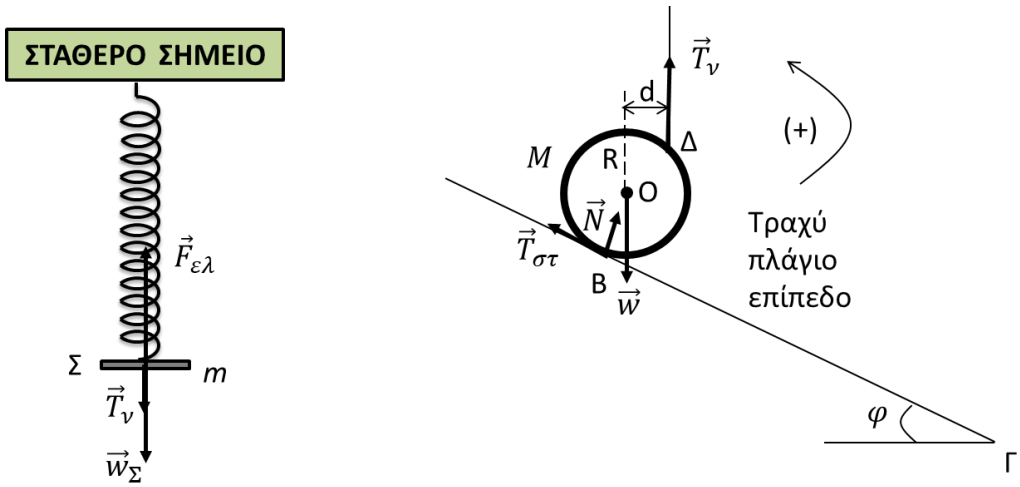
4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτυλίου από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο Ε. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με $S_2 = 8m$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα Σ ισορροπεί, άρα $\Sigma\vec{F} = 0$. Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω έχουμε:

$$W_\Sigma + T_\nu = F_{\varepsilon\lambda} \;\Rightarrow\; T_\nu = k \cdot \Delta\ell - mg \;\Rightarrow\; T_\nu = 30\,N$$



Ο δακτύλιος ισορροπεί, άρα $\Sigma\tau_{(O)} = 0$. Το βάρος $\vec{w}$ του δακτυλίου και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ δεν έχουν ροπή ως προς το Ο γιατί οι φορείς τους περνούν από αυτό, επομένως:

$$\tau_{T_\nu} + \tau_{T_{\sigma\tau}} = 0 \;\Rightarrow T_\nu \cdot d - T_{\sigma\tau} \cdot R = 0 \;\Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_\nu \cdot \frac{d}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 15\,N$$

Μονάδες 6

4.2. Μετά την κοπή του νήματος το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που κόβεται το νήμα, το σώμα Σ έχει μηδενική ταχύτητα, επομένως βρίσκεται στη θετική ακραία θέση της ταλάντωσής του. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι ίσο με την επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση αυτή, μείον την επιμήκυνση που έχει το ελατήριο στη θέση ισορροπίας του σώματος μετά την κοπή του νήματος.

$$A = \left(\Delta\ell - \frac{mg}{k}\right) = (0{,}1 - 0{,}025)m = 0{,}075\,m$$

$$k = m \cdot \omega^2 \;\Rightarrow \omega = 20\frac{rad}{s}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_o),\; 0 \le \varphi_0 < 2\pi$$

Για $t_0 = 0$: $x = +A \;\Rightarrow A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A \;\Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \;\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad.$

Σύμφωνα με τα παραπάνω: $x = 0{,}075 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)\ (SI)$

Η εξίσωση της επιτάχυνσης για την ταλάντωση του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = -\omega^2 \cdot A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_o)\ \Rightarrow\ \alpha = -30 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)\ (SI)$$

Μονάδες 6

4.3. Η κύλιση του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι σύνθετη. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου είναι σταθερή επομένως η στροφική του κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Σύμφωνα με τη σχέση που συνδέει το μέτρο της μεταφορικής με το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης, $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$, η μεταφορική κίνηση του δακτυλίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη με $\alpha_{cm} = 4\ \frac{m}{s^2}$.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή κατά την οποία ο δακτύλιος φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

$$S_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm} \cdot t_1^2\ \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{\alpha_{cm}}}\ \ \Rightarrow t_1 = 2s$$

Όμως,

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm} \cdot t_1\ \Rightarrow \upsilon_1 = 8\frac{m}{s}$$

Επίσης,

$$\upsilon_1 = \omega_1 \cdot R\ \Rightarrow\ \omega_1 = \frac{\upsilon_1}{R}\ \Rightarrow\ \omega_1 = 40\frac{rad}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η κύλιση του δακτυλίου στο λείο οριζόντιο επίπεδο είναι σύνθετη. Η μεταφορική του κίνηση είναι ομαλή, εφόσον ο δακτύλιος δεν δέχεται καμία δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση, με μεταφορική ταχύτητα $\upsilon_1 = 8\frac{m}{s}$. Επίσης, η στροφική του κίνηση στο λείο οριζόντιο επίπεδο είναι ομαλή, εφόσον δεν υπάρχει καμία ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής του, με γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 40\frac{rad}{s}$.

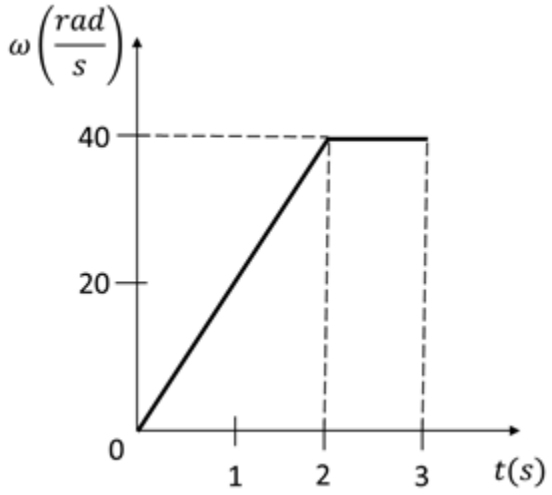
Έστω t_2 η χρονική στιγμή κατά την οποία ο δακτύλιος περνά από το σημείο Ε.

$$S_2 = \upsilon_1 \cdot (t_2 - t_1)\ \Rightarrow\ t_2 = \frac{S_2}{\upsilon_1} + t_1\ \Rightarrow\ t_2 = 3s$$

Επομένως, η γωνιακή ταχύτητα ως προς τον χρόνο δίνεται από την συνάρτηση:

$$\omega = \begin{cases} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t\ \Rightarrow\ \omega = 20t, & 0 \le t \le 2s \\ 40, & 2s \le t \le 3s \end{cases}\ (SI)$$

Σχεδιάζουμε την αντίστοιχη γραφική παράσταση:



Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης γωνιακής ταχύτητας – χρόνου και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αντίστοιχη γωνία στροφής, επομένως:

$$\Delta\Theta = \frac{3+1}{2} \cdot 40\, rad \Rightarrow \ \Delta\Theta = 80\, rad$$

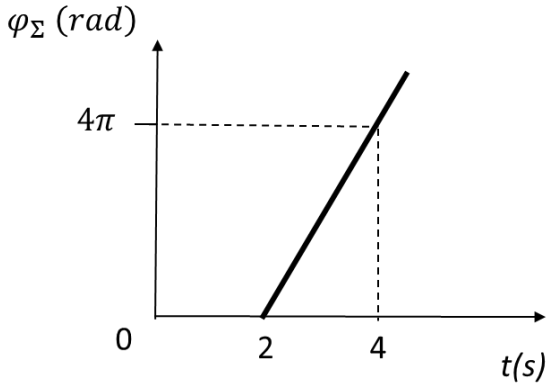
Αν N είναι ο αριθμός των περιστροφών του δακτυλίου από $t_0 = 0$ έως $t_2 = 3s$, τότε:

$$N = \frac{\Delta\Theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{40}{\pi} \text{ περιστροφές}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Κατά μήκος ενός γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα x'Ox ένα αρμονικό κύμα. Το σημείο Ο της θέσης $x_O = 0$ εκτελεί αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0{,}5\eta\mu\omega t\ (SI)$. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης φ_Σ του σημείου Σ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 8m$, συναρτήσει του χρόνου.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος, την περίοδο και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 8

4.2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος και να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπό του τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}5s$.

Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 4

4.4. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου αρμονικού κύματος που πρέπει να συμβάλει με αυτό το αρμονικό κύμα για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το αρμονικό κύμα που διαδίδεται στο ελαστικό μέσο έχει εξίσωση $y = A \cdot ημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Όταν το σημείο Σ διεγερθεί από το κύμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση:

$$y_\Sigma = A \cdot ημφ_\Sigma$$

όπου $\varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right)$ είναι η φάση του σημείου Σ.

Έστω t_Σ η χρονική στιγμή διέγερσης του σημείου Σ από το κύμα. Από $t_0 = 0$ έως t_Σ η φάση του σημείου Σ είναι μηδέν γιατί παραμένει ακίνητο στη θέση ισορροπίας του. Σύμφωνα με το διάγραμμα $\varphi_\Sigma - t$, το σημείο Σ διεγείρεται τη χρονική στιγμή $t_\Sigma = 2s$.

Το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα στο γραμμικό ελαστικό μέσο επομένως

$$x_\Sigma = υ_\kappa \cdot t_\Sigma \Rightarrow υ_\kappa = 4\frac{m}{s}$$

Η κλίση της γραφικής παράστασης $\varphi_\Sigma - t$ είναι ίση με τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου Σ και του αρμονικού κύματος.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi_\Sigma}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{2}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 2\pi\frac{rad}{s}$$

Όμως, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1s$

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $υ_\kappa = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = 4m$

Μονάδες 8

4.2. Η γενική μορφή της εξίσωσης ταλάντωσης της πηγής είναι $y = A \cdot ημωt$, επομένως το πλάτος του κύματος είναι ίσο με $A = 0{,}5m$.

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς, η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$y = 0{,}5 \cdot ημ2\pi\left(t - \frac{x}{4}\right)\ (SI)$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}5\ s$ το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $x_1 = υ_\kappa \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 10\ m$.

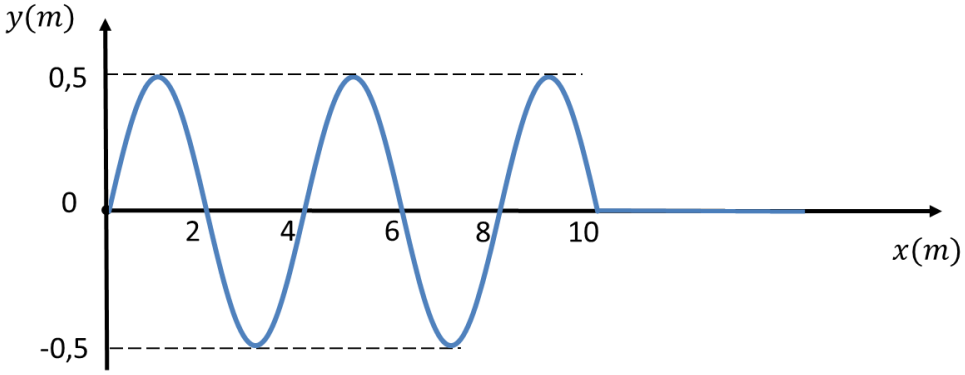
Εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος τη χρονική t_1:

$$y = 0{,}5 \cdot ημ2\pi\left(2{,}5 - \frac{x}{4}\right)\ (SI), \qquad 0 \le x \le 10\ m$$

Καταγράφουμε τις τιμές των x, y στον παρακάτω πίνακα

$x(m)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y(m)$	0	+0,5	0	- 0,5	0	+0,5	0	-0,5	0	+0,5	0

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}5\ s$.



Μονάδες 8

4.3. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ δίνεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_\Sigma = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right)$$

Τη χρονική στιγμή t_1, έχουμε:

$\upsilon_\Sigma = 2\pi \cdot 0{,}5 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{2{,}5}{1} - \frac{8}{4}\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_\Sigma = -\pi\frac{m}{s}$

Μονάδες 4

4.4. Τα κύματα που συμβάλουν για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα έχουν ίδιο πλάτος, ίδια συχνότητα και διαδίδονται με αντίθετη φορά στο ίδιο ελαστικό μέσο. Το ένα αρμονικό κύμα έχει εξίσωση:

$$y = 0{,}5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{4}\right)\ (SI)$$

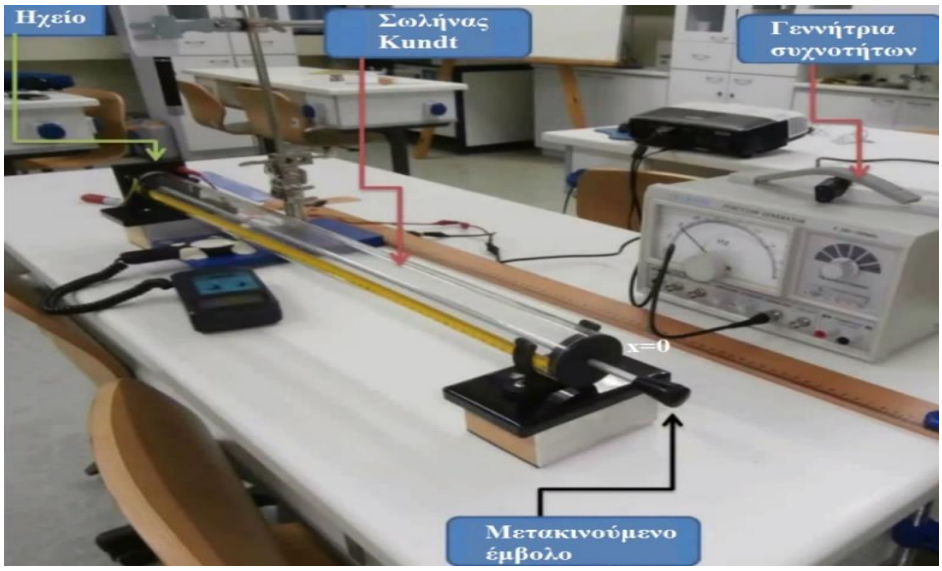
Επομένως, το άλλο αρμονικό κύμα θα έχει εξίσωση:

$$y = 0{,}5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{4}\right)\ (SI)$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Στον ηχητικό σωλήνα του Kundt της παραπάνω εικόνας δημιουργούμε στάσιμα κύματα με τη βοήθεια γεννήτριας συχνοτήτων που παράγει ήχο συχνότητας $1KHz$. Μετακινώντας αργά τη θέση του εμβόλου ακούμε σταδιακή αύξηση της έντασης του ήχου. Σε μια συγκεκριμένη θέση του εμβόλου $x_1 = 5{,}2cm$, εντοπίζουμε το πρώτο μέγιστο της έντασης του ήχου και αντίστοιχα το δεύτερο μέγιστο της έντασης του ήχου στην θέση $x_2 = 22{,}3cm$. Η τιμή της ταχύτητας του ήχου $\upsilon_{\eta\chi}$ στον αέρα υπολογίζεται

(α) $\upsilon_{\eta\chi} = 171\, m/s$, **(β)** $\upsilon_{\eta\chi} = 325\, m/s$, **(γ)** $\upsilon_{\eta\chi} = 342\, m/s$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα κλειστό τετράγωνο πλαίσιο πλευράς α, είναι κατασκευασμένο από χάλκινο σύρμα σταθερής διατομής και αποτελείται από N σπείρες. Το πλαίσιο έχει ωμική αντίσταση R και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B, με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου να είναι παράλληλες στο επίπεδο του πλαισίου. Αν περιστρέψουμε το πλαίσιο κατά 90° ως προς μια διάμεσό του κάθετη στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου, τότε το ηλεκτρικό φορτίο Δq, που διέρχεται από μια τομή του χάλκινου σύρματος στη χρονική διάρκεια περιστροφής του πλαισίου είναι ίσο με

(α) $\Delta q = \frac{2Ba^2N}{R}$, **(β)** $\Delta q = \frac{Ba^2N}{R}$, **(γ)** $\Delta q = 0$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής είναι:

$$\upsilon_{\eta\chi} = \lambda f \quad (1)$$

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων στο στάσιμο κύμα είναι ίσο με $\lambda/2$, όπου λ, το μήκος κύματος του ήχου που παράγει η γεννήτρια. Συνεπώς,

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 34{,}2\ cm = 0{,}342m$$

Αντικαθιστώντας αυτή την τιμή του μήκους κύματος στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$\upsilon_{\eta\chi} = 342m/s$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο πλαίσιο είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = N\frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180^o - BA\sigma\upsilon\nu 90^o|}{\Delta t} = N\frac{BA}{\Delta t} = \frac{NB\alpha^2}{\Delta t} \quad (1)$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο στο χρονικό διάστημα Δt, λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (1) είναι:

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{NB\alpha^2}{R \cdot \Delta t} \quad (2)$$

Το ηλεκτρικό φορτίο Δq, που διέρχεται από μια τομή του χάλκινου σύρματος στη χρονική διάρκεια περιστροφής του πλαισίου, λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (2) είναι:

$$\Delta q = I \cdot \Delta t = \frac{Ba^2N}{R}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όταν φωτεινή ακτινοβολία προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, εκπέμπονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια K. Εάν η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην ίδια μεταλλική επιφάνεια αυξηθεί κατά *25%,* τότε η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται από αυτή αυξάνεται κατά *50%.* Το έργο εξαγωγής φ, του μετάλλου αυτού είναι:

(α) $\varphi = K$, **(β)** $\varphi = 2K$, **(γ)** $\varphi = K/2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης $10J$. Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία μία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης. Το έργο W, που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης, είναι ίσο με

(α) $W = 20J$, **(β)** $W = 30J$, **(γ)** $W = 40J$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Επειδή μετά την αύξηση της ενέργειας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας η ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων αυξάνεται κατά *50%,* συμπεραίνουμε ότι η κινητική τους ενέργεια στην περίπτωση αυτή ισούται με

$$K' = K + \frac{50}{100}K = 1{,}5K \quad (1)$$

Επίσης, εάν για την αρχική ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας ισχύει ότι $E = hf$, σύμφωνα με τα δεδομένα θα είναι

$$E' = E + \frac{25}{100}E = 1{,}25E \Rightarrow hf' = 1{,}25hf \quad (2)$$

Με εφαρμογή της φωτοηλεκτρικής εξίσωσης του Einstein έχουμε ότι

$$K = hf - \varphi \quad (3) \qquad\qquad K' = hf' - \varphi \quad (4)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (1), (2), (3) η σχέση (4) γίνεται:

$$1{,}5K = 1{,}25hf - \varphi \Rightarrow 1{,}5K = 1{,}25(K + \varphi) - \varphi \Rightarrow \varphi = K$$

Μονάδες 8

2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Όταν το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A, έχοντας ενέργεια ταλάντωσης $10J$, ισχύει:

$$E_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}DA^2 = 10J \quad (1)$$

Όταν ασκούμε στιγμιαία μία δύναμη τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης, θα έχουμε σύμφωνα με τη σχέση (1):

$$E_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}D(2A)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}DA^2 = 40J \quad (2)$$

Συνεπώς, το έργο W, που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (1) και (2), είναι:

$$W = E_{\tau\varepsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi} = 30J$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Κατά μήκος μιας χορδής μεγάλου μήκους, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδονται ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα που έχουν εξισώσεις

$$y_1 = 0{,}2\eta\mu 2\pi(10t - 5x)\ \ (S.I.)\ \ \text{και}\ \ \ y_2 = 0{,}2\eta\mu 2\pi(10t + 5x)\ \ (S.I.)$$

Τα δύο κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας στο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα.

4.1. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στη χορδή.

Μονάδες 6

4.2. Να αποδείξετε ότι στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα δημιουργείται κοιλία.

Μονάδες 6

4.3. Να διερευνήσετε αν στο σημείο $B(x_B = 0{,}25\ m)$ σχηματίζεται δεσμός ή κοιλία.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου Μ της χορδής που έχει τετμημένη $x_M = 0{,}025\ m$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από τις εξισώσεις των δύο κυμάτων προκύπτει:

$$T = \frac{1}{10}\ s \Rightarrow T = 0{,}1\ s,\ \ \lambda = \frac{1}{5}\ m \Rightarrow \lambda = 0{,}2\ m,\ \ A = 0{,}2\ m$$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow y = 0{,}4\sigma\upsilon\nu(10\pi x) \cdot \eta\mu(20\pi t) \qquad (S.I.)$$

Μονάδες 6

4.2. Όλα τα σημεία που είναι κοιλίες ταλαντώνονται με πλάτος $A' = 2A = 0{,}4\ m$. Επομένως για την αρχή $O(x = 0)$ έχουμε:

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\right| = 0{,}4|\sigma\upsilon\nu(10\pi x)| \Rightarrow A'_O = 0{,}4\ m$$

Επομένως στο σημείο $O(x = 0)$δημιουργείται κοιλία.

Μονάδες 6

4.3. Βρίσκουμε το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου Β που έχει τετμημένη $x_B = 0{,}25\ m$. Έχουμε:

$$A'_B = 0{,}4|\sigma\upsilon\nu(10\pi \cdot 0{,}25)| \Rightarrow A'_B = 0$$

Συνεπώς στο σημείο Β σχηματίζεται δεσμός.

Μονάδες 6

4.4. Το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου Μ της χορδής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$A'_M = 0{,}4|\sigma\upsilon\nu(10\pi \cdot 0{,}025)| \Rightarrow A'_B = 0{,}2\sqrt{2}\ m$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου αυτού υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon_{max} = \omega A'_B = \frac{2\pi}{T} \cdot A'_B \Rightarrow \upsilon_{max} = 4\pi\sqrt{2}\ m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Υλικό σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, που έχει επιλεγεί ως αρχή των αξόνων ($x = 0$), αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$ και κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου Ο μηδενίζεται 20 φορές σε κάθε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5\ s$. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$ κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα $\upsilon = 2\ m/s$. Στη διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσής του το υλικό σημείο Ο διανύει διάστημα $s = 0{,}2\ m$.

4.1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που παράγεται.

Μονάδες 7

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να κινείται ένα σημείο Μ, που βρίσκεται στη θέση $x_M = -1\ m$ της χορδής όπως επίσης και την απομάκρυνση y_M, από τη θέση ισορροπίας του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή $t = \frac{13}{24} s$.

Μονάδες 6

4.3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη της θέσης ($\varphi - x$), τη χρονική στιγμή $t = 2\ s$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τις συντεταγμένες θέσης των σημείων της χορδής, τα οποία βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα, σε απόσταση μικρότερη από $2\ m$ από την αρχή των αξόνων Ο και τη χρονική στιγμή $t = 1\ s$, έχουν απομάκρυνση $y = -5\ cm$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Γνωρίζουμε ότι σε κάθε περίοδο T, η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται *2* φορές. Άρα το υλικό σημείο εκτελεί $N = \frac{20}{2} = 10$ ταλαντώσεις σε χρονικό διάστημα Δt. Επομένως, με βάση τον ορισμό της συχνότητας:

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2\ Hz$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = \frac{1}{f} = 0{,}5\ s$ ενώ η κυκλική συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\ rad/s$.

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = 1\ m$$

Το διάστημα που διανύει το υλικό σημείο Ο στη διάρκεια μιας περιόδου είναι ίσο με $s = 4A$, οπότε:

$$s = 4A \ \Rightarrow 0{,}2 = 4A \ \Rightarrow A = 5 \cdot 10^{-2}\ m$$

Το εγκάρσιο κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 5 \cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(2t + x) \quad (S.I.)$$

Μονάδες 7

4.2. Το εγκάρσιο κύμα φτάνει στο σημείο Μ μετά από χρόνο:

$$t = \frac{|x_M|}{v} = 0{,}5\ s$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη εξίσωση του κύματος που βρήκαμε, για $t = \frac{13}{24}s$ και $x_M = -1\ m$ έχουμε:

$$y_M = 5 \cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi\left(2 \cdot \frac{13}{24} - 1\right) = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ m$$

Μονάδες 6

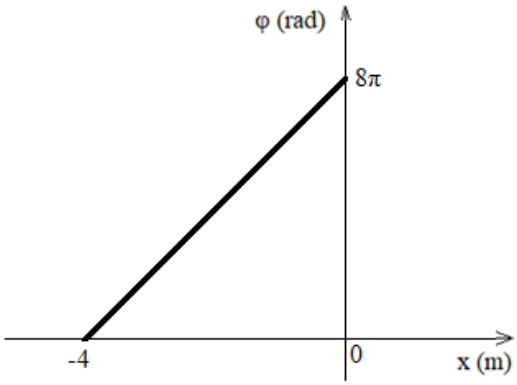
4.3. Η εξίσωση του κύματος δίνεται από τη σχέση:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 5 \cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(2t + x) \quad (S.I.)$$

Η φάση του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 2\ s$ είναι:

$$\varphi = 2\pi(4 + x) \quad (S.I.)$$

Το διάγραμμα της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη της θέσης $(\varphi - x)$ φαίνεται στο παραπλεύρως σχήμα.



Μονάδες 6

4.4. Για τα σημεία τα οποία τη χρονική στιγμή $t = 1\ s$, έχουν απομάκρυνση $y = -5\ cm$ έχουμε:

$$-5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-2}\ \eta\mu 2\pi(2 + x) \Rightarrow \eta\mu 2\pi(2 + x) = -1 \Rightarrow$$

$$2\pi(2+x) = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = k - \frac{5}{4}$$

Για $k = 0$, $x = -1{,}25\ m$ (δεκτή), για $k = 1$, $x = -0{,}25\ m$ (δεκτή), για $k = 2$, $x = 0{,}75\ m$ (απορρίπτεται), για $k = 3$, $x = 1{,}75\ m$ (απορρίπτεται), για $k = -1$, $x = -2{,}25\ m$ (απορρίπτεται), όπως απορρίπτονται και όλες οι υπόλοιπες. Συνεπώς, οι συντεταγμένες θέσης των σημείων της χορδής, τα οποία βρίσκονται σε απόσταση μικρότερη από 2 m από την αρχή των αξόνων Ο και στον αρνητικό ημιάξονα, είναι:

$$x_1 = -1{,}25\ m, \qquad x_2 = -0{,}25\ m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε στερεό ασκούνται αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και παράλληλους φορείς. Η συνολική ροπή αυτών των δυνάμεων που ασκούνται στο στερεό είναι:

(α) μεγαλύτερη ως προς σημείο Κ που βρίσκεται μεταξύ των φορέων τους.

(β) μεγαλύτερη ως προς σημείο Λ που βρίσκεται έξω από τους φορείς τους.

(γ) ανεξάρτητη από το σημείο υπολογισμού της.

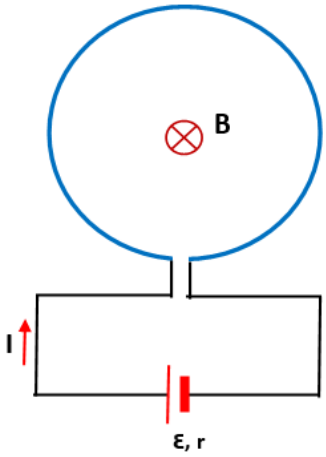
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

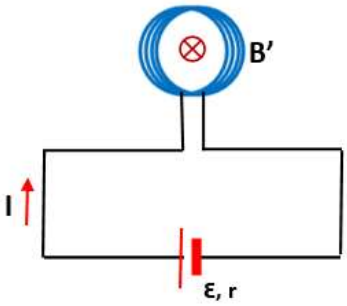
Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο εργαστήριο Φυσικών Επιστημών του σχολείου εκτελούμε το ακόλουθο πείραμα: Έχουμε έναν κυκλικό αγωγό με περιφέρεια μήκους L. Σε κάποιο σημείο κόβουμε τον αγωγό και στα σημεία τομής εφαρμόζουμε σταθερή τάση V, με την βοήθεια γεννήτριας συνεχούς ρεύματος ηλεκτρεγερτικής δύναμης ε και εσωτερικής αντίστασης r. Μετράμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού και την βρίσκουμε να έχει τιμή B.





Στη συνέχεια, το ίδιο σύρμα το τυλίγουμε έτσι ώστε να φτιάξουμε ένα κυκλικό πλαίσιο (όχι σωληνοειδές) με N όμοιες σπείρες και στα άκρα του συνδέουμε την ίδια πηγή (ε, r) όπως πριν και κάνουμε και πάλι μέτρηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου πλαισίου. Η μετρούμενη νέα ένταση θα είναι B':

(α) $\frac{N}{B}$, **(β)** N^2B , **(γ)** $\frac{B}{N^2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

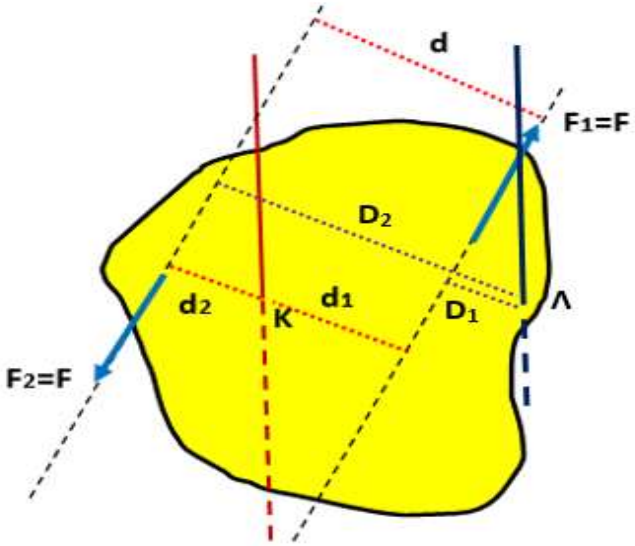
2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σύμφωνα με τα δεδομένα της εκφώνησης, έχουμε ζεύγος δυνάμεων σε στερεό σώμα. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς κάθε άξονα περιστροφής ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν οι φορείς των δυνάμεων και ισούται με το γινόμενο του μέτρου της μίας εκ των δυνάμεων ($F_1 = F_2 = F$) επί την απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων, d:

$$\tau_{\zeta\varepsilon\upsilon\gamma o\upsilon\varsigma} = F \cdot d$$



Στο σχήμα φαίνεται στερεό σώμα, το οποίο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το τυχαίο σημείο Κ. Στο στερεό ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = F_2 = F$, οι φορείς των οποίων απέχουν αποστάσεις d_1 και d_2, αντίστοιχα, από τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Κ. Για την συνολική ροπή των δυνάμεων στο στερεό, με θετική φορά την αντίθετη των δεικτών του ρολογιού (αριστερόστροφη), ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_K = \vec{\tau}_{F_1}^{(K)} + \vec{\tau}_{F_2}^{(K)}$$

$$\Sigma\tau_K = \tau_{F_1}^{(K)} + \tau_{F_2}^{(K)} = F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 = F \cdot (d_1 + d_2) \Leftrightarrow$$

$$\Sigma\tau_K = \tau_{\zeta\varepsilon\upsilon\gamma o\upsilon\varsigma} = F \cdot d$$

Για άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Λ, με την ίδια θετική φορά περιστροφής, θα είναι:

$$\Sigma\vec{\tau}_\Lambda = \vec{\tau}_{F_1}^{(\Lambda)} + \vec{\tau}_{F_2}^{(\Lambda)}$$

$$\Sigma\tau_\Lambda = -\tau_{F_1}^{(\Lambda)} + \tau_{F_2}^{(\Lambda)} = -F_1 \cdot D_1 + F_2 \cdot D_2 = F \cdot (D_2 - D_1) \Leftrightarrow$$

$$\Sigma\tau_\Lambda = \tau_{\zeta\varepsilon\upsilon\gamma o\upsilon\varsigma} = F \cdot d$$

Άρα η συνολική ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια για κάθε άξονα περιστροφής.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για τον αρχικό κυκλικό αγωγό, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του είναι:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I_1}{\alpha} \qquad (1)$$

όπου:

α είναι η ακτίνα του κυκλικού αγωγού για την οποία ισχύει: $L = 2\pi\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{L}{2\pi}$,

$I_1 = \frac{E}{(R+r)}$ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα,

R η αντίσταση του κυκλικού αγωγού και

r η εσωτερική αντίσταση της πηγής.

Αντικαθιστούμε στην (1):

$$B = k_\mu \frac{2\pi I_1}{\alpha} = k_\mu \frac{2\pi \frac{E}{(R+r)}}{\frac{L}{2\pi}} \Leftrightarrow B = k_\mu \frac{(2\pi)^2 E}{L(R+r)} \qquad (2)$$

Στην περίπτωση του δεύτερου κυκλώματος με το πλαίσιο των N σπειρών, θα είναι:

$$B' = k_\mu \frac{2\pi I_2}{\beta} N \qquad (3)$$

όπου:

I_2 η ένταση του ρεύματος για την οποία ισχύει $I_2 = I_1 = \frac{E}{(R+r)}$, αφού η αντίσταση του αγωγού ίδιου μήκους L δεν αλλάζει,

και β είναι η ακτίνα των νέων κυκλικών πλαισίων, για την οποία ισχύει: $L = 2\pi\beta N \Leftrightarrow \beta = \frac{L}{2\pi N}$

Αντικαθιστούμε στην (3):

$$B' = k_\mu \frac{2\pi I_2}{\beta} N = k_\mu \frac{2\pi \frac{E}{(R+r)}}{\frac{L}{2\pi N}} N \Leftrightarrow B' = k_\mu \frac{(2\pi)^2 E}{L(R+r)} N^2 \qquad (4)$$

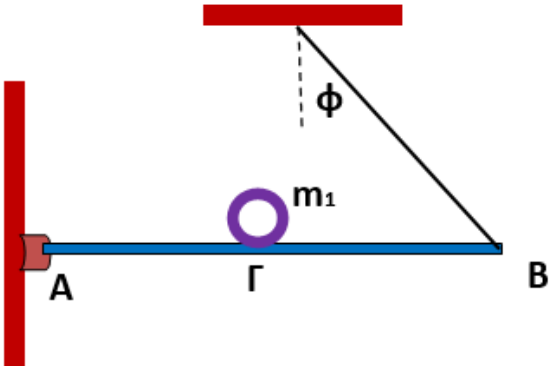
Διαιρούμε τις σχέσεις (2) και (4) κατά μέλη:

$$\frac{B}{B'} = \frac{k_\mu \frac{(2\pi)^2 E}{L(R+r)}}{k_\mu \frac{(2\pi)^2 E}{L(R+r)} N^2} \Leftrightarrow \frac{B}{B'} = \frac{1}{N^2} \Leftrightarrow B' = N^2 B$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $L = 1\ m$, μάζα $m = 900\ g$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία φ τέτοια ώστε $ημφ = 0{,}87$ και $συνφ = 0{,}5$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σ' αυτή. Στο μέσο της ράβδου, έστω σημείο Γ, τοποθετούμε κυκλική στεφάνη μάζας $m_1 = 100\ g$ και ακτίνας $R = 10\ cm$. Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται $T_{θρ} = 10{,}5\ N$.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε πόσο κοντά στο Β μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

Μονάδες 6

4.3. Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση x της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

Μονάδες 7

Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο Β, με αρχική ταχύτητα $υ_0$. Συγχρόνως, ασκούνται σε αυτή κατάλληλες δυνάμεις ώστε να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $α_{cm} = 0{,}25\ m/s^2$ και σταματά μετά από χρόνο $Δt = 1s$.

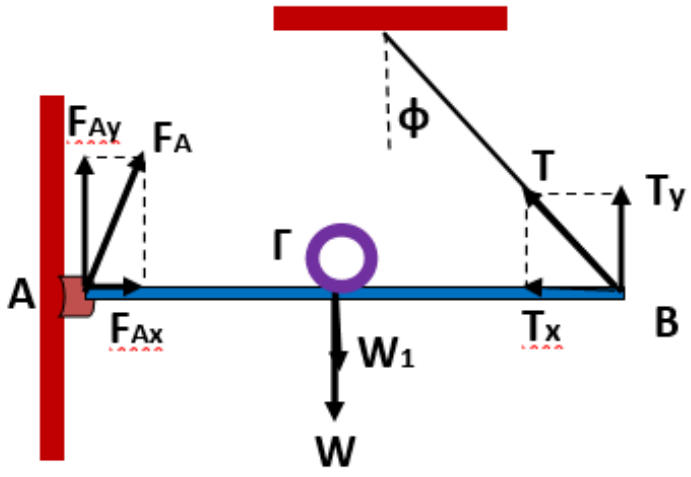
4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε έως τότε.

Μονάδες 6

Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τοποθετούμε την στεφάνη μάζας m_1 ακίνητη στο σημείο Γ έτσι ώστε η ράβδος να ισορροπεί. Τότε οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι σχεδιασμένες στο παρακάτω σχήμα:



Εφόσον η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει: $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$, $\Sigma\vec{\tau} = \vec{0}$.

Επιλέγουμε την ισορροπία των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο Α, με θετική φορά την αριστερόστροφη:

$$\Sigma\vec{\tau}_A = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\tau}_W + \vec{\tau}_{W_1} + \vec{\tau}_{F_A} + \vec{\tau}_T = \vec{0}$$

$$-W \cdot \frac{L}{2} - W_1 \cdot (A\Gamma) + 0 + T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot L = 0 \Leftrightarrow T \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = W \cdot \frac{L}{2} + W_1 \cdot \frac{L}{2}$$

$$T \cdot \frac{L}{2} = m \cdot g \cdot \frac{L}{2} + m_1 \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Leftrightarrow T = 10\ N$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω d η απόσταση από το Β, στην οποία αν μετακινήσουμε την στεφάνη, οριακά δεν θα σπάσει το νήμα. Για την νέα οριακή ισορροπία και πάλι ως προς το σημείο Α, θα είναι:

$$\Sigma\vec{\tau}'_A = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\tau}_W + \vec{\tau}'_{W_1} + \vec{\tau}_{F_A} + \vec{\tau}_T = \vec{0}$$

$$-W \cdot \frac{L}{2} - W_1 \cdot (L - d) + 0 + T_{\theta\rho} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot L = 0 \Leftrightarrow W_1 \cdot (L - d) = T_{\theta\rho} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot L - W \cdot \frac{L}{2} \Leftrightarrow$$

$$1N \cdot (1m - d) = 10{,}5N \cdot 0{,}5 \cdot 1 - 9N \cdot \frac{1m}{2} \Leftrightarrow d = (1 - 5{,}25 + 4{,}5)m = 0{,}25m$$

Άρα η στεφάνη μπορεί να πλησιάσει σε απόσταση $d = 25\ cm$ από το σημείο Β χωρίς να σπάσει το νήμα.

Μονάδες 6

4.3. Για την ζητούμενη γραφική παράσταση της μεταβολής της τάσης του νήματος ως προς την απόσταση του σώματος m_1 από το σημείο Γ, πρέπει να προσδιορίσουμε την συνάρτηση $T = f(x)$.

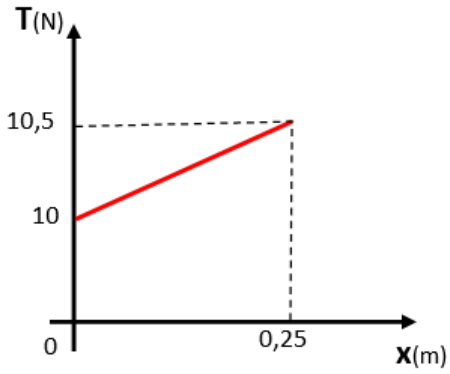
Για μια τυχαία θέση x του σώματος m_1 μεταξύ των θέσεων Γ $(x = 0)$ και θραύσης του νήματος $(x = 0{,}25\ cm)$, ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}''_A = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\tau}_W + \vec{\tau}''_{W_1} + \vec{\tau}_{F_A} + \vec{\tau}_T = \vec{0}$$

$$-W\frac{L}{2} - W_1\left(\frac{L}{2} + x\right) + 0 + T \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Leftrightarrow T \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = W\frac{L}{2} + W_1\left(\frac{L}{2} + x\right) \Leftrightarrow$$

$$T \cdot 0{,}5 = 9 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + x\right) \Leftrightarrow T = 10 + 2 \cdot x \quad \text{για} \quad 0 \leq x \leq 0{,}25\text{m} \quad (\text{S.I.})$$

Άρα η γραφική παράσταση θα είναι:



Μονάδες 7

4.4. Ο αριθμός των περιστροφών που εκτέλεσε η στεφάνη είναι:

$$N = \frac{\theta_1}{2\pi} \qquad (1)$$

όπου θ_1 η γωνία στροφής μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Αλλά:

$$\theta_1 = \omega_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2 \qquad (2)$$

Για την αρχική ταχύτητα ω_0, ισχύει:

$$\omega = \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t \Leftrightarrow 0 = \omega_0 - \frac{\alpha_{cm}}{R} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \omega_0 = 2{,}5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \qquad (3)$$

Η (2) λόγω της (3), γίνεται:

$$\theta_1 = \omega_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2 \Leftrightarrow \theta_1 = 2{,}5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 1^2 \text{s}^2 \Leftrightarrow \theta_1 = 1{,}25\ \text{rad}$$

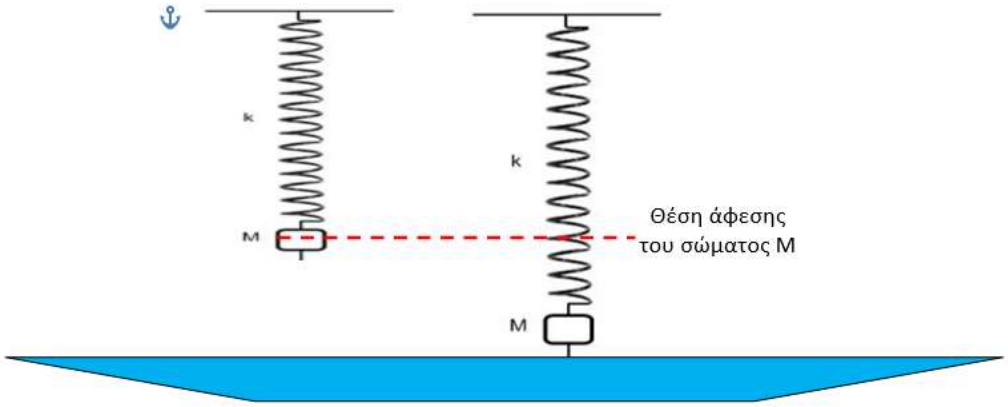
και αντικαθιστώντας στην (1):

$$N = \frac{\theta_1}{2\pi} \Leftrightarrow N = \frac{1{,}25}{2\pi} \text{περιστροφές} = \frac{0{,}625}{\pi} \quad \text{περιστροφές}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\ \frac{N}{m}$ και φυσικού μήκους (Φ.Μ.) $l_0 = 1{,}2m$, κρέμεται από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κρεμάμε σώμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας $M = 2{,}5\ kg$ και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω.



4.1. Να προσδιορίσετε την χρονική εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή και την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο ταλαντωτής σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του.

Μονάδες 7

4.2. Στο κάτω μέρος του σώματος που ταλαντώνεται, υπάρχει πολύ μικρή ακίδα, αμελητέας μάζας, ενώ χαμηλότερα υπάρχει δοχείο με υγρό που ηρεμεί. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού από την οροφή, ώστε η ακίδα μόλις να την αγγίζει και να δημιουργεί κύματα στην επιφάνεια του υγρού.

Μονάδες 4

4.3. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ του κύματος που διαδίδεται στην επιφάνεια του υγρού, αν γνωρίζουμε ότι από την στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, το κύμα έφτασε σε ένα σημείο Λ στην επιφάνεια του υγρού που απέχει από την πηγή του $x_\Lambda = 1{,}5m$ σε χρόνο $t_\Lambda = 5{,}5s$.

Μονάδες 7

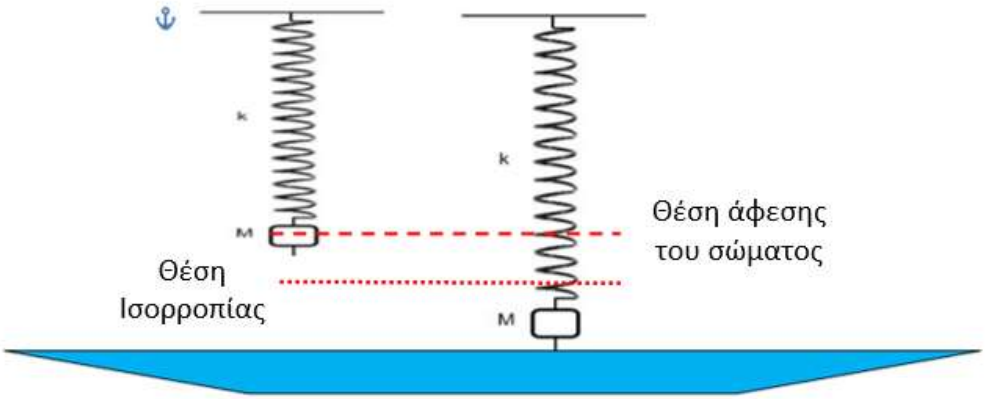
4.4. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης δύο σημείων της επιφάνειας του υγρού που απέχουν απόσταση $|\Delta x_{AB}| = 1{,}2m$ και είναι συνευθειακά με την πηγή του κύματος.

Μονάδες 7

Δίνονται $\pi^2 \simeq 10 \rightarrow \sqrt{10} \simeq \pi$ και $g = 10\ \frac{m}{s^2}$

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα που κρεμάσαμε στο ελατήριο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση που ξεκινά από την θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης (πλάτος), αφού όταν το αφήνουμε ελεύθερο είναι στιγμιαία ακίνητο.



Η θέση ισορροπίας του ταλαντωτή απέχει από την θέση που αφήνουμε ελεύθερο το σώμα, απόσταση:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{W} = \vec{0}$$

$$k\Delta l = Mg \Leftrightarrow 100\frac{N}{m} \cdot \Delta l = 2{,}5kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \Leftrightarrow \Delta l = \frac{1}{4}m = A$$

Η περίοδος Τ της ταλάντωσης είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 2\sqrt{\frac{M\pi^2}{k}} = 2\sqrt{\frac{2{,}5kg \cdot 10}{100\frac{N}{m}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}s^2} \Leftrightarrow T = 1\,s$$

άρα η γωνιακή συχνότητα ω, είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,rad/s$$

Η αρχική φάση της ταλάντωσης προκύπτει για $t = 0$ και $x = A$:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow A = A\eta\mu\varphi_0 \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

και άρα $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad.

Άρα, η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος είναι:

$$x = 0{,}25 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad S.I.$$

Η ζητούμενη χρονική εξίσωση της ταχύτητας θα είναι:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \upsilon = 2\pi \cdot 0{,}25 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\upsilon = \frac{\pi}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad S.I.$$

και η εξάρτηση της συνισταμένης δύναμης, δηλαδή της δύναμης επαναφοράς, από την απομάκρυνση:

$$\Sigma F = -Dx = -kx = -100x \quad \text{για} \quad -0{,}25 \le x \le 0{,}25 \qquad S.I.$$

Μονάδες 7

4.2. Η απόσταση από την οροφή θα είναι:

$$d = l_0 + 2A = 1{,}2m + 2 \cdot 0{,}25m \Leftrightarrow d = 1{,}7m$$

Μονάδες 4

4.3. Ο χρόνος για να φτάσει το κύμα στο σημείο που απέχει x από την πηγή, είναι το άθροισμα του χρόνου t_1 μέχρι να χτυπήσει η ακίδα για πρώτη φορά την επιφάνεια του υγρού συν τον χρόνο διάδοσης του κύματος t_2:

$$t_\Lambda = t_1 + t_2 \Leftrightarrow t_\Lambda = \frac{T}{2} + t_2 \Leftrightarrow t_2 = t_\Lambda - \frac{T}{2} = 5{,}5s - 0{,}5s \Leftrightarrow t_2 = 5s$$

Οπότε, το μήκος κύματος θα είναι:

$$\upsilon = \frac{x_\Lambda}{t_2} = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{x_\Lambda}{f \cdot t_2} = \frac{1{,}5\ m}{1s^{-1} \cdot 5s} \Leftrightarrow \lambda = 0{,}3m$$

αφού η συχνότητα της ταλάντωσης της ακίδας-πηγής είναι ίδια με την συχνότητα διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 7

4.4. Οι φάσεις δύο σημείων Α και Β είναι:

$$\varphi_A = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right)$$

$$\varphi_B = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right)$$

Άρα, η διαφορά φάσης τους προκύπτει:

$$|\Delta\varphi_{AB}| = |\varphi_A - \varphi_B| = \left|2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right)\right| = \left|2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x_A}{\lambda} - 2\pi\frac{t}{T} + 2\pi\frac{x_B}{\lambda}\right| = 2\pi\frac{|x_B - x_A|}{\lambda}$$

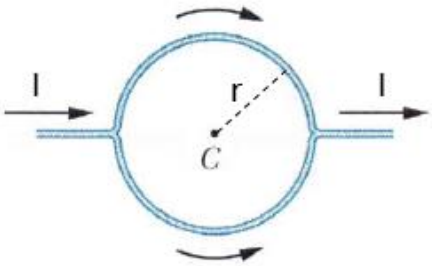
Αντικαθιστούμε τα δεδομένα του προβλήματος:

$$|\Delta\varphi_{AB}| = 2\pi\frac{|\Delta x_{AB}|}{\lambda} = 2\pi\ rad\frac{1{,}2m}{0{,}3m} = 8\pi\ rad$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης I και διαχωρίζεται σε δύο ημικύκλια ίδιας ακτίνας r και ίδιου εμβαδού διατομής S, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το υλικό κατασκευής των αγωγών είναι το ίδιο στα δύο ημικύκλια. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ημικυκλικοί αγωγοί ακτίνας r στο κέντρο C του κυκλικού βρόχου που σχηματίζεται, έχει μέτρο



(α) $B_C = \frac{\mu_0 I}{2r}$ **(β)** $B_C = \frac{\mu_0 I}{4r}$ **(γ)** $B_C = 0$

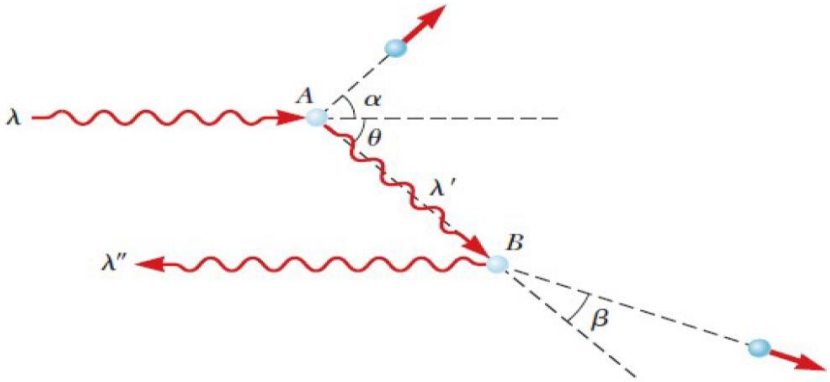
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα φωτόνιο με μήκος κύματος λ σκεδάζεται από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Από αυτή την σκέδαση παράγεται ένα δεύτερο φωτόνιο με μήκος κύματος λ'. Στην συνέχεια το φωτόνιο αυτό σκεδάζεται από ένα άλλο ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο Β και παράγεται ένα τρίτο φωτόνιο με μήκος κύματος λ'', το οποίο κινείται σε ακριβώς αντίθετη κατεύθυνση από το αρχικό φωτόνιο. Αν δίνονται η σταθερά του Planck h, η μάζα του ηλεκτρονίου m και η ταχύτητα το φωτός στο κενό c, τότε η διαφορά $\Delta\lambda = \lambda'' - \lambda$ είναι



(α) $\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$ **(β)** $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}$ **(γ)** $\Delta\lambda = 0$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

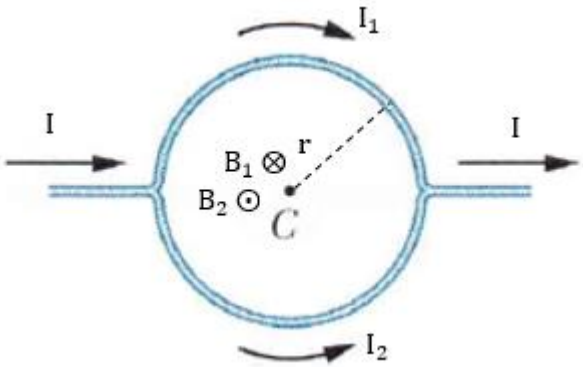
Μονάδες 4

2.1.Β. Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει κάθε ημικύκλιο έχει ένταση I_1 και I_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Σύμφωνα με τον 1ο κανόνα του Kirchhoff θα πρέπει το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων στα δύο ημικύκλια να είναι ίσο με I, δηλαδή $I_1 + I_2 = I$. Τα δύο ημικύκλια έχουν ίδιο μήκος, εμβαδό διατομής και υλικό κατασκευής, άρα θα έχουν και ίδια αντίσταση $R_1 = R_2$ γιατί $R = \rho\frac{l}{S}$. Τα ημικύκλια συνδέονται σε διακλάδωση, οπότε έχουν την ίδια τάση, δηλαδή

$V_1 = V_2 \Leftrightarrow I_1R_1 = I_2R_2 \Leftrightarrow I_1 = I_2$.

Συνεπώς

$$I_1 + I_2 = I \Leftrightarrow 2I_1 = I \Leftrightarrow I_1 = I_2 = \frac{I}{2}$$



Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το πάνω ημικύκλιο στο σημείο C είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά προς τα μέσα. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του ημικυκλίου είναι το μισό από αυτό που δημιουργεί κυκλικός αγωγός ίδιας ακτίνας και έντασης ρεύματος (δείτε τεύχος Β, ερώτηση 4.4). Επομένως

$$B_1 = \frac{\frac{\mu_0 I_1}{2r}}{2} = \frac{\mu_0 I_1}{4r} = \frac{\mu_0 I}{8r}$$

Αντίστοιχα το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το κάτω ημικύκλιο στο C είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά προς τα έξω (προς τον αναγνώστη) και μέτρο

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4r} = \frac{\mu_0 I}{8r}$$

Επειδή αυτά τα δύο μαγνητικά πεδία είναι αντίθετα στο σημείο C, το συνολικό μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν έχει μέτρο

$$B_C = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{8r} - \frac{\mu_0 I}{8r} = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Το φωτόνιο που σκεδάζεται από το ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο σημείο Α έχει μήκος κύματος λ' με

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\theta) \qquad (1)$$

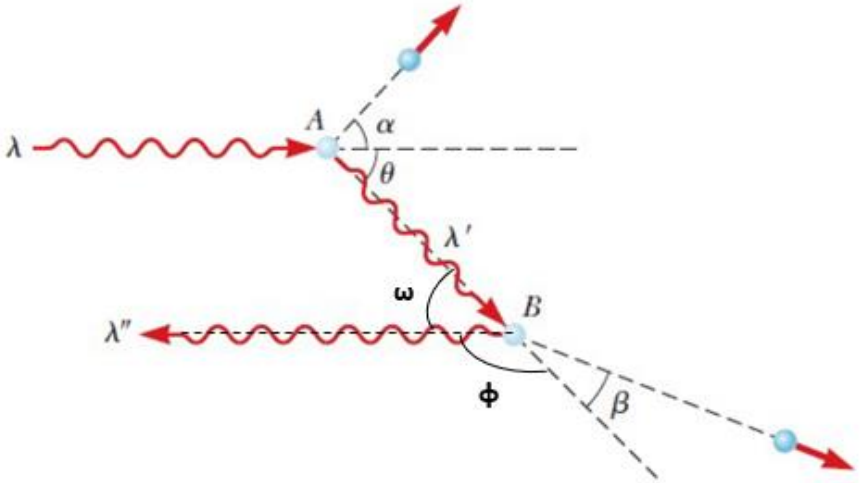
Η σκέδαση αυτού του φωτονίου στο σημείο Β θα έχει ως αποτέλεσμα το νέο μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου λ'' να είναι

$$\lambda'' = \lambda' + \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\phi) \qquad (2)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (1) στην (2) έχουμε

$$\lambda'' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\theta) + \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\phi) \Leftrightarrow \lambda'' = \lambda + \frac{h}{mc}(2 - \text{συν}\theta - \text{συν}\phi) \quad (3)$$

Οι γωνίες θ και ω είναι εντός εναλλάξ των παράλληλων ευθειών που ορίζονται από την αρχική και τελική διεύθυνση διάδοσης του φωτονίου με τέμνουσα την ευθεία ΑΒ, οπότε είναι ίσες, δηλαδή $\theta = \omega$. Επίσης, οι γωνίες ω και φ είναι παραπληρωματικές, οπότε $\omega + \phi = \pi$ ή $\theta + \phi = \pi$. Αυτό σημαίνει ότι οι γωνίες θ και φ έχουν αντίθετα τα συνημίτονά τους, δηλαδή $\text{συν}\theta = -\text{συν}\phi$.



Αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα αυτό στην σχέση (3) προκύπτει ότι

$$\lambda'' = \lambda + \frac{2h}{mc} \Leftrightarrow \lambda'' - \lambda = \frac{2h}{mc} \Leftrightarrow \Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στη θέση $x = 0$, με ταχύτητα προς τη θετική φορά του ημιάξονα Oy . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής δίνεται από την σχέση $y = 10ημ2πt$ (t σε s και y σε cm). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του ημιάξονα Ox με ταχύτητα $υ_1 = 0,5\frac{m}{s}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_Σ = 2,3\ m$.

Μονάδες 4

4.2. Ποια είναι η φάση της πηγής όταν το σημείο Σ φτάσει για πρώτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης;

Μονάδες 6

4.3. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από την θέση ισορροπίας στο χρονικό διάστημα $t \geq 0$.

Μονάδες 7

4.4. Να απεικονίσετε γραφικά την φάση του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο t.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να αρχίσει η ταλάντωση του σημείου Σ θα πρέπει να φτάσει σε αυτό η ενέργεια που μεταφέρει το κύμα. Επειδή το κύμα διαδίδεται σε ένα ελαστικό μέσο με σταθερή ταχύτητα, το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να διανύσει απόσταση $2{,}3\mathrm{m}$ είναι

$$\Delta t_1 = \frac{x_\Sigma}{\upsilon_1} = \frac{2{,}3\mathrm{m}}{0{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 4{,}6\mathrm{s}$$

Μονάδες 4

4.2. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής των αρμονικών κυμάτων $y = 10\eta\mu 2\pi t$ (t σε s και y σε cm) αντιστοιχεί στην μορφή $y = A\eta\mu\omega t$. Συνεπώς η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου είναι $\omega = 2\pi\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ και το πλάτος ταλάντωσης είναι $A = 10\mathrm{cm}$. Το κύμα έχει περίοδο $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi}\mathrm{s} = 1\mathrm{s}$ και μήκος κύματος $\lambda_1 = \upsilon \cdot T = 0{,}5\ \mathrm{m}$. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να φτάσει το σημείο Σ για πρώτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης είναι το ¼ της περιόδου, οπότε μέχρι εκείνη την στιγμή η πηγή θα έχει ταλαντωθεί για χρονικό διάστημα $t_2 = \Delta t_1 + \frac{T}{4} = 4{,}6\mathrm{s} + \frac{1}{4}\mathrm{s} = 4{,}85\mathrm{s}$. Εκείνη την στιγμή, η φάση της πηγής θα είναι

$$\varphi = 2\pi t_2 = 2\pi \cdot 4{,}85\ \mathrm{rad} = 9{,}7\pi\ \mathrm{rad}$$

Μονάδες 6

4.3. Στο χρονικό διάστημα $0\mathrm{s} \le t \le 4{,}6\mathrm{s}$ το σημείο Σ είναι ακίνητο, οπότε $y_\Sigma = 0$.

Για $t \ge 4{,}6\mathrm{s}$ η απομάκρυνση του σημείου Σ από την θέση ισορροπίας δίνεται από την σχέση

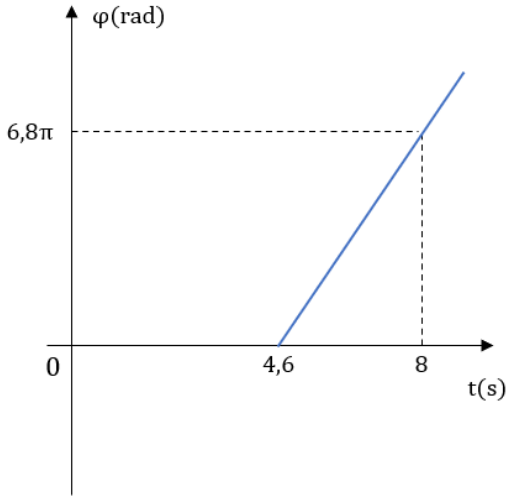
$$y_\Sigma = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) = 0{,}1\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{1} - \frac{2{,}3}{0{,}5}\right) = 0{,}1\eta\mu 2\pi(t - 4{,}6) \quad \text{(S.I.)}$$

Μονάδες 7

4.4. Το σημείο Σ στο χρονικό διάστημα $t \le 4{,}6\mathrm{s}$ είναι ακίνητο, επομένως δεν έχει φάση ταλάντωσης. Για $t \ge 4{,}6\mathrm{s}$ το σημείο Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η φάση του δίνεται από την σχέση

$$\varphi_\Sigma = 2\pi(t - 4{,}6) \quad \text{(S.I.)}$$

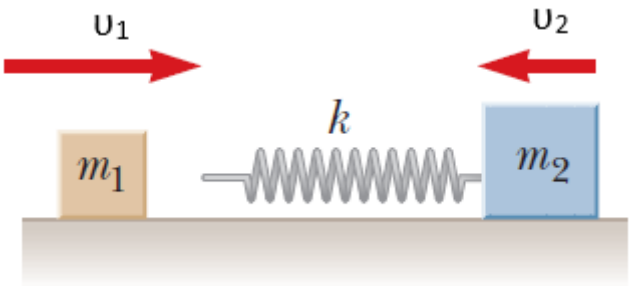
Η φάση μεταβάλλεται γραμμικά με τον χρόνο και αν θέσουμε $t = 8\mathrm{s}$ βρίσκουμε ότι $\varphi_\Sigma = 6{,}8\pi\ \mathrm{rad}$. Η γραφική παράσταση απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.



Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m_1 = 2kg$ κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\frac{m}{s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 400\frac{N}{m}$. Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας $m_2 = 3kg$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $\upsilon_2 = 5\frac{m}{s}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.



4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα m_2 κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας m_1 κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $\upsilon_3 = 5\frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το m_1 χάσει την επαφή με το ελατήριο.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο.

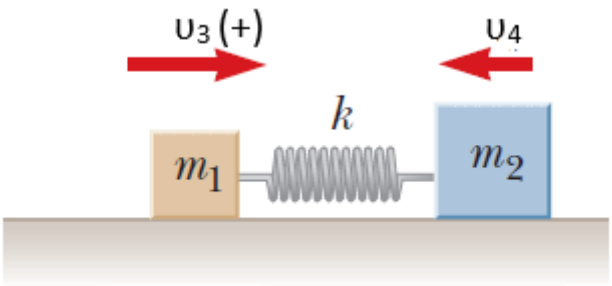
Μονάδες 6

4.4. Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την διάρκεια της κρούσης το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο και κατά συνέπεια η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής θεωρώντας ως αρχική θέση την στιγμή που το m_1 ακουμπά το ελατήριο και ως τελική όταν θα έχει ταχύτητα $\upsilon_3 = 5\frac{m}{s}$. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά.



$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_3 - m_2\upsilon_4 \Leftrightarrow \upsilon_4 = \frac{m_1(\upsilon_3 - \upsilon_1) + m_2\upsilon_2}{m_2} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_4 = \frac{2(5-10) + 3\cdot 5}{3}\frac{m}{s} = \frac{5}{3}\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή η δύναμη του ελατηρίου είναι διατηρητική, η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο μαζών είναι ίδια πριν την επαφή και μετά το χάσιμο της επαφής του m_1 με το ελατήριο. Συνεπώς η κρούση μπορεί να θεωρηθεί ελαστική και οι τελικές ταχύτητες των σωμάτων είναι

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = \frac{2-3}{2+3}\,10\frac{m}{s} + \frac{2\cdot 3}{2+3}\left(-5\frac{m}{s}\right) = -8\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = \frac{2\cdot 2}{2+3}\,10\frac{m}{s} + \frac{3-2}{2+3}\left(-5\frac{m}{s}\right) = 7\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το κλάσμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο είναι

$$\frac{\Delta K_1}{K_1, \alpha\rho\chi} = \frac{\frac{1}{2}m_1{\upsilon_1'}^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} = \left(\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{8}{10}\right)^2 - 1 = -0{,}36$$

Το αντίστοιχο ποσοστό μεταβολής είναι

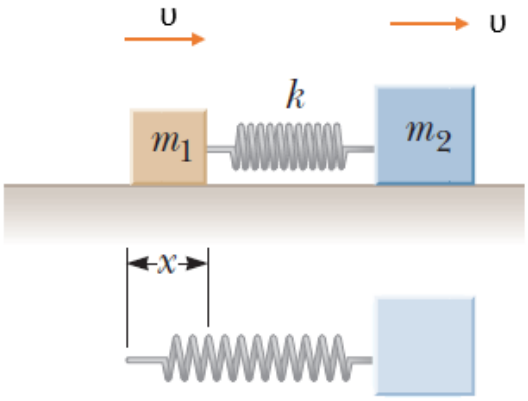
$$\frac{\Delta K_1}{K_1, \alpha\rho\chi}\cdot 100\% = -36\%$$

Μονάδες 6

4.4. Το ελατήριο θα υποστεί την μέγιστη συσπείρωση όταν οι δύο μάζες θα αποκτήσουν ίδια ταχύτητα. Μέχρι αυτό το σημείο η απόσταση των μαζών μειώνεται, ενώ μετά από αυτό το σημείο η μεταξύ τους απόσταση αρχίζει να μεγαλώνει. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. θεωρώντας ως αρχική θέση την στιγμή που το m_1 ακουμπά το ελατήριο και ως τελική την θέση που οι μάζες αποκτούν ίδια ταχύτητα έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon + m_2\upsilon \Leftrightarrow \upsilon = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{2\cdot 10 - 3\cdot 5}{2+3} = 1\frac{m}{s}$$

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο μαζών και του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης παραμένει σταθερή.



Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις που εφαρμόσαμε την Α.Δ.Ο. και έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{m_1\upsilon_1^2 + m_2\upsilon_2^2 - (m_1+m_2)\upsilon^2}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10^2 + 3\cdot 5^2 - 5\cdot 1^2}{400}}\,m = \frac{\sqrt{270}}{20}\,m \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{36}\sqrt{7{,}5}}{20}\,m = \frac{6\sqrt{7{,}5}}{20}\,m = 0{,}3\sqrt{7{,}5}\,m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βλήμα διαπερνά ένα κιβώτιο που ήταν αρχικά ακίνητο, με μια κρούση κεντρική ασήμαντης χρονικής διάρκειας. Εάν η μηχανική ενέργεια που χάθηκε ως θερμική ενέργεια στο σύστημα είναι $100\ \mathrm{J}$ και η κινητική ενέργεια του βλήματος ελαττώθηκε κατά $180\ \mathrm{J}$ εξαιτίας της κρούσης, τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά το πέρασμα του βλήματος, είναι:

(α) $80\ \mathrm{J}$, **(β)** $100\ \mathrm{J}$, **(γ)** $20\ \mathrm{J}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τα όντα που ζουν στη Γη, θα μπορούσαμε να πούμε, ότι βλέπουν στην περιοχή μηκών κύματος του φωτός, η οποία σε γενικές γραμμές εκτείνεται από μήκος κύματος $400\ \mathrm{nm}$ (ιώδες), μέχρι μήκος κύματος $700\ \mathrm{nm}$ (ερυθρό), την περιοχή του "ορατού φωτός" για τους ανθρώπους. Σύμφωνα με τη θεωρία της εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου, στην περιοχή αυτή που προσαρμόστηκαν τα γήινα όντα, πρέπει να υπάρχει το "περισσότερο φως". Πράγματι, η μέγιστη ένταση φωτός υπάρχει σε αυτή την περιοχή και είναι σε μήκος κύματος περίπου $\lambda_{max}^{Γης} = 500\ \mathrm{nm}$. Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου είναι $T_H = 5800\ \mathrm{K}$. Σε ένα υποθετικό πλανήτη, άλλου ηλιακού συστήματος, υπάρχουν όντα και βλέπουν φως σε άλλη περιοχή μηκών κύματος, με την μέγιστη ένταση φωτός να αντιστοιχεί σε μήκος κύματος $\lambda_{max}^{Πλανήτη} = 290\ \mathrm{nm}$. Να υποθέσετε ότι για τη θερμική ακτινοβολία ενός άστρου, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του ήλιου, στο ηλιακό σύστημα του υποθετικού αυτού πλανήτη είναι:

(α) $T_H{}' = 2900\ K$, **(β)** $T_H{}' = 58000\ K$, **(γ)** $T_H{}' = 10000\ K$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζουμε για το σύστημα των σωμάτων πριν και μετά την κρούση την αρχή διατήρησης της ενέργειας, συμβολίζοντας με Q, τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε στο σύστημα:

$$K_{\beta\lambda}^{\alpha\rho\chi} = K_{\beta\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\kappa\iota\beta}^{\tau\varepsilon\lambda} + Q$$

$$\text{ή} \quad K_{\kappa\iota\beta}^{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\beta\lambda}^{\alpha\rho\chi} - K_{\beta\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} - Q = \left|\Delta K_{\beta\lambda}\right| - Q = 180\ \mathrm{J} - 100\ \mathrm{J} = 80\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Σύμφωνα με το νόμο της μετατόπισης του Wien, το γινόμενο του μήκους κύματος της μέγιστης έντασης ακτινοβολίας και της απόλυτης θερμοκρασίας της πηγής του φωτός, έχει σταθερή τιμή. Εφαρμόζουμε το νόμο για την ακτινοβολία του δικού μας Ήλιου και του ήλιου αυτού του υποθετικού πλανήτη, άλλου ηλιακού συστήματος:

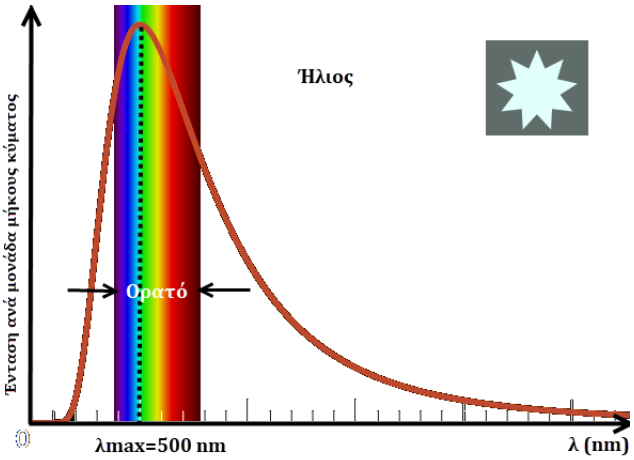
$$\lambda_{max}^{\Gamma\eta\varsigma} \cdot T_H = \lambda_{max}^{\Pi\lambda\alpha\nu\eta\tau\eta} \cdot T_H{}'$$

$$\text{ή } T_H{}' = \frac{\lambda_{max}^{\Gamma\eta\varsigma}}{\lambda_{max}^{\Pi\lambda\alpha\nu\eta\tau\eta}} \cdot T_H = \frac{500\ \mathrm{nm}}{290\ \mathrm{nm}} \cdot 5800\ \mathrm{K} = 10000\ \mathrm{K}$$

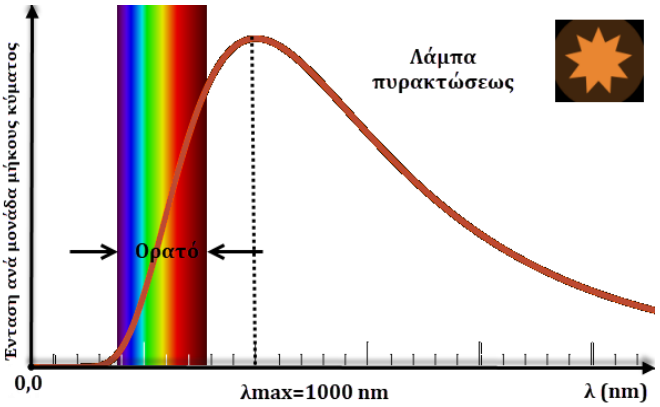
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπετε δύο διαγράμματα έντασης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους κύματος, σε συνάρτηση με τα μήκη κύματος, οι οποίες προέκυψαν από πειραματικά δεδομένα.



Στην πρώτη που αφορά τον Ήλιο φαίνεται ότι το μέγιστο της καμπύλης εμφανίζεται φυσικά σε μήκος κύματος ορατού φωτός και είναι $\lambda_{max}^{Ηλιου} = 500\ \text{nm}$.



Στη δεύτερη που αναφέρεται σε μια λάμπα πυρακτώσεως, το μέγιστο της καμπύλης βρίσκεται στην υπέρυθρη περιοχή και σε μήκος κύματος $\lambda_{max}^{Λάμπας} = 1000\ \text{nm}$. Να υποθέσετε ότι, για τη θερμική ακτινοβολία του Ήλιου αλλά και της λάμπας, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο της μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Επειδή γνωρίζουμε ότι η απόλυτη θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου είναι $T_H = 5800\ \text{K}$, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της πυρακτωμένου σύρματος στη λάμπα, είναι:

(α) $T_Λ = 11600\ \text{K}$ **(β)** $T_Λ = 2900\ \text{K}$ **(γ)** $T_Λ = 1450\ \text{K}$

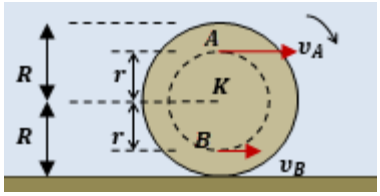
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας δίσκος ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Δύο σημεία A και B του δίσκου, ανήκουν στην ίδια διάμετρό του και απέχουν ίσες αποστάσεις r από το κέντρο του. Κάποια χρονική στιγμή, κατά την οποία η διάμετρος αυτή είναι κατακόρυφη, τα σημεία A και B έχουν ταχύτητες $\vec{\upsilon}_A$ και $\vec{\upsilon}_B$, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B$.



Για τις ακτίνες R και r, ισχύει η σχέση:

(α) $r = \frac{R}{2}$, **(β)** $r = \frac{R}{4}$, **(γ)** $r = \frac{R}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Σύμφωνα με το νόμο της μετατόπισης του Wien, το γινόμενο του μήκους κύματος της μέγιστης έντασης φωτός και της απόλυτης θερμοκρασίας της φωτεινής πηγής είναι ένα σταθερό γινόμενο. Εφαρμόζουμε το νόμο για το φως του Ήλιου και το φως του λαμπτήρα:

$$\lambda_{max}^{Ήλιου} \cdot T_H = \lambda_{max}^{Λαμπτηρα} \cdot T_Λ$$

$$ή \quad T_Λ = \frac{\lambda_{max}^{Ήλιου}}{\lambda_{max}^{Λαμπτηρα}} \cdot T_H = \frac{500\ \text{nm}}{1000\ \text{nm}} \cdot 5800\ \text{K} = 2900\ \text{K}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.Έστω υ_{cm}, το μέτρο της μεταφορικής ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου. Τη στιγμή που η διάμετρος ΑΒ είναι κατακόρυφη, το σημείο που πατάει στο δάπεδο, έχει ταχύτητα μέτρου υ_{cm} στην κατεύθυνση κίνησης, εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης του δίσκου και γραμμική ταχύτητα κυκλικής κίνησης μέτρου $\upsilon_{\gamma\rho}$, εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης του δίσκου γύρω από το κέντρο του. Η ταχύτητα όμως του κατώτατου σημείου είναι ίση με του δαπέδου, δηλαδή μηδέν. Άρα ισχύει:

$$\upsilon_{κατωτατου} = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho}^{περιφερειας} = 0, \quad \upsilon_{\gamma\rho}^{περιφερειας} = \upsilon_{cm,} \quad \omega \cdot R = \upsilon_{cm}, \quad \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} \qquad (1)$$

Τα σημεία A και B συμμετέχουν στην μεταφορική κίνηση του δίσκου και έχουν και τα δύο μεταφορική ταχύτητα μέτρου υ_{cm}, με κατεύθυνση της κίνησης του κέντρου μάζας, αλλά έχουν και τα δύο γραμμική ταχύτητα ίδιου μέτρου $\upsilon_{\gamma\rho}{}' = \omega \cdot r$, εκτελώντας κυκλική κίνηση της ίδιας ακτίνας, εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης του δίσκου. Η γραμμική ταχύτητα και των δύο αυτών υλικών σημείων είναι οριζόντια, αλλά του A είναι προς τα εμπρός ενώ του B προς τα πίσω σε σχέση με την κίνηση του κέντρου του δίσκου. Έτσι για τις ταχύτητες των δύο σημείων ισχύουν:

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \omega \cdot r \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{cm} \cdot \frac{r}{R}$$

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} - \omega \cdot r \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon_A = \upsilon_{cm} - \upsilon_{cm} \cdot \frac{r}{R}$$

Μας έχει δοθεί ότι ισχύει η σχέση: $\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B$

$$\text{Οπότε:} \quad \upsilon_{cm} \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right) = 2 \cdot \upsilon_{cm} \cdot (1 - \frac{r}{R})$$

$$ή\ 1 + \frac{r}{R} = 2 - 2 \cdot \frac{r}{R}, \qquad \frac{3 \cdot r}{R} = 1, \qquad r = \frac{R}{3}$$

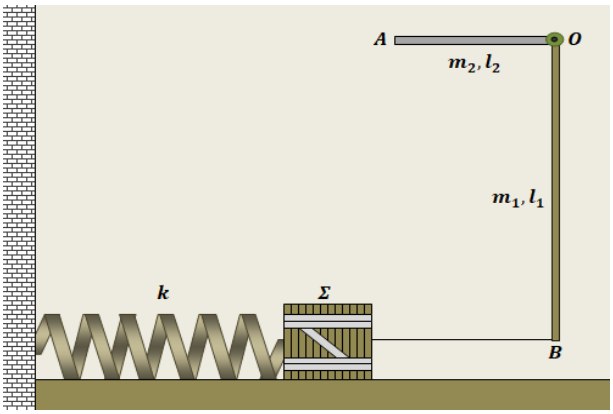
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι OA και OB από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος OB έχει μήκος $l_1 = 0{,}8\ \mathrm{m}$ και μάζα $m_1 = 0{,}4\ \mathrm{kg}$. Η ράβδος OA, έχει το μισό μήκος από την OB, ($l_2 = 0{,}4\ \mathrm{m}$) και διπλάσια μάζα ($m_2 = 0{,}8\ \mathrm{kg}$), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας.

Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο B της ράβδου OB με άλλο σώμα Σ μάζας $m_3 = 0{,}2\ \mathrm{kg}$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20\ {}^{\mathrm{N}}/_{\mathrm{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος ΟΒ να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα κόβεται, το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και το σύστημα των δύο ράβδων αρχίζει να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον άξονα Ο.

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ κατά την ταλάντωση που εκτελεί μετά την κοπή του νήματος.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σώμα Σ-ελατήριο.

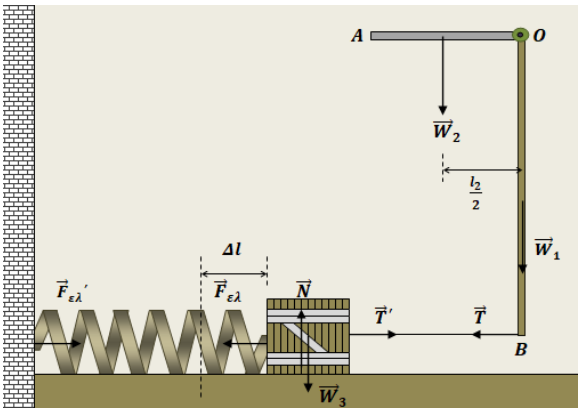
Μονάδες 6

4.4. Αφού θεωρήσετε θετική φορά από τον τοίχο προς το σώμα Σ, να γράψετε τη σχέση $F_{\varepsilon\lambda} - t$, η οποία αποδίδει τιμές της δύναμης του ελατηρίου με το χρόνο, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και να την αποδώσετε γραφικά σε διάγραμμα με βαθμονομημένους άξονες, για διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων ως προς τον άξονα στο O, για το σύστημα των δύο ράβδων:

$$\sum \tau = 0, \quad m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} = T \cdot l_1, \;\; T = \frac{m_2 \cdot g \cdot l_2}{2 \cdot l_1} = \frac{m_2 \cdot g}{4} = 2\ \mathrm{N}$$

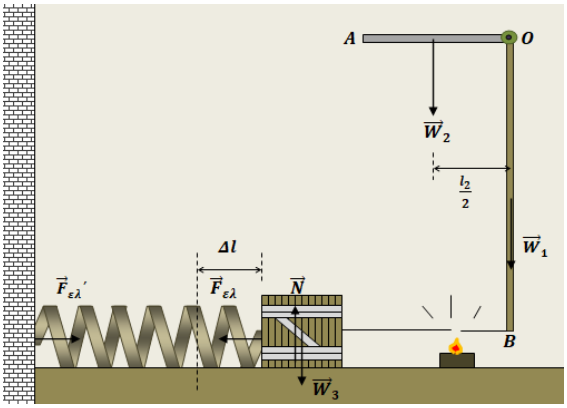
Το ιδανικό τεντωμένο νήμα, ασκεί στα άκρα του αντίθετες δυνάμεις. Οπότε κατά μέτρο ισχύει:

$$T = T' = 2\ \mathrm{N}$$

Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων για τις οριζόντιες δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ:

$$\sum F_x = 0\,, \quad T' = k \cdot \Delta l, \;\; \Delta l = \frac{T'}{k} = \frac{2}{20}\ \mathrm{m} = 0{,}1\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 6



4.2. Η κυκλική συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ιδανικό ελατήριο-σώμα Σ είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}2}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Καθώς ταλαντώνεται, το σώμα περνάει με μέγιστη ταχύτητα από τη θέση ισορροπίας του. Η επιμήκυνση του ελατηρίου στην αρχική ισορροπία του συστήματος που υπολογίσαμε στο πρώτο ερώτημα, αποτελεί πλάτος της ταλάντωσης. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος σε αυτή την κίνηση είναι:

$$\upsilon_{max} = \omega \cdot A = \omega \cdot \Delta l = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα οριζόντιο ιδανικό ελατήριο-σώμα Σ, αποτελεί πρότυπο αρμονικό ταλαντωτή και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά του ελατηρίου.

Έτσι η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0{,}01\ \mathrm{J} = 0{,}1\ \mathrm{J}$$

(<u>Παρατήρηση</u>: φυσικά μπορούμε να υπολογίσουμε την ενέργεια ταλάντωσης από τη μέγιστη κινητική ενέργεια: $E_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 1\ \mathrm{J} = 0{,}1\ \mathrm{J}$)

Μονάδες 6

4.4. Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ιδανικό ελατήριο-σώμα Σ είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\ \mathrm{s}$$

Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έτσι όπως καθορίστηκε η θετική φορά, είναι:

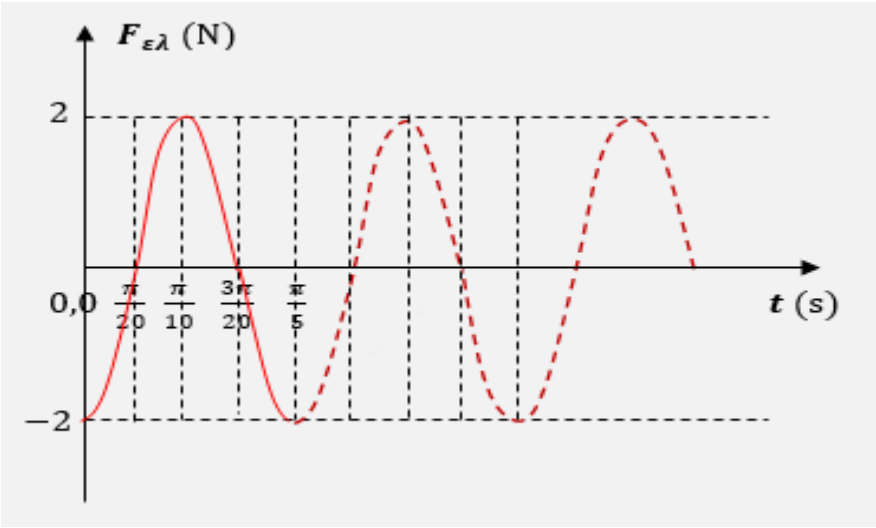
$$x_0 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A, \quad \eta\mu\varphi_0 = 1, \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\, rad$$

Η δύναμη του ελατηρίου στο σώμα αποτελεί τη δύναμη επαναφοράς για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί, οπότε ισχύει:

$$F_{\varepsilon\lambda} = F_{\varepsilon\pi} = -k \cdot x = -k \cdot A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = -2 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (S.I)$$

Μπορούμε τώρα να δημιουργήσουμε ένα πίνακα τιμών για τις τιμές της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, ώστε να γίνει πιο εύκολη η κατασκευή της γραφικής παράστασης που ζητείται:

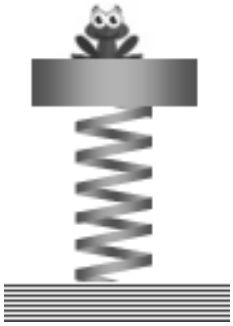
$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{\varphi = 10 \cdot t + \frac{\pi}{2}, \ (S.I)}$	$\boldsymbol{\eta\mu\varphi}$	$\boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda}}$
0	$\frac{\pi}{2}$ rad	1	-2 N
$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{20}$ s	π rad	0	0
$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{10}$ s	$\frac{3\pi}{2}$ rad	-1	$+2$ N
$\frac{3 \cdot T}{4} = \frac{3\pi}{20}\ s$	2π rad	0	0
$T = \frac{\pi}{5}\ s$	$\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ rad	1	-2 N



Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας δίσκος μάζας $M = 1\,\mathrm{kg}$, είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθεται ένας βάτραχος μάζας $m = 0{,}2\,\mathrm{kg}$ και αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ο βάτραχος εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, με αποτέλεσμα το σύστημα δίσκος-ελατήριο να αρχίσει να ταλαντώνεται και ο δίσκος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την εκτίναξη του βάτραχου,

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου,

Μονάδες 7

4.3. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου,

Μονάδες 6

4.4. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος, εξαιτίας της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Μονάδες 6

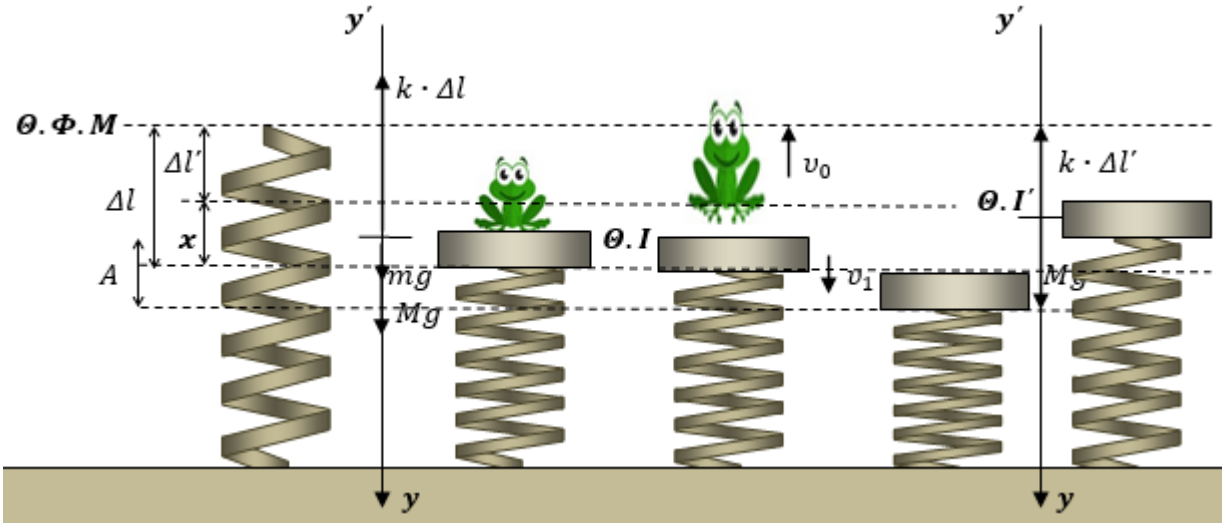
Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα δίσκου-βάτραχου:

$$\vec{p}_{συστ}^{πριν} = \vec{p}_{συστ}^{μετα}, \qquad 0 = m \cdot \upsilon_0 - M \cdot \upsilon_1, \qquad M \cdot \upsilon_1 = m \cdot \upsilon_0$$

$$\upsilon_1 = \frac{m}{M} \cdot \upsilon_0 = 0{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



Μονάδες 6

4.2. Στην αρχική θέση ισορροπίας, το ελατήριο εμφανίζει συσπείρωση Δl, σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων και εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F_y = 0, \ \ (M + m) \cdot g - k \cdot \Delta l = 0, \ \ k \cdot \Delta l = (M + m) \cdot g$$

$$\Delta l = 0{,}06\ \mathrm{m}$$

Αφού εκτινάσσεται ο βάτραχος, απομένει στο πάνω άκρο του ελατηρίου μόνο ο δίσκος, με αποτέλεσμα να αλλάζει η θέση ισορροπίας του συστήματος (Θ.Ι′). Στη νέα θέση ισορροπίας το ελατήριο έχει συσπείρωση $\Delta l'$ και η θέση αυτή είναι πάνω από τη θέση ισορροπίας του συστήματος δίσκος-βάτραχος κατά x. Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων και εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F_y = 0, \ \ M \cdot g - k \cdot \Delta l' = 0, \ \ k \cdot \Delta l' = M \cdot g$$

$$\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}, \ \ \text{οπότε} \ \ x = \Delta l - \Delta l' = 0{,}01\ \mathrm{m}$$

Η θέση του δίσκου ακριβώς μετά την εκτίναξη του βάτραχου είναι μια τυχαία θέση της απλής αρμονικής ταλάντωσης του δίσκου και μπορούμε να εφαρμόσουμε τη διατήρηση ενέργεια ταλάντωσης και να υπολογίσουμε το πλάτος της:

$$U_{ταλ}^{T.θ} + K_{ταλ}^{T.θ} = U_{ταλ}^{max}, \qquad \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot \upsilon_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

$$\text{ή} \ \ A = \sqrt{x^2 + \frac{M}{k} \cdot \upsilon_1^2} = 0{,}03\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 7

4.3. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου είναι:

$$U_{\tau\alpha\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = 0{,}09 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.4. Η μέγιστη παραμόρφωση ελατηρίου εμφανίζεται στην κάτω ακραία θέση τα ταλάντωσης και είναι:

$$\Delta l_{max} = \Delta l' + A = 0{,}08 \text{ m}$$

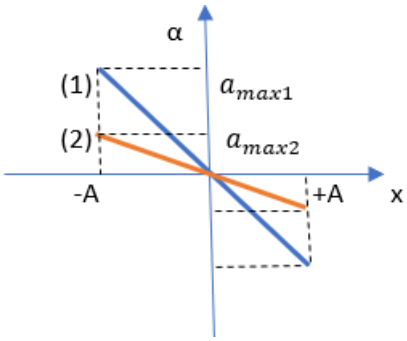
Έτσι η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμορφωμένου ελατηρίου στο σύστημα είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0{,}08^2 \text{ J} = 0{,}64 \text{ J}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δίνεται στην παρακάτω εικόνα η γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης α σε σχέση με την απομάκρυνση x για δύο διαφορετικές ταλαντώσεις. Και στις δύο περιπτώσεις η μάζα των σωμάτων που εκτελούν τις ταλαντώσεις έχει την ίδια τιμή.



Η περίοδος της κάθε ταλάντωσης είναι αντίστοιχα T_1 και T_2. Εάν τις συγκρίνουμε θα έχουμε ότι:

(α) $T_1 = T_2$, **(β)** $T_1 > T_2$, **(γ)** $T_1 < T_2$

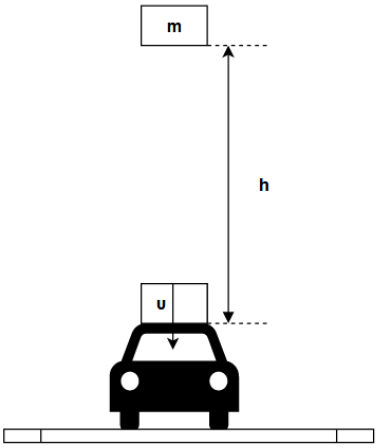
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Τσιμεντόλιθος έπεσε από το μπαλκόνι κατοικίας πρώτου ορόφου και προξένησε ζημιές σε σταθμευμένο όχημα. Διεκδικώντας αποζημίωση η δικηγόρος του θύματος, αναφέρει τα εξής : « … Όταν μια πέτρα αφήνεται από κάποιο ύψος, θα έχει, με απλούς νόμους της φυσικής (ταχύτητα επί μάζα), μεγαλύτερο βάρος όταν φθάσει στην …». Με τις γνώσεις που έχετε ως μαθητές τμήματος φυσικής προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου καλείστε να γνωμοδοτήσετε σχετικά με τον ισχυρισμό αυτό.



Στην αναφορά σας καταλήξατε ότι:

(α) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο δύναμη ίση με το βάρος του.

(β) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μεγαλύτερη δύναμη από το βάρος του.

(γ) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μικρότερη δύναμη από το βάρος του.

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης παρατηρούμε ότι οι ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος. Επίσης, αν συγκρίνουμε τη μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης της κάθε ταλάντωσης χωριστά, θα έχουμε:

$$a_{max1} > a_{max2} \quad \text{ή}$$

$$\omega_1^2 \cdot A > \omega_2^2 \cdot A \quad \text{ή} \quad \omega_1 > \omega_2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{2\pi}{T_1} > \frac{2\pi}{T_2} \quad \text{ή} \quad T_1 < T_2$$

Μονάδες 8

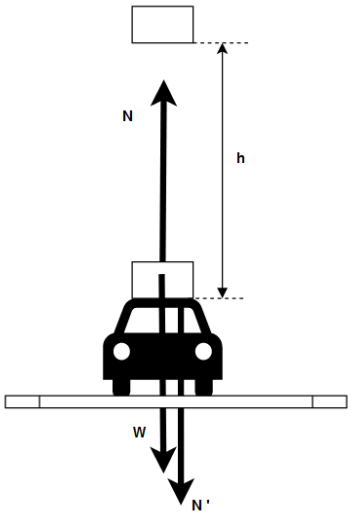
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον τσιμεντόλιθο κατά την διάρκεια της κρούσης είναι το βάρος του $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{N}$ που δέχεται από την οροφή του αυτοκινήτου. Η οροφή δέχεται τη δύναμη $\vec{N'}$. Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}$ και $\vec{N'}$ είναι ίσα μεταξύ τους (Δράση – Αντίδραση).



$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$\vec{N} + \vec{W} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$\vec{N} + \vec{W} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$-N + W = \frac{0 - \mathrm{m} \cdot \upsilon}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

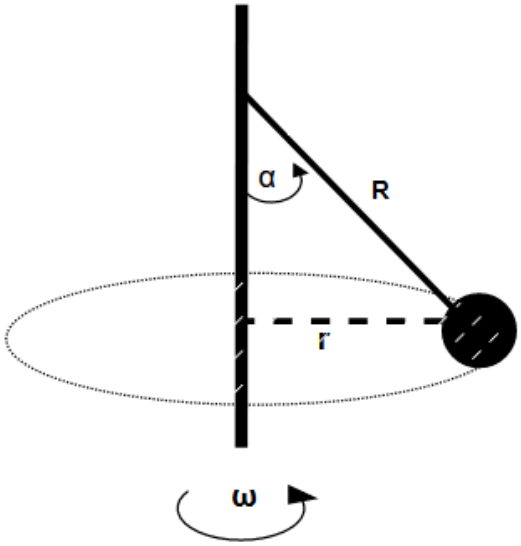
$$N = W + \frac{\mathrm{m} \cdot \upsilon}{\Delta t}$$

Αιτιολογική έκθεση: Πράγματι, η υπεράσπιση είχε δίκιο όσον αφορά την σύγκριση του βάρους του τσιμεντόλιθου με την δύναμη που θα δεχθεί το αυτοκίνητο κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το παιχνίδι "Tetherball" παίζεται δένοντας μια σφαίρα σε έναν ιστό με τη βοήθεια ενός νήματος. Η σφαίρα περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας r και το νήμα σχηματίζει γωνία α με τον κατακόρυφο άξονα. Η σφαίρα είναι ομογενής και το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Είναι γνωστά το μήκος του νήματος R και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω της σφαίρας.



Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, η σχέση που συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω και τη γωνιακή απομάκρυνση α είναι:

(α) $\text{συν}\,\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$, **(β)** $\text{συν}\,\alpha = \frac{\omega^2 \cdot R}{g}$, **(γ)** $\text{συν}\,\alpha = \frac{g}{2 \cdot \omega^2 R}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.2. Ακτίνες X με μήκος κύματος $\lambda = 0{,}140\ nm$ προσπίπτουν σε άνθρακα και σκεδάζονται. Για ποια γωνία φ ανιχνεύονται φωτόνια σε σχέση με την προσπίπτουσα δέσμη και έχουμε τη μέγιστη μετατόπιση μήκους κύματος Compton;

Δίνεται ότι : $\sigma\upsilon\nu 0^0 = 1,\ \ \sigma\upsilon\nu 90^0 = 0,\ \ \sigma\upsilon\nu 180^0 = -1$

(α) 0^0 , **(β)** 90^0 , **(γ)** 180^0

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

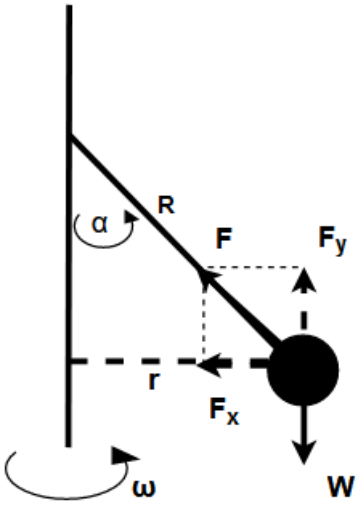
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα μάζας m είναι: Η δύναμη $\vec{F}$ από τη ράβδο στην άκρη της οποίας έχει στερεωθεί και το βάρος της $\vec{W}$. Αναλύουμε την δύναμη $\vec{F}$ στις συνιστώσες της.

Η $\vec{F_x}$ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δυνάμεως. Έτσι για το μέτρο της θα έχουμε:

$$F_x = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Από τη σχέση $\eta\mu\alpha = \frac{r}{R}$

καταλήγουμε στην έκφραση

$$F_x = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \eta\mu\alpha$$

Στον κατακόρυφο άξονα έχουμε ισορροπία οπότε: $F_y = W = F\sigma\upsilon\nu\alpha$

Επίσης:

$$\varepsilon\varphi\alpha = \frac{F_x}{F_y} \text{ ή } \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \eta\mu\alpha}{m \cdot g}$$

Τελικά:

$$\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$$

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι μετρήσεις του Compton έδειξαν ότι η μεταβολή του μήκους κύματος ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη δέσμη εξαρτάται μόνο από τη γωνία ανάμεσα στις δύο δέσμες και δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

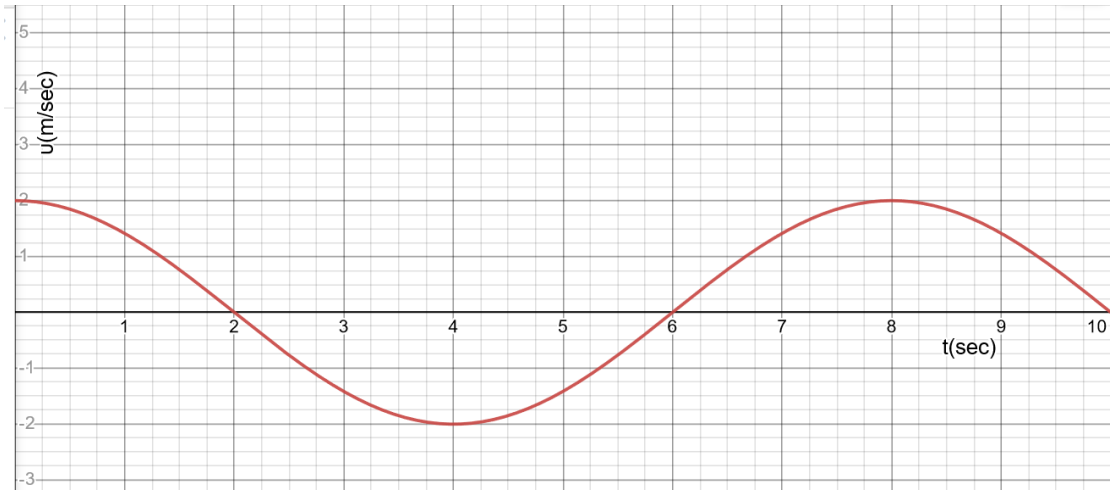
όπου $\Delta\lambda$ η μετατόπιση μήκους κύματος Compton, λ' το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης, λ το μήκος κύματος της προσπίπτουσας δέσμης, m η μάζα του ηλεκτρονίου και φ η γωνία μεταξύ προσπίπτουσας και ανακλώμενης δέσμης.

Ο όρος $\frac{h}{m \cdot c}$ είναι σταθερός. Άρα η $\Delta\lambda$ μεγιστοποιείται όταν η διαφορά $1 - \sigma\upsilon\nu\varphi$ πάρει την μέγιστη τιμή της. Αυτό συμβαίνει για $\varphi = 180^0$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1.Η γραφική παράσταση της τιμής της στιγμιαίας ταχύτητας υ σε σχέση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε ευθεία γραμμή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο χρονικό διάστημα από το $6o$ μέχρι το $8o$ δευτερόλεπτο τα διανύσματα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$:



(α) είναι ομόρροπα μεταξύ τους.

(β) είναι αντίρροπα μεταξύ τους.

(γ) είναι κάθετα μεταξύ τους.

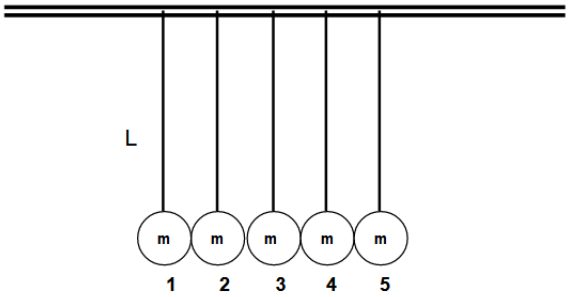
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Πέντε όμοιες σφαίρες από χάλυβα είναι κρεμασμένες με νήματα ίδιου μήκους L όπως στο παρακάτω σχήμα. Στην αρχική τους θέση εφάπτονται η μία με την άλλη και τα νήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, εκτρέπουμε την σφαίρα 5 κατά γωνία φ πάνω στο επίπεδο που ορίζουν τα νήματα, ώστε να ανέλθει σε ύψος h και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Αν θεωρήσουμε όλες τις κρούσεις κεντρικές και ελαστικές και το σύστημα απαλλαγμένο από τριβές, το αποτέλεσμα θα είναι:



(α) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος μεγαλύτερο από h.

(β) να εκτραπούν όλες οι σφαίρες προς τα αριστερά κατά την ίδια γωνία φ.

(γ) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος h, ενώ οι σφαίρες 2, 3 και 4 θα παραμείνουν ακίνητες.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

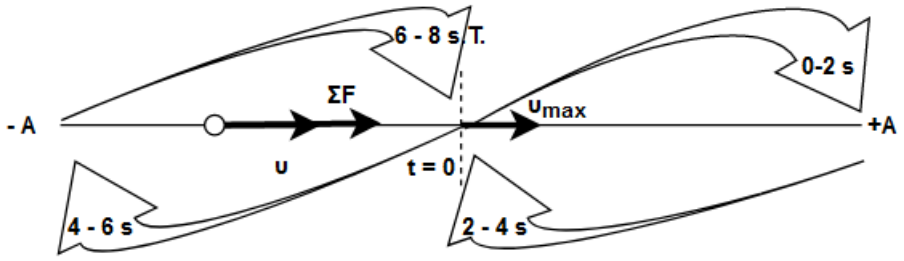
2.1.Β.

Α΄ τρόπος

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής γνωρίζουμε ότι το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ είναι ομόρροπο της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$. Από την γραφική παράσταση φαίνεται ότι στο καθορισμένο χρονικό διάστημα το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται (δηλαδή η κίνηση είναι επιταχυνόμενη), συνεπώς $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι $\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$

Β΄ τρόπος

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης παρατηρούμε ότι για $t = 0$ το σώμα έχει μέγιστη θετική ταχύτητα, άρα είναι στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και κινείται προς την ακραία θέση $+A$. Η περίοδος είναι $T = 8\ sec$. Γνωρίζουμε ότι στο χρονικό διάστημα από 0 μέχρι $\frac{T}{4} = 2\ sec$ το ταλαντευόμενο σώμα μετακινείται κατά A, που είναι το πλάτος. Συνεπώς την στιγμή $\frac{3T}{4} = 6\ sec$ το σώμα θα βρισκόμαστε στην ακραία θέση $-A$. Επίσης στο χρονικό διάστημα $T = 8\ sec$ θα βρεθεί ξανά στη θέση ισορροπίας. Συμπεραίνουμε ότι στο χρονικό διάστημα από το έκτο έως το όγδοο δευτερόλεπτο η κίνηση γίνεται από τη θέση $-A$ έως και την θέση ισορροπίας με ταχύτητα που μεταβάλλεται από 0 μέχρι υ_{max}. Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της συνισταμένης δύναμης $\sum\vec{F}$ που έχουν την ίδια φορά.



Μονάδες 8

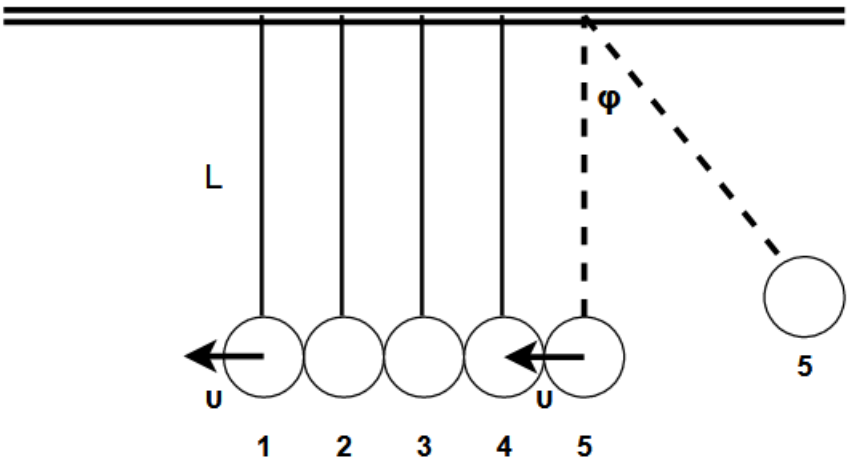
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ακριβώς πριν την κρούση η σφαίρα 5 θα έχει αποκτήσει οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ με φορά προς τα αριστερά. Αφού οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες, κατά την κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητες, οπότε η 5 ακινητοποιείται και η 4 αρχίζει να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$. Η επόμενη κρούση ακινητοποιεί την 4 και μεταβιβάζει την ταχύτητα στην 3. Το ίδιο συμβαίνει στις διαδοχικές κρούσεις μεταξύ των 3 με 2 και 2 με 1.



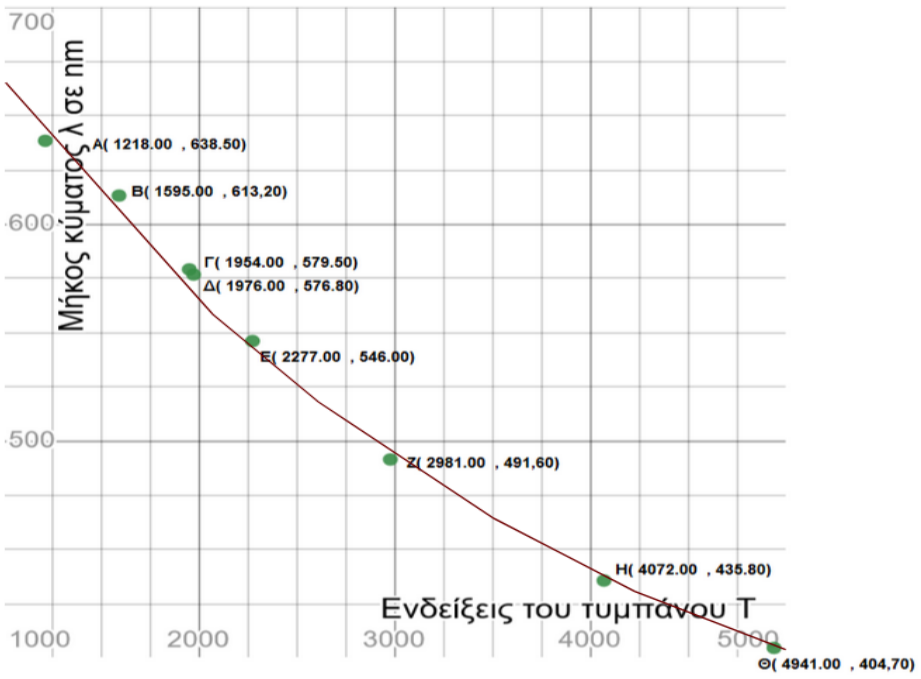
Δηλαδή έχουμε σειρά διαδοχικών, κεντρικών κι ελαστικών κρούσεων κάθε σφαίρας με εκείνη που βρίσκεται στα αριστερά της, με αποτέλεσμα να μεταβιβάζεται ολόκληρη η ενέργεια και η ορμή της και η ίδια να μένει ακίνητη. Η σφαίρα 1 αρχίζει να κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ανέρχεται στο ίδιο ύψος με εκείνο από το οποίο έπεσε η πρώτη σφαίρα.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Εργαστηριακή ομάδα φοιτητών του Πανεπιστημίου Πατρών πραγματοποίησε εργαστηριακή άσκηση που αφορά τη μελέτη των φασμάτων.

Για την εξέταση των φασμάτων και τη μέτρηση του μήκους κύματος στο εργαστήριο χρησιμοποιείται το φασματοσκόπιο σταθερής εκτροπής. Έτσι ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία: Φωτίζουμε με πηγή γραμμικού φάσματος (λυχνία υδραργύρου - Hg) και λαμβάνουμε το φάσμα της. Η ομάδα παρατήρησε τις γραμμές του φάσματος της λυχνίας του Hg καταγράφοντας την ένδειξη της κλίμακας του φασματοσκοπίου T για διάφορα μήκη κύματος λ. Στη συνέχεια κατασκευάστηκε η «καμπύλη βαθμονόμησης του φασματοσκοπίου» δηλαδή η γραφική παράσταση της σχέσης $\lambda = f(T)$. Η γραφική παράσταση της σχέσης μεταξύ του μήκους κύματος λ και της «ενδείξεως κλίμακας» T μετά από τη λήψη των πειραματικών μετρήσεων παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Στον πίνακα δίνεται η αντιστοιχία χρωμάτων με μήκη κύματος του ορατού φωτός.

Χρώμα	**λ (nm)**
Ιώδες	400 – 440
Κυανό	440 – 480
Πράσινο	480 – 560
Κίτρινο	560 – 590
Πορτοκαλί	590 – 630
Ερυθρό	630 – 700

Ποια είναι τα χρώματα του ορατού φάσματος που παρατηρήθηκε από την ομάδα των φοιτητών ;

(α) Μόνο το Ερυθρό και το Κίτρινο.

(β) Σίγουρα Ερυθρό, Κίτρινο, Πράσινο και Ιώδες.

(γ) Μόνο το Πράσινο και το Ιώδες.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

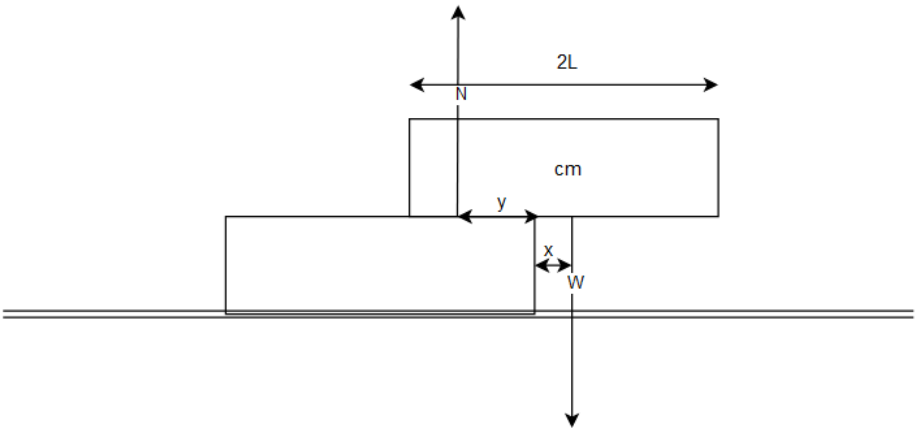
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο όμοιες ράβδοι από το ίδιο υλικό μήκους $2L$ η κάθε μία τοποθετούνται η μια πάνω στην άλλη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται ότι το βάρος της κάθε μίας είναι $W = 20\ N$ και το μήκος $2L = 0{,}8\ m$. Η θέση που πρέπει να τοποθετηθούν η μία πάνω στην άλλη για να ισορροπούν είναι:

(α) $x = 0$, **(β)** $x = \frac{L}{4}$, **(γ)** $x = \frac{L}{2}$



2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν συγκρίνουμε τις τιμές που προκύπτουν από τα ζεύγη τιμών (T, λ) της πειραματικής καμπύλης, όπου T είναι η ένδειξη της κλίμακας του φασματοσκοπίου και λ το μήκος κύματος, με τις τιμές του πίνακα με τα γνωστά μήκη κύματος του ορατού φάσματος συμπεραίνουμε ότι:

Το πειραματικό σημείο A αντιστοιχεί στο ερυθρό χρώμα, το Γ στο κίτρινο το E στο πράσινο και τα H, Θ στο ιώδες.

Μονάδες 8

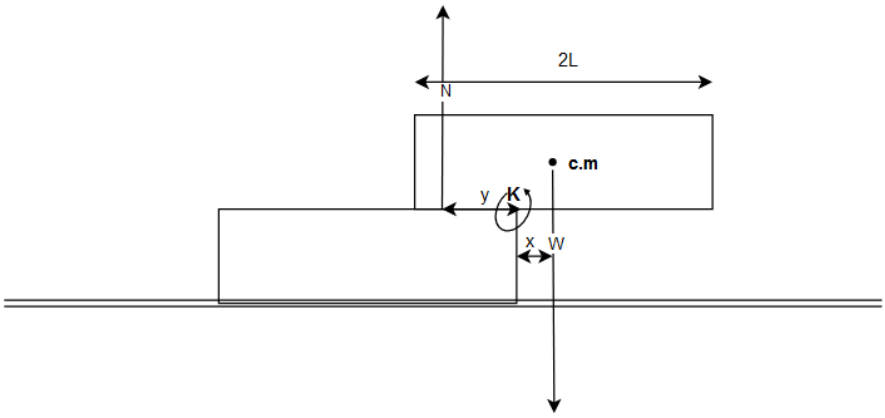
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο σχήμα της εκφώνησης φαίνονται τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων $\vec{N}$ και $\vec{W}$ που ασκούνται στην πάνω ράβδο όταν αυτή τοποθετείται κατά τρόπο ώστε να προεξέχει από την κάτω:



Η δύναμη στήριξης $\vec{N}$, που ασκείται από την όμοια κάτω ράβδο, ασκείται σε σημείο που απέχει κατά y από το σημείο K.

Το βάρος $\vec{W}$ έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας $(c.m.)$ της ράβδου που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση x από το σημείο K. Αν η πάνω ράβδος πρόκειται να ανατραπεί θα πρέπει να περιστραφεί ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο K και είναι

κάθετος στο μήκος της. Ορίζουμε θετική φορά περιστροφής την αντίθετη της φοράς κίνησης των δεικτών του ρολογιού όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το βάρος $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{N}$ δημιουργούν αρνητική συνισταμένη ροπή γύρω από το K. Δηλαδή για οποιαδήποτε τιμή του $x > 0$ η ράβδος θα ανατραπεί.

Σωστή λοιπόν πρέπει να είναι υποχρεωτικά η απάντηση (α).

Πραγματικά, αν $x = 0$ τότε $\tau_W = 0$ και η συνθήκη ισορροπίας γράφεται:

$$\Sigma\tau = 0 \quad \text{ή} \quad \tau_N + \tau_W = 0 \ \text{ή} \ \tau_N + 0 = 0 \quad \text{ή} \quad \tau_N = 0 \ \text{ή} \ -N \cdot y + 0 = 0 \ \text{ή} \ y = 0$$

αφού φυσικά η δύναμη στήριξης N δεν μπορεί να είναι 0.

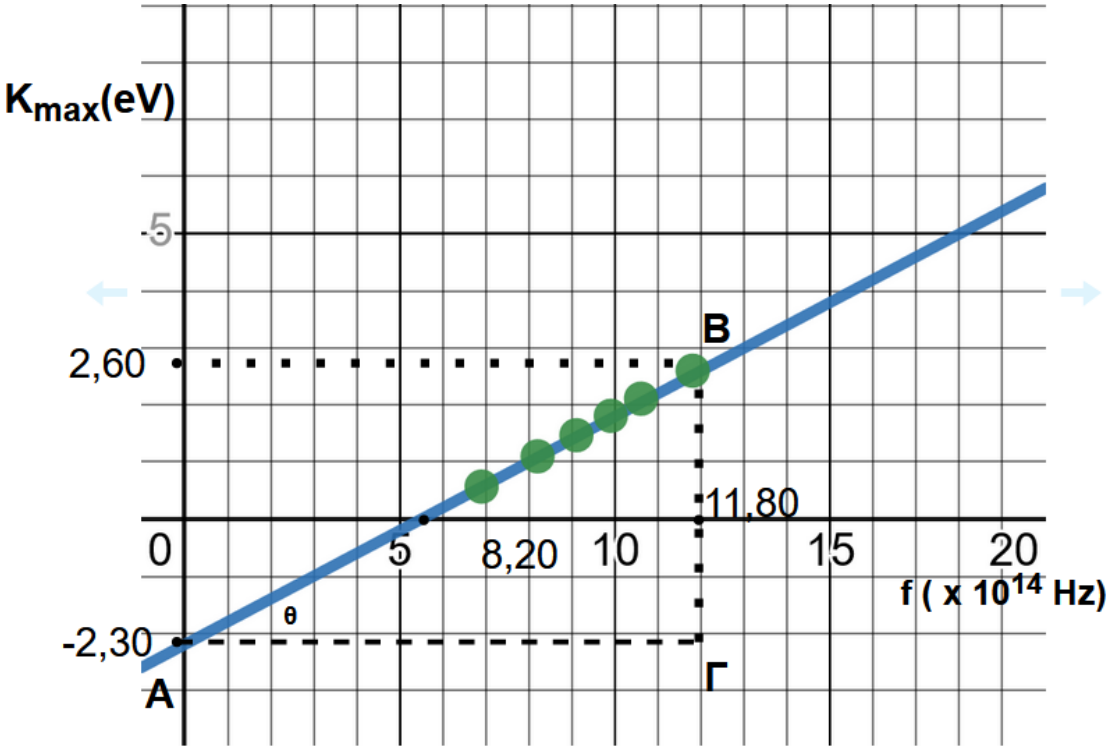
Δηλαδή οι δύο αντίθετες δυνάμεις έχουν σημείο εφαρμογής το Κ, συνεπώς τόσο η συνισταμένη δύναμη όσο και η συνισταμένη ροπή είναι μηδενικές, άρα η ράβδος παραμένει σε ισορροπία στη θέση αυτή.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου χρησιμοποιήθηκε ως υλικό καθόδου μια επιφάνεια καθαρού νατρίου. Υπολογίσαμε την τιμή της μέγιστης κινητικής ενέργειας K_{max} των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων. Αυτή μετρήθηκε για ένα αριθμό διαφορετικών συχνοτήτων f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Τα ζεύγη τιμών που προέκυψαν απεικονίζονται ως πειραματικά σημεία όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση της μέγιστης κινητικής ενέργειας K_{max} σε συνάρτηση της συχνότητας f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, η οποία είναι ευθεία γραμμή.

Με τη βοήθεια του γραφήματος, που είναι το παρακάτω, να υπολογίσετε:



4.1. την τιμή της σταθεράς του Planck h,

Μονάδες 6

4.2. το έργο εξαγωγής Φ του νατρίου,

Μονάδες 6

4.3. τη συχνότητα κατωφλίου f_0 του νατρίου και

Μονάδες 6

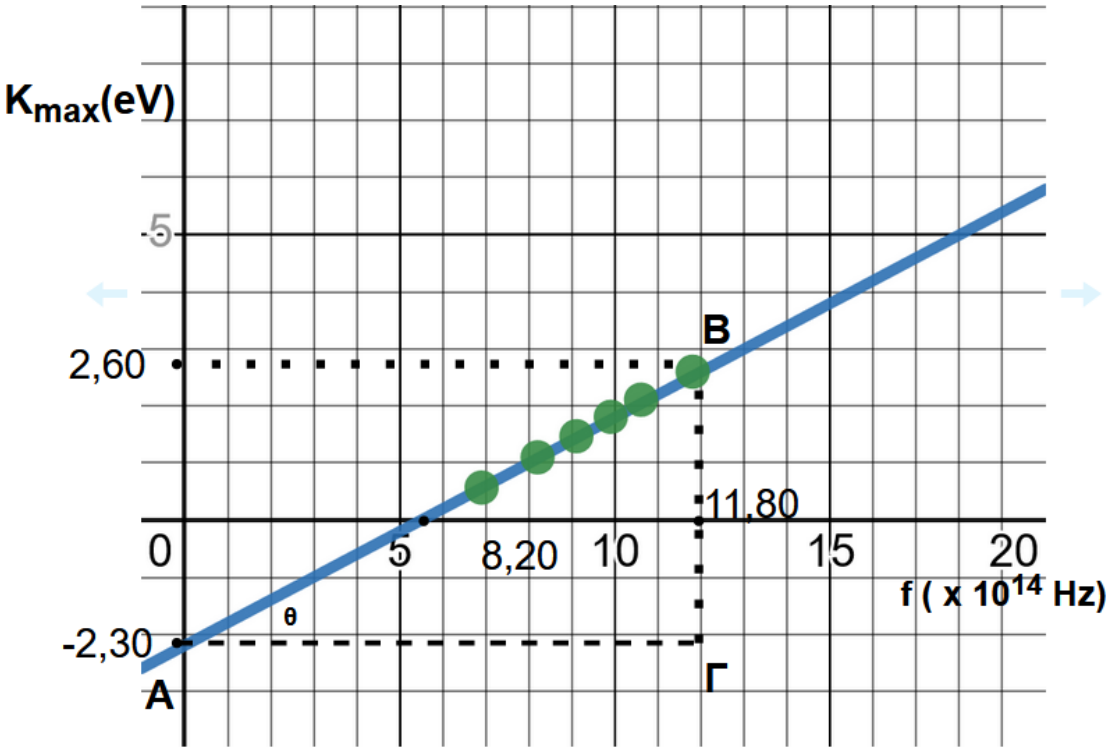
4.4. το μήκος κύματος λ_0 που αντιστοιχεί στην συχνότητα κατωφλίου f_0.

Μονάδες 7

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δόθηκε μαζί με τις εκφωνήσεις.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραφική παράσταση της K_{max} ως συνάρτηση της συχνότητας f είναι η παρακάτω ευθεία γραμμή.



Η σταθερά του Planck h θα υπολογιστεί από την κλίση της ευθείας.

Γράφουμε την φωτοηλεκτρική εξίσωση:

$$K_{max} = h \cdot f - \Phi$$

αν K_{1max} και K_{2max} δύο τιμές της μέγιστης κινητικής ενέργειας που αντιστοιχούν στις συχνότητες f_1 και f_2, η κλίση της ευθείας θα είναι:

$$h = \frac{K_{2max} - K_{1max}}{f_2 - f_1}$$

Επιλέγοντας τις συντεταγμένες K_{1max} και f_1 του σημείου A της ευθείας και τις συντεταγμένες K_{2max} και f_2 ενός άλλου σημείου όπως του B, τότε ο λόγος:

$$\frac{K_{2max} - K_{1max}}{f_2 - f_1}$$

είναι η κλίση της ευθείας.

Υπολογίζεται ότι:

$$Κλίση = \frac{BΓ}{AΓ} = \frac{(2{,}60 + 2{,}30) \cdot (eV)}{(11{,}80 - 0) \cdot 10^{14}(Hz)} = \frac{4{,}90(eV)}{11{,}80 \cdot 10^{14}(Hz)}$$

Άρα $h = \frac{4{,}90(eV)}{11{,}80 \cdot 10^{14}(Hz)} = \frac{4{,}90 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}(V \cdot C)}{11{,}80 \cdot 10^{14}(Hz)} = \frac{7{,}84 \cdot 10^{-19}(J)}{11{,}80 \cdot 10^{14}(Hz)}$ ή

$$h = 6{,}60 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

Μονάδες 6

4.2. Σύμφωνα με την εξίσωση:

$$K_{max} = h \cdot f - \Phi \quad \text{αν θέσουμε} \quad f = 0 \quad \text{θα έχουμε:}$$

$K_{max} = -\Phi$ μελετώντας την τιμή της γραφικής παράστασης βλέπουμε ότι:

$K_{max} = -2{,}30(eV)$ επομένως το έργο εξαγωγής του νατρίου είναι:

$$\Phi = 2{,}30(eV) = 2{,}30 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}(C \cdot V) \quad \text{ή}$$

$$\Phi = 3{,}70 \cdot 10^{-19}\ (J)$$

Μονάδες 6

4.3. Το σημείο τομής της ευθείας με τον οριζόντιο άξονα στο γράφημα μας δίνει τη συχνότητα κατωφλίου f_0 :

$$f_0 = 5{,}5 \cdot 10^{14}(Hz)$$

Μονάδες 6

4.4. Το φως στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συμπεριφέρεται και σαν κύμα με μήκος κύματος λ_0. Έτσι μπορούμε να γράψουμε:

$$c = \lambda \cdot f_0 \ \text{ ή } \quad \lambda_0 = \frac{c}{f_0} \ \text{ ή}$$

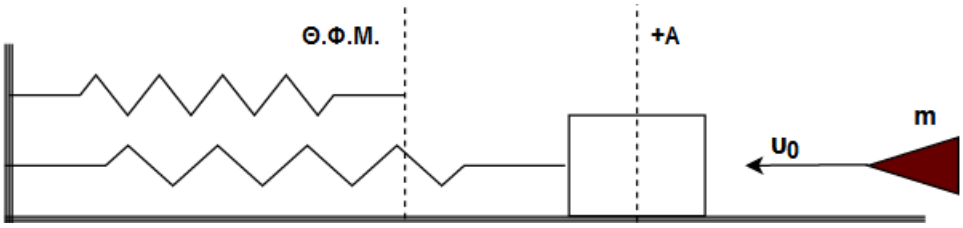
$$\lambda_0 = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 (\frac{m}{sec})}{0{,}55 \cdot 10^{15}(Hz)} = 545 \cdot 10^{-9} m \ \text{ ή}$$

$$\lambda_0 = 545\ n\text{m}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $M = 3{,}6\ kg$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σκληρότητας k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0{,}1\ m$ και μέγιστη ταχύτητα $\upsilon_{max} = \frac{2\sqrt{10}}{3}\frac{m}{s}$ σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις του την $+A$, ένα βλήμα μάζας $m = 0{,}4\ kg$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα. Η κρούση είναι πλαστική και αμελητέας διάρκειας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η ολική ενέργεια του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση τετραπλασιάζεται, να υπολογίσετε:



4.1. το νέο πλάτος της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.2. την νέα περίοδο της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.3. τη νέα μέγιστη ταχύτητα,

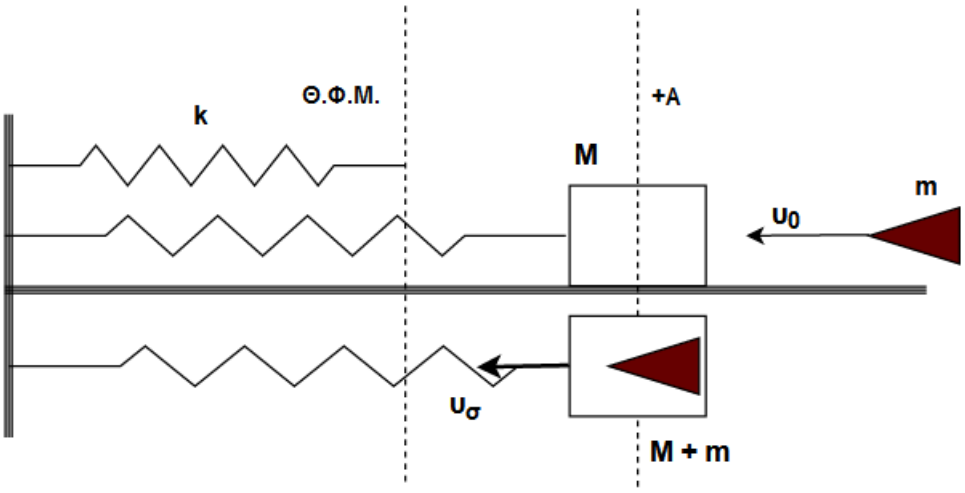
Μονάδες 5

4.4. την ταχύτητα του βλήματος υ_0 πριν από την κρούση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Στις οριζόντιες ταλαντώσεις η θέση ισορροπίας δεν εξαρτάται από το βάρος του ταλαντευόμενου σώματος, η αλλαγή της μάζας δεν προκαλεί αλλαγή της θέσης ισορροπίας. Επίσης δεν αλλάζει η τιμή της σταθεράς επαναφοράς $D = k$ γιατί οριζόντια ασκείται μόνο η δύναμη του ελατηρίου μετά την κρούση.



$$E'_{o\lambda} = 4E_{o\lambda} \text{ ή } \frac{1}{2}kA'^2 = 4\frac{1}{2}kA^2 \text{ ή } A' = 2A \text{ ή } A' = 0{,}2\,m$$

Μονάδες 6

4.2.

$$\upsilon_{max} = \omega A \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{\upsilon_{max}}{A} = \frac{\frac{2\sqrt{10}}{3}}{0{,}1}\frac{rad}{s} \text{ ή } \omega = \frac{20\sqrt{10}}{3}\frac{rad}{s}$$

$$k = m\omega^2 \text{ ή } k = 3{,}6\left(\frac{20\sqrt{10}}{3}\right)^2\frac{N}{m} = 3{,}6\frac{400\cdot 10}{9}\frac{N}{m} \text{ ή } k = 1600\frac{N}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{o\lambda}}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{4}{1600}}s = 2\pi\frac{2}{40}s = \frac{4\pi}{40}s = \frac{\pi}{10}\,s$$

Μονάδες 6

4.3.

$$\omega' = \sqrt{\frac{\mathrm{k}}{m_{o\lambda}}} = \sqrt{\frac{1600}{4}}\frac{rad}{s} = 20\frac{rad}{s}$$

$$\upsilon'_{max} = \omega' A' = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4.

$$\frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}m_{o\lambda}\upsilon_\sigma^2 = \frac{1}{2}kA'^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_\sigma^2 = \frac{\frac{1}{2}kA'^2 - \frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}m_{o\lambda}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_\sigma^2 = \frac{1}{2}k\frac{A'^2 - A^2}{\frac{1}{2}m_{o\lambda}}$$

ή $\quad \upsilon_\sigma^2 = k\frac{A'^2 - A^2}{m_{o\lambda}}$ ή $\quad \upsilon_\sigma^2 = 1600 \cdot \frac{0{,}2^2 - 0{,}1^2}{4}\frac{m^2}{s^2}$

ή $\quad \upsilon_\sigma = 2\sqrt{3}\frac{m}{s}$

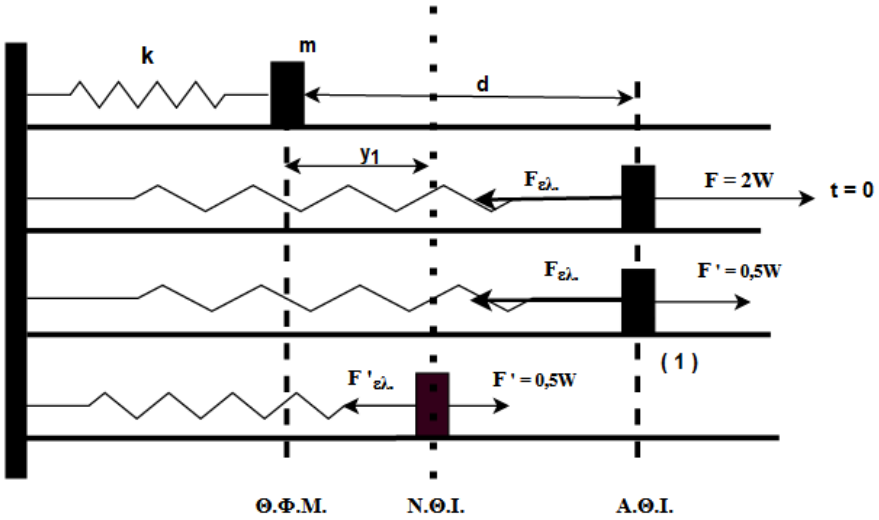
$m\upsilon_0 = (m + M)\upsilon_\sigma$ ή $\quad \upsilon_0 = \frac{(m+M)\upsilon_\sigma}{m}$ ή $\quad \upsilon_0 = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{0{,}4}\frac{m}{s}$ ή $\quad \upsilon_0 = \frac{2\sqrt{3}}{0{,}1}\frac{m}{s}$

ή $\quad \upsilon_0 = 20\sqrt{3}\frac{m}{s}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σκληρότητας k είναι δεμένο ένα σώμα $m = 1\ kg$. Αρχικά βρίσκεται σε ισορροπία σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $d = 0{,}2\ m$, ασκώντας δύναμη F διπλάσια του βάρους του σώματος και το σώμα ισορροπεί στη θέση αυτή. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η τιμή της δύναμης F μειώνεται στο $\frac{1}{4}$ της αρχικής τιμής, δηλαδή $F' = \frac{1}{4}F = \frac{W}{2}$ και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Θεωρώντας θετική την φορά επιμήκυνσης του ελατηρίου, να υπολογίσετε:



4.1. τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.3. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση.

Μονάδες 6

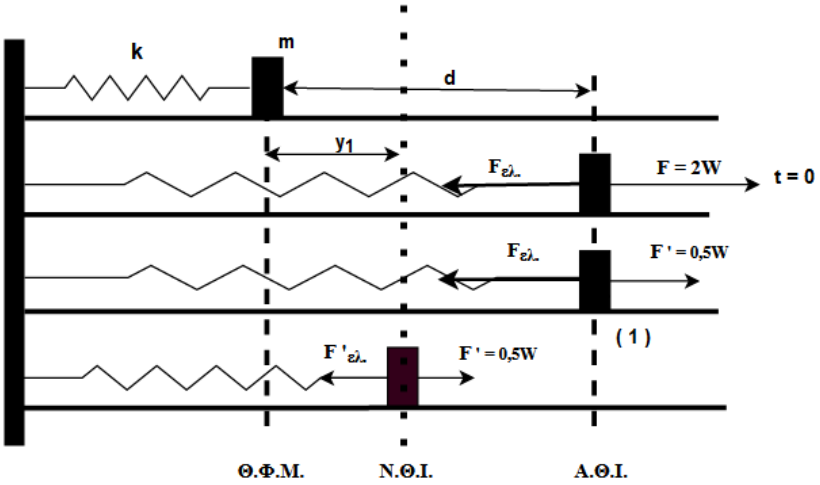
4.4. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του ταλαντούμενου σώματος.

Μονάδες 7

Δίνεται $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην αρχική θέση ισορροπίας (Α.Θ.Ι.).



Γράφουμε τη συνθήκη ισορροπίας:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{F} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda} = 0 \quad \text{ή} \quad 2W = k\,d \quad \text{ή} \quad k = \frac{2W}{d} \quad \text{ή}$$

$$k = \frac{2mg}{d} \quad \text{ή} \quad k = \frac{2\cdot 1\cdot 10}{0{,}2}\ \frac{N}{m} \quad \text{ή} \quad k = 100\ \frac{N}{m}$$

Υπολογίζουμε την γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ή} \quad \omega = \sqrt{\frac{100}{1}}\ \frac{rad}{s} \ \text{ή}\ \omega = 10\frac{rad}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα εκτελεί στη συνέχεια απλή αρμονική ταλάντωση. Βρίσκουμε τη νέα θέση ισορροπίας του (Ν.Θ.Ι.):

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{F'} + \vec{F'}_{\varepsilon\lambda} = 0 \quad \text{ή} \quad F' = k\,y_1 \quad \text{ή} \quad \frac{W}{2} = k\,y_1$$

$$\text{ή} \quad y_1 = \frac{W}{2k} \quad \text{ή} \quad y_1 = \frac{1\cdot 10}{2\cdot 100}\,m \ \text{ή}\ y_1 = \frac{1}{20}\ m$$

Γράφουμε την ενεργειακή ισότητα για τη θέση (1) που αρχίζει να ταλαντώνεται το σώμα:

$$K^{(1)} + U^{(1)} = E_{o\lambda} = \frac{1}{2}\,K\,A^2 \quad \text{ή} \quad 0 + \frac{1}{2}K(d - y_1)^2 = \frac{1}{2}\,K\,A^2$$

$$\text{ή} \quad A = d - y_1 \ \text{ή}\ A = 0{,}15\,m$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\upsilon_{max} = A\,\omega = 1{,}5\ \frac{m}{s}$$

$$\alpha_{max} = A\,\omega^2 = 15\ \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.4. Πρέπει να υπολογίσουμε την αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης .

Γράφουμε την εξίσωση της απομάκρυνσης:

$$x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Για $t = 0$ είναι $x = +A$ οπότε θα έχουμε:

$$x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad A = A\,\eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi_0 = 1 \;\; \text{ή} \;\; \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2}$$

Επομένως:

$$\varphi_0 = \begin{cases} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$$

Για $\kappa = 0$ είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ δεκτή λύση ενώ για $\kappa = 1$ είναι $\varphi_0 > 2\pi$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση την ταχύτητα και την επιτάχυνση θα είναι οι παρακάτω:

$$x = 0{,}15\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

$$\upsilon = 1{,}5\,\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

$$\alpha = -15\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Το άκρο Β ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους $L = 4\,m$ και μάζας $m = 1{,}5\,kg$ φέρει σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας $2m = 3\,kg$, ενώ το άκρο Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατείται οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $L = 4\,m$. Το ένα άκρο του νήματος δένεται στο μέσο Γ της ράβδου και το άλλο σε ένα σημείο Δ του τοίχου, ψηλότερα από το Α. Να υπολογίσετε:

4.1. τη γωνία φ που περιέχεται μεταξύ των τμημάτων ΓΔ και ΓΑ.

Μονάδες 4

4.2. το μέτρο της τάσης T του νήματος.

Μονάδες 7

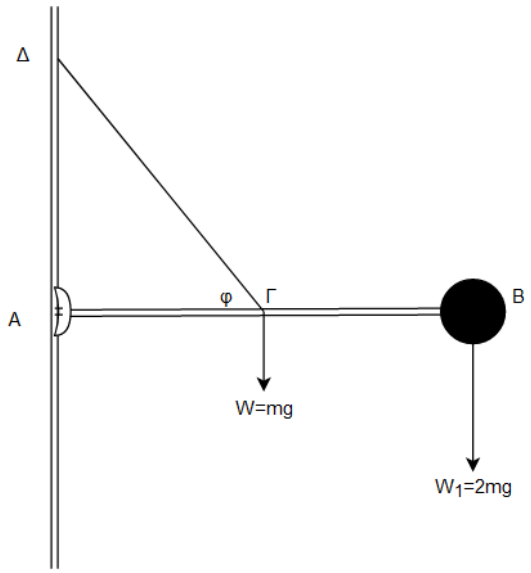
4.3. τα μέτρα των συνιστωσών δυνάμεων F_x, F_ψ που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο,

Μονάδες 8

4.4. το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης F που δέχεται από τον τοίχο η ράβδος.

Μονάδες 6

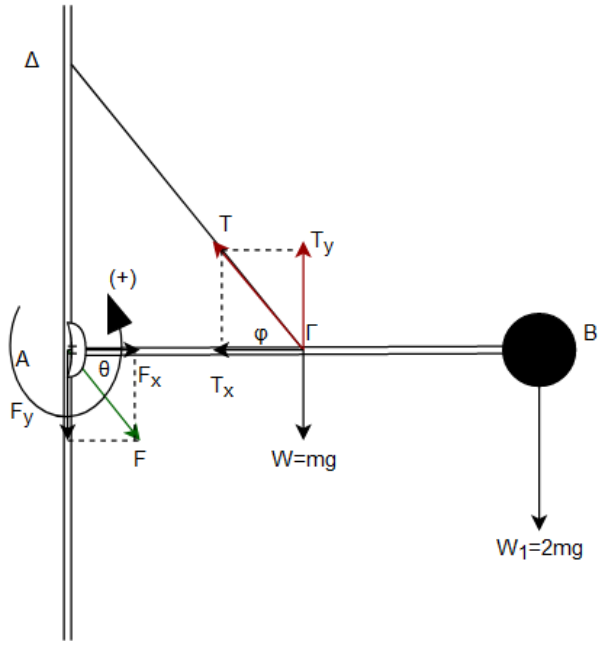
Δίνονται: $συν\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $ημ\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$



ΘΕΜΑ 4

4.1. Από το ορθογώνιο τρίγωνο $(\Delta A\Gamma)$ με $\hat{A} = 90^0$ θα έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{(A\Gamma)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$$



Μονάδες 4

4.2. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο και τις αναλύουμε στις συνιστώσες τους σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα. Αυτές είναι:

Η δύναμη $\vec{F}$ της άρθρωσης, η τάση $\vec{T}$ του νήματος, το βάρος $\vec{W}$ της ράβδου, και η δύναμη από το σώμα στη ράβδο, η οποία είναι ίση με το βάρος του $\vec{W_1}$.

Αφού έχουμε ισορροπία, η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στην ράβδο θα είναι ίση με μηδέν. Επιλέγουμε να υπολογίσουμε την συνισταμένη των ροπών ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο A, ώστε να καταλήξουμε στην απλούστερη δυνατή εξίσωση.

Ορίζουμε θετική φορά περιστροφής εκείνη που είναι αντίθετη της φοράς κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Έτσι:

$$\sum\tau = 0 \quad \text{ή} \quad -mg\frac{L}{2} - 2mg\cdot L + T_y\frac{L}{2} = 0 \quad \text{ή} \quad -mg - 4mg + T_y = 0$$

$$\text{ή} \quad T_y = 5mg \quad \text{ή} \quad T_y = 75\ N$$

$$\text{Επίσης:} \quad T_y = T\eta\mu\frac{\pi}{3} \ \text{ή}\ T = \frac{T_y}{\eta\mu\frac{\pi}{3}} \ \text{ή}\ T = \frac{10mg}{\sqrt{3}} \ \text{ή}\ T = \frac{10mg\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{ή} \quad T = \frac{150\sqrt{3}}{3}\ N \ \text{ή}$$

$$T = 50\sqrt{3}\ N$$

Μονάδες 7

4.3. Λόγω της ισορροπίας η συνισταμένη των δυνάμεων θα είναι επίσης ίση με το μηδέν:

$$\Sigma\vec{F} = 0$$

Γράφουμε τη συνθήκη ισορροπίας για τον κάθε άξονα χωριστά.

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } F_x = T_x \text{ ή } F_x = T\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \text{ ή } F_x = 50\sqrt{3}\frac{1}{2}N \text{ ή } F_x = 25\sqrt{3}\,N$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } T_y - F_y - W - W_1 = 0 \text{ ή } F_y = 5mg - 3mg = 2mg \text{ ή } F_y = 30N$$

Μονάδες 8

4.4.

$$\mathrm{F} = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} = \sqrt{\left(25\sqrt{3}\right)^2 + 30^2} \quad \text{ή}$$

$$\mathrm{F} = 15\sqrt{\frac{37}{3}}\,N$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 2\sqrt{3}\ cm$ και η στιγμιαία ορμή του περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$p = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \sigma\upsilon\nu 2t \ \ (S.I.)$$

Δίνεται: $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\eta\mu 2\theta = 2\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta$

4.1. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης υ_{max} του σώματος.

Μονάδες 5

4.2. Να βρεθεί η μάζα m του ταλαντούμενου σώματος.

Μονάδες 5

4.3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{12}\ \ s$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας K της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την εξίσωση που περιγράφει την στιγμιαία ορμή η γωνιακή ταχύτητα είναι:

$$\omega = 2\ \frac{rad}{sec}$$

Η μέγιστη ταχύτητα είναι:

$$\upsilon_{max} = A \cdot \omega \quad \text{ή} \quad \upsilon_{max} = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-2} \cdot 2\ \frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{max} = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2}\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.2. Η μέγιστη ορμή δίνεται από τη σχέση:

$$p_{max} = m \cdot \upsilon_{max} \ \text{ή}\ m = \frac{p_{max}}{\upsilon_{max}}\ \text{ή}\ m = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2}} Kg\ \text{ή}\ \ m = \frac{\sqrt{3}}{3}\ Kg$$

Μονάδες 5

4.3. Η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή σε μια απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς τριβές.

$$\frac{\Delta E_{o\lambda}}{\Delta t} = 0 \ \text{αφού}\ E_{o\lambda} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$$

Μονάδες 6

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} \quad (\text{αφού}\ \upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}\ \ \kappa\alpha\iota\ \ \Sigma F = -D \cdot x)\ \ \text{θα έχουμε:}$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma F \cdot\ \upsilon = -D \cdot x \cdot \upsilon = -m\omega^2 A \cdot \eta\mu\omega t \cdot \upsilon_{max} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$$

Επίσης είναι $p_{max} = m \cdot \upsilon_{max}$ οπότε θα έχουμε:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = -p_{max} \cdot \omega^2 A \cdot \eta\mu\omega t \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t \ \ \text{ή}\ \ \frac{\Delta K}{\Delta t} = -p_{max} \cdot \omega^2 A \cdot \frac{\eta\mu 2\omega t}{2} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \frac{\Delta K}{\Delta t} = -\,4 \cdot 10^{-2} \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 10^{-2}\, \frac{\eta\mu\left(2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{12}\right)}{2} \frac{J}{s} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \frac{\Delta K}{\Delta t} = -\,16 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-4} \cdot \eta\mu\frac{\pi}{3}\frac{J}{s} = -\,16 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{J}{s} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \frac{\Delta K}{\Delta t} = -\,24 \cdot 10^{-4}\frac{J}{s}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο σπίτι μας, στον πίνακα (διανομής του ηλεκτρικού ρεύματος) με τις ασφάλειες, υπάρχει μία με διπλό διακόπτη που αντιστοιχεί στον ηλεκτρικό θερμοσίφωνα. Αρκετές φορές, όταν κατεβάζουμε τον διακόπτη για να κλείσουμε τον θερμοσίφωνα, παρατηρούμε μία στιγμιαία λάμψη (σπίθα), ενώ αντίθετα όταν ανεβάζουμε τον διακόπτη για να ανοίξουμε τον θερμοσίφωνα (συνήθως) δεν παρατηρείται. Η εμφάνιση της σπίθας αυτής οφείλεται στο φαινόμενο αυτεπαγωγής:

(α) όταν κατεβάζουμε πολύ γρήγορα τον διακόπτη.

(β) όταν κατεβάζουμε πολύ αργά τον διακόπτη.

(γ) μόνο στις περιπτώσεις που δημιουργείται αυτεπαγωγή.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αρμονικό κύμα συχνότητας $f = 200\ \mathrm{Hz}$ διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο με ταχύτητα διάδοσης $\upsilon = 300\ \mathrm{m/s}$. Δύο σημεία Α και Β του μέσου, συνευθειακά με την πηγή, βρίσκονται σε αποστάσεις από αυτήν x_A και x_B αντίστοιχα, με $x_B > x_A$ και $\Delta x = x_B - x_A = 0{,}75\ \mathrm{m}$. Η διαφορά φάσης μεταξύ τους, την ίδια χρονική στιγμή, είναι:

(α) $\frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad}$, **(β)** $\pi\ \mathrm{rad}$, **(γ)** $\frac{3\pi}{2}\ \mathrm{rad}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Όταν κατεβάζουμε τον διακόπτη για να κλείσουμε οποιαδήποτε συσκευή, λόγω μεταβολής της έντασης του ρεύματος εμφανίζεται τάση αυτεπαγωγής σε κάθε κύκλωμα (άρα η απάντηση γ είναι λάθος αφού τάση από αυτεπαγωγή δημιουργείται πάντα και όχι μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις), σύμφωνα με την σχέση:

$$\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Στην περίπτωση του θερμοσίφωνα η διαφορά $\Delta I = 0 - I_{\alpha\rho\chi}$ είναι σημαντική επειδή το $I_{\alpha\rho\chi}$ είναι μεγάλο, αλλά η μεταβολή αυτή της έντασης του ρεύματος είναι σταθερή (αφού το $I_{\alpha\rho\chi}$ είναι πάντα το ίδιο), κάθε φορά που χρησιμοποιούμε την συσκευή, οπότε δεν είναι η ΔI που καθορίζει την εμφάνιση ή μη της σπίθας. Το κριτήριο είναι η χρονική διάρκεια Δt του φαινομένου. Όσο πιο μικρό είναι το Δt, δηλαδή όσο πιο γρήγορα κατεβάζουμε τον διακόπτη, τόσο μεγαλύτερη είναι η τάση αυτεπαγωγής που δημιουργείται και άρα το ρεύμα αυτεπαγωγής που εμφανίζεται. Από τον κανόνα του Lenz προκύπτει ότι το συγκεκριμένο ρεύμα αυτεπαγωγής θα είναι ομόρροπο του υπάρχοντος στο κύκλωμα (που μειώνεται από $I_{\alpha\rho\chi}$ σε μηδέν) και άρα προστιθέμενο σε αυτό αυξάνει, στιγμιαία, πολύ το ολικό ρεύμα με συνέπεια την εμφάνιση της σπίθας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η διαφορά φάσης για δύο σημεία Α και Β, την ίδια χρονική στιγμή, δίνεται από την σχέση:

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right) = 2\pi\frac{x_B - x_A}{\lambda} = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \quad (1)$$

όπου:

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{300\ \frac{m}{s}}{200\ s^{-1}} = 1{,}5\ m \quad (2)$$

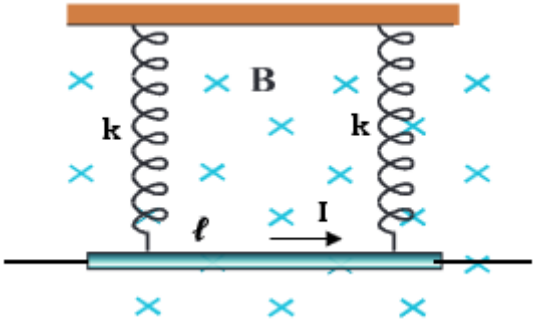
αντικαθιστούμε στην (1):

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{0{,}75\ m}{1{,}5\ m} = \pi\ rad$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Η ομογενής ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $\ell = 3\,\mathrm{m}$ και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς $\mathrm{k} = 100\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\mathrm{B} = 0{,}2\,\mathrm{T}$ με κατεύθυνση προς τα μέσα. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα $\mathrm{I} = 5\mathrm{A}$, τα ελατήρια επιμηκύνονται κατά $\mathrm{x}_1 = 1\mathrm{cm}$ από το φυσικό τους μήκος και το σύστημα ισορροπεί. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδου και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει την τιμή $\mathrm{g} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογιστεί η μάζα της ράβδου.

Μονάδες 6

4.2. Αν κάποια χρονική στιγμή διακόψουμε το ρεύμα I να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $\mathrm{D} = 2\mathrm{k}$. Να θεωρήσετε ότι η ράβδος εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση και κατά την διάρκεια της κίνησης η μαγνητική δύναμη που δέχεται λόγω της μετακίνησης φορτίου στο εσωτερικό της είναι αμελητέα.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

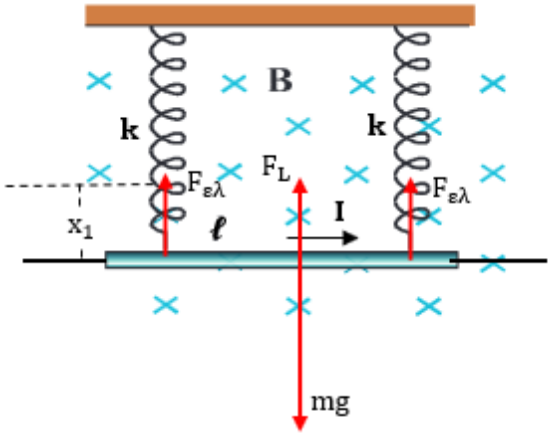
Μονάδες 7

4.4. Ποια είναι η επαγωγική ΗΕΔ (τιμή και πολικότητα) που εμφανίζεται στα άκρα της ράβδου όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ράβδος ισορροπεί υπό την επίδραση τεσσάρων δυνάμεων, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Οι δυνάμεις αυτές είναι το βάρος της mg, η δύναμη Laplace F_L και οι ίσες δυνάμεις από τα ελατήρια $F_{\varepsilon\lambda}$. Η συνισταμένη τους είναι μηδέν.

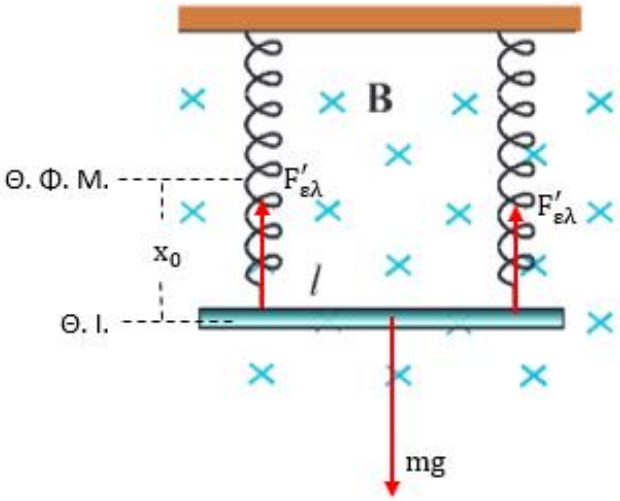


$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow 2F_{\varepsilon\lambda} + F_L - mg = 0 \Leftrightarrow 2kx_1 + BI\ell = mg \Leftrightarrow m = \frac{2kx_1 + BI\ell}{g} \Leftrightarrow$$

$$m = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^{-2} + 0{,}2 \cdot 5 \cdot 3}{10} kg = 0{,}5\ kg$$

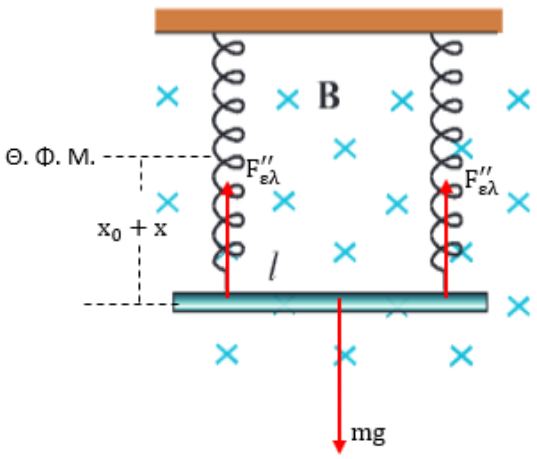
Μονάδες 6

4.2. Όταν διακοπεί το ρεύμα στην ράβδο, η ράβδος δεν δέχεται μαγνητική δύναμη Laplace. Στην νέα θέση ισορροπίας του συστήματος τα ελατήρια έχουν επιμήκυνση $x_0 > x_1$ και η συνισταμένη των δυνάμεων σε αυτή τη θέση είναι μηδέν.



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow 2F'_{\varepsilon\lambda} - mg = 0 \Leftrightarrow 2kx_0 = mg \Leftrightarrow x_0 = \frac{mg}{2k} \qquad (1)$$

Επιμηκύνουμε τα ελατήρια κατά x (προς τα κάτω) και υπολογίζουμε την συνισταμένη δύναμη στην ράβδο. Χρησιμοποιώντας την σχέση (1) έχουμε



$$\Sigma F = 2F''_{\varepsilon\lambda} - mg = 2k(x + x_0) - mg = 2kx + 2kx_0 - mg = 2kx$$

Επειδή η συνολική δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας μπορούμε να γράψουμε $\Sigma F = -Dx$ με $D = 2k = 200\frac{N}{m}$. Συνεπώς, η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με την απόσταση της Θ.Ι. και της θέσης στην οποία η ταχύτητα είναι στιγμιαία ίση με μηδέν, δηλαδή

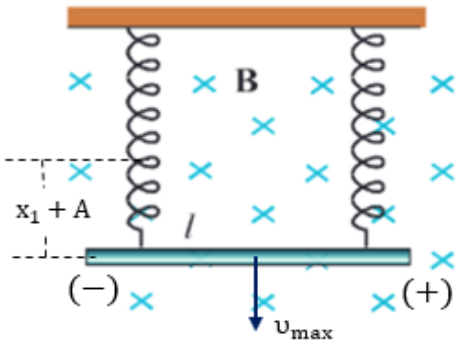
$$A = x_0 - x_1 = \frac{mg}{2k} - x_1 = \frac{0{,}5 \cdot 10}{200}m - 0{,}01m = 0{,}025 - 0{,}01m = 0{,}015\ m$$

Η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης είναι $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0{,}5}}\frac{rad}{s} = \sqrt{400}\frac{rad}{s} = 20\frac{rad}{s}$

Μονάδες 7

4.4. Όταν η ράβδος διέρχεται από την θέση ισορροπίας έχει ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_{max} = \omega \cdot A = 20 \cdot 0{,}015\frac{m}{s} = 0{,}3\frac{m}{s}$$



Η επαγωγική ΗΕΔ στα άκρα της ράβδου της όταν περνάει από την Θ.Ι. θα έχει μέτρο

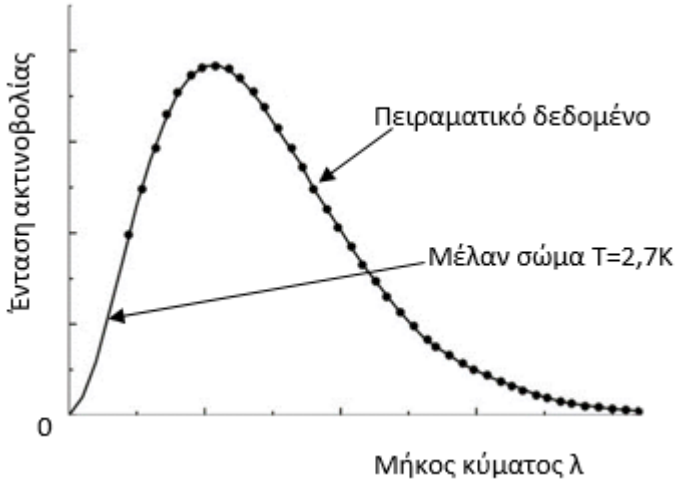
$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_{max}\ell = 0{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot 3\ V = 0{,}18\ V$$

Η ράβδος περνάει για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης όταν κατέρχεται. Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι εκείνη την στιγμή η πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ στην ράβδο είναι αυτή που απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ακτινοβολία που παράχθηκε στην Μεγάλη Έκρηξη (Big Bang) ανακαλύφθηκε το 1965 από τους αστρονόμους Penzias και Wilson (Νόμπελ Φυσικής 1978). Έχει αποδειχτεί πως ακολουθεί την κατανομή ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος. Στο παρακάτω σχήμα τα σημεία απεικονίζουν πειραματικά δεδομένα και η συνεχής γραμμή την καμπύλη κατανομής ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Ενώ αρχικά το σύμπαν ήταν υπέρθερμο και ελαχίστων διαστάσεων, λόγω διαστολής ψύχεται και η σημερινή απόλυτη θερμοκρασία αυτής της ακτινοβολίας, γνωστή ως μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου, είναι περίπου $T = 2{,}7K$. Αν θεωρήσουμε ως δεδομένο ότι ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία $T_1 = 1450K$ εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής» $\lambda_{1max} = 2000nm$, το μήκος κύματος λ_{max} όπου παρατηρούμε τη μέγιστη εκπομπή της μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου είναι πιο κοντά στην τιμή:



(α) $\lambda_{max} \cong 1{,}1\ mm$ **(β)** $\lambda_{max} \cong 0{,}1\ mm$ **(γ)** $\lambda_{max} \cong 10\ mm$

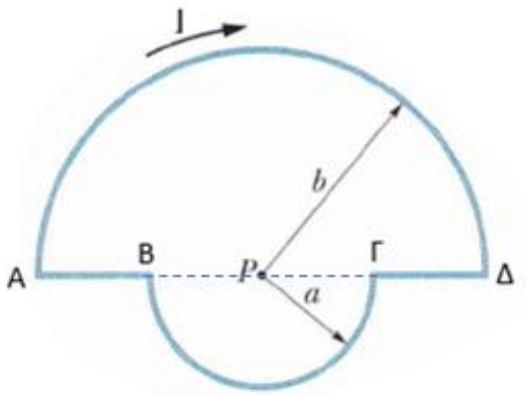
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ο κλειστός βρόχος του παρακάτω σχήματος αποτελείται από 2 ευθύγραμμους αγωγούς ΑΒ και ΓΔ που ανήκουν στην ίδια ευθεία που διέρχεται από το σημείο Ρ και δύο ημικύκλια με ακτίνες α και b, τα οποία έχουν κοινό κέντρο το σημείο Ρ. Ο βρόχος διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι και οι ακτίνες των ημικυκλίων συνδέονται με την σχέση $b = 2\alpha$. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν τα δύο ημικύκλια στο σημείο Ρ έχει μέτρο



(α) $B_P = \frac{\mu_0 I}{8\alpha}$ **(β)** $B_P = \frac{3\mu_0 I}{8\alpha}$ **(γ)** $B_P = \frac{\mu_0 I}{2b}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Από τον νόμο μετατόπισης του Wien, ο οποίος ισχύει για ένα μέλαν σώμα, ξέρουμε ότι το γινόμενο της απόλυτης θερμοκρασίας του Τ επί το μήκος κύματος λ_{max} στο οποίο παρατηρείται η μέγιστη εκπομπή ακτινοβολίας (μήκος κύματος «αιχμής») είναι σταθερό, δηλαδή

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{σταθ.} \Leftrightarrow \lambda_{1max} \cdot T_1 = \lambda_{max} \cdot T \Leftrightarrow \lambda_{max} = \frac{\lambda_{1max} \cdot T_1}{T} = \frac{2000\text{nm} \cdot 1450\text{K}}{2{,}7\text{K}} \Leftrightarrow$$

$$\lambda_{max} = \frac{2900 \cdot 10^3 \text{ nm}}{2{,}7} = \frac{2{,}9}{2{,}7} \cdot 10^6 \cdot 10^{-9}\text{m} = \frac{29}{27} 10^{-3}\text{m} \cong 1{,}1 \text{ mm}$$

Μονάδες 8

2.2.

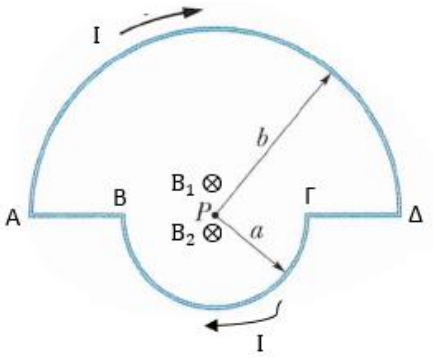
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικύκλιο ακτίνας b στο σημείο Ρ είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του ημικυκλίου είναι το μισό από αυτό που δημιουργεί κυκλικός αγωγός ίδιας ακτίνας και έντασης ρεύματος (δείτε τεύχος Β, ερώτηση 4.4). Επομένως

$$B_1 = \frac{\frac{\mu_0 I}{2b}}{2} = \frac{\mu_0 I}{4b}$$

Ομοίως το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικύκλιο ακτίνας α στο σημείο Ρ είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα και μέτρο $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\alpha}$



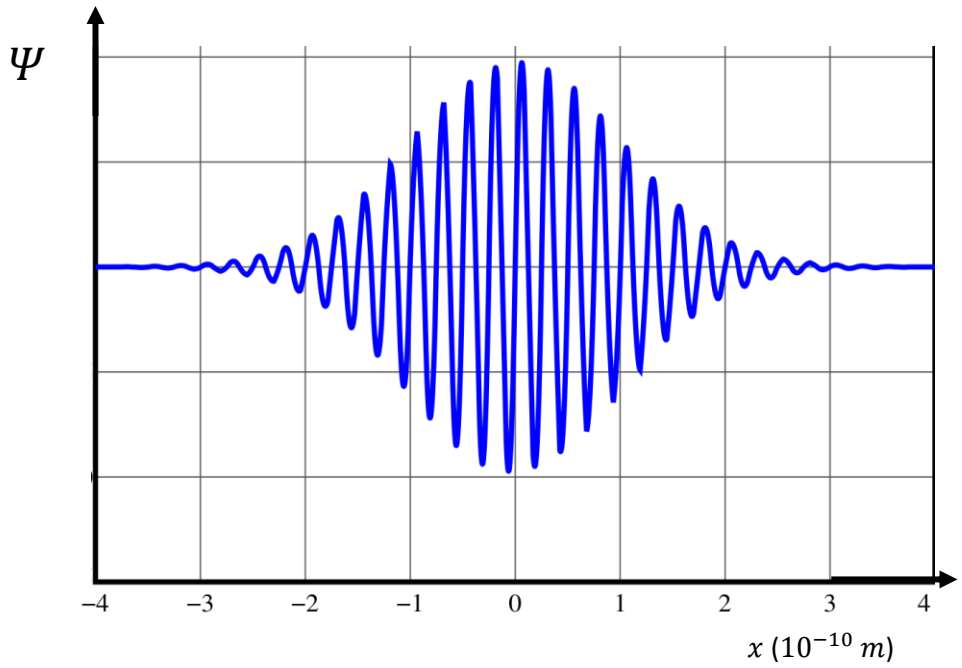
Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα, αυτά τα δύο μαγνητικά πεδία είναι ομόρροπα στο σημείο P οπότε το συνολικό μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν έχει μέτρο

$$B_P = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4b} + \frac{\mu_0 I}{4\alpha} = \frac{\mu_0 I}{8\alpha} + \frac{\mu_0 I}{4\alpha} = \frac{3\mu_0 I}{8\alpha}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το διάγραμμα δείχνει τη γραφική παράσταση κυματοσυνάρτησης η οποία αντιστοιχεί σε υποατομικό σωματίδιο, σε συνάρτηση με τη θέση του. Η ελάχιστη αβεβαιότητα στην ορμή του σωματιδίου προσεγγίζεται καλύτερα από την τιμή



(α) $1{,}5 \times 10^{-25}\ kg \cdot m/s$, **(β)** $7{,}0 \times 10^{-10}\ kg \cdot m/s$, **(γ)** $1{,}0 \times 10^{-34}\ \mathrm{kg \cdot m/s}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα κομμάτι ξύλο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει ύψος L, επιπλέει σε νερό και ισορροπεί. Το σπρώχνουμε λίγο κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αρχίζει να εκτελεί ΑΑΤ, κατά την οποία η επιτάχυνση του ξύλου συναρτήσει της απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $a = -\frac{40}{L}x$ *(SI)*. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $0{,}5\ s$. Το ύψος L του ξύλου είναι περίπου ίσο με:

(α) $0{,}5\ m$, **(β)** $0{,}25\ m$, **(γ)** $2\ m$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα φαίνεται πως η κυματοσυνάρτηση έχει μη μηδενικές τιμές μεταξύ, περίπου, των θέσεων $-3{,}5 \times 10^{-10}\ m$ και $3{,}5 \times 10^{-10}\ m$. Αυτό αντιστοιχεί σε αβεβαιότητα στη θέση περίπου $\Delta x \approx 7{,}0 \times 10^{-10}\ m$ (θα μπορούσε κανείς να θεωρήσει αβεβαιότητα θέσης το $3{,}5 \times 10^{-10}\ m$, αλλά αυτό δεν αλλάζει την απάντηση). (4 μονάδες)

Χρησιμοποιώντας την αρχή της αβεβαιότητας (4 μονάδες)

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

$$(7{,}0 \times 10^{-10}\ m\ )\Delta p \geq \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{2\pi}\ Js$$

$$\Delta p \geq 1{,}5 \times 10^{-25}\ kg \cdot m/s$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η εξίσωση που συνδέει γενικά την επιτάχυνση a με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας είναι

$$a = -\omega^2 x$$

Συγκρίνοντας με τη δοθείσα, είναι φανερό πως

$$\omega^2 = \frac{40}{L}$$

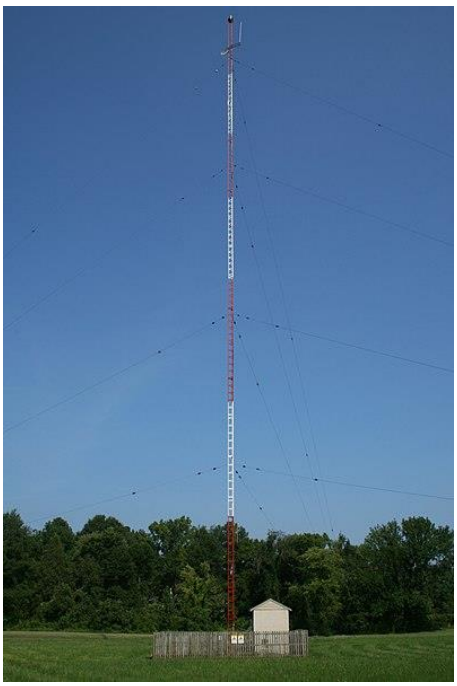
$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{40}{L}$$

$$\left(\frac{2\pi}{0{,}5\ s}\right)^2 = \frac{40}{L}$$

$$L \cong 0{,}25\ m$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Η εικόνα[1] (Πηγή: Wikimedia) δείχνει κεραία που εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικά κύματα μεσαίου μήκους κύματος (κεραία AM στο Chapel Hill της North Carolina, ΗΠΑ). Μία συνηθισμένη συχνότητα είναι τα $700\ kHz$. Τέτοιου είδους κεραίες είναι πιο αποδοτικές όταν το ύψος τους είναι ίσο με το 1/4 του μήκους κύματος των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που εκπέμπουν. Μία κεραία με αυτά τα χαρακτηριστικά

(α) εκπέμπει στα μικροκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου $0{,}01\ m$.

(β) εκπέμπει στα ραδιοκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου $400\ m$.

(γ) εκπέμπει στα ραδιοκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου $100\ m$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σωματίδιο φορτίου q κινείται προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εισέρχεται σε περιοχή όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό και ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από παράλληλες, αντίθετα φορτισμένες μεταλλικές πλάκες. Για να μπορέσει το σωματίδιο να περάσει μέσα από την περιοχή των δύο πεδίων χωρίς απόκλιση, θα πρέπει το μαγνητικό πεδίο να έχει κατεύθυνση

(α) προς το επάνω μέρος της σελίδας.

(**β)** προς τα έξω (φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη).

(**γ)** προς τα μέσα (φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα).

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

---

[1] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/72/2008-07-28_Mast_radiator.jpg/399px-2008-07-28_Mast_radiator.jpg

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3{,}00 \times 10^8 \frac{m}{s}}{700 \times 10^3 Hz} =$$

$$\lambda = 429\ m$$

Η συγκεκριμένη τιμή του μήκους κύματος τοποθετεί τη συγκεκριμένη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στα ραδιοκύματα.

Δεδομένου πως η κεραία αποδίδει καλύτερα όταν το ύψος της είναι το ¼ του μήκους κύματος που εκπέμπει:

$$\text{Ύψος}=\frac{1}{4}\lambda = 107\ m \approx 100\ m$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Υποθέτοντας πως το σωματίδιο έχει θετικό φορτίο (αν έχει αρνητικό φορτίο η σειρά των συλλογισμών είναι η ίδια, απλά οι φορές των δυνάμεων θα είναι αντίθετες), θα δέχεται δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο προς το κάτω μέρος της σελίδας. (3 μονάδες)

Για να καταφέρει να κινηθεί χωρίς απόκλιση, θα πρέπει να ασκείται στο σωματίδιο μαγνητική δύναμη (δύναμη Lorentz) μέτρου ίσου με της ηλεκτρικής δύναμης, αλλά αντίθετης φοράς. (3 μονάδες).

Το βάρος αγνοείται (είναι αμελητέο σε σχέση με τις ηλεκτρικές δυνάμεις για μικροσκοπικά σωματίδια).

Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, αν η μαγνητική δύναμη έχει φορά προς το επάνω μέρος της σελίδας, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου πρέπει να είναι προς τα μέσα (φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, διεύθυνση κάθετη στη σελίδα). (3 μονάδες)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η εικόνα δεξιά[1] δείχνει μία φωτογραφία του ίχνους της σπειροειδούς κίνησης ηλεκτρονίου σε θάλαμο φυσαλίδων. Ο θάλαμος φυσαλίδων είναι μία μορφή ανιχνευτή σωματιδίων που περιέχει κάποιο πολύ αραιό υγρό. Μέσα σε αυτόν, τα σωματίδια εκτρέπονται από την ευθύγραμμη κίνηση με την βοήθεια μαγνητικού πεδίου. Στην περίπτωση της φωτογραφίας το μαγνητικό πεδίο έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας. Καθώς τα σωματίδια κινούνται στον θάλαμο φυσαλίδων, τους ασκείται τριβή, η οποία προκαλεί μείωση της ταχύτητάς τους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση:

(α) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από το κέντρο της σπείρας προς τα έξω.

(β) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από το κέντρο της σπείρας προς τα έξω.

(γ) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από τα έξω προς το κέντρο της σπείρας.

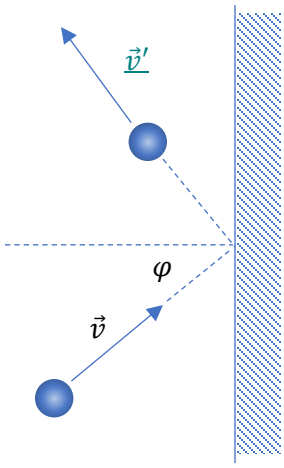
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μπάλα μάζας m κυλίεται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v και χτυπάει σε τοίχο υπό γωνία φ. Η εικόνα δείχνει κάτοψη της κρούσης. Η κρούση είναι ελαστική. Λόγω της κρούσης, η μεταβολή του μέτρου της ορμής και το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι αντίστοιχα



(α) 0 και $2mv\sigma\upsilon\nu\varphi$

(β) 0 και $2mv\eta\mu\varphi$

(γ) $2mv\eta\mu\varphi$ και $2mv\sigma\upsilon\nu\varphi$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

[1] https://media.cheggcdn.com/media%2F8e2%2F8e235a2a-2d3a-4380-9bda-e619cf6f2a4b%2Fimage

ΘΕΜΑ 2

2.1.

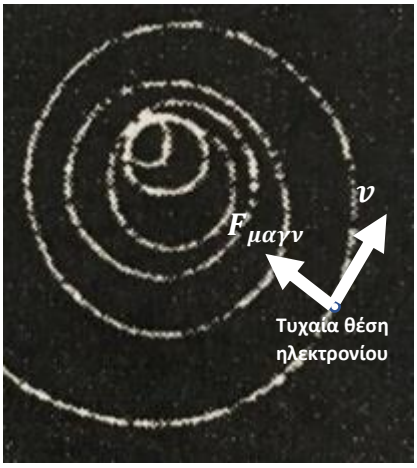
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Όταν σωματίδιο κινείται σε μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα κάθετη στη διεύθυνσή του, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα ανάλογη της ταχύτητάς του. (Πιο αναλυτικά: Δέχεται μαγνητική δύναμη Lorentz $F_{\mu\alpha\gamma\nu} = Bvq$. Η δύναμη αυτή παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Αυτό σημαίνει πως $F_{\mu\alpha\gamma\nu} = F_{\kappa} \Rightarrow Bvq = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{mv}{Bq}$)

Εφόσον η ταχύτητα του ηλεκτρονίου μειώνεται λόγω τριβής, θα μειώνεται και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του. Αυτό σημαίνει πως το ηλεκτρόνιο εκτελεί τη σπειροειδή κίνηση από έξω προς το κέντρο της σπείρας.



Σε μία τυχαία θέση της τροχιάς η μαγνητική δύναμη θα έχει φορά προς το κέντρο της σπείρας και η ταχύτητα θα έχει κατεύθυνση εφαπτομενική στην τροχιά. Εφαρμόζοντας τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού (και λαμβάνοντας υπόψη πως το ηλεκτρόνιο έχει αρνητικό φορτίο) προκύπτει πως η ένταση του μαγνητικού πεδίου πρέπει να είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς και με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Μονάδες 8

2.2.

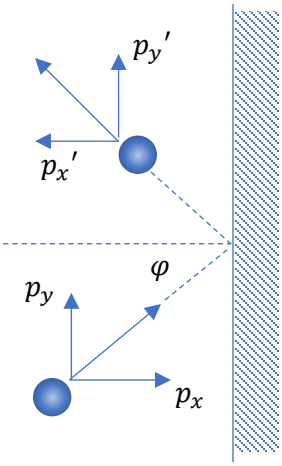
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η κρούση είναι ελαστική, άρα η κινητική ενέργεια της μπάλας δεν αλλάζει. Αυτό σημαίνει πως

$$K' = K \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = \frac{p'^2}{2m} \Rightarrow p = p'$$



όπου p, p' είναι τα μέτρα της ορμής πριν και μετά την κρούση.

Συνεπώς, η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι ίση με μηδέν.

Σε σχέση με τις συνιστώσες, και επειδή η δύναμη από τον τοίχο ασκείται κατά μήκος του οριζόντιου άξονα:

$$p_y{}' = p_y$$

$$p_x{}' = -p_x = -p\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Συνεπώς, δεν υπάρχει μεταβολή της ορμής στον κατακόρυφο άξονα και ισχύει:

$$|\Delta\vec{p}| = |\Delta\vec{p}_x| = |p_x{}' - p_x| = |-p\sigma\upsilon\nu\varphi - p\sigma\upsilon\nu\varphi| = 2p\sigma\upsilon\nu\varphi = 2m\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Μονάδες 9

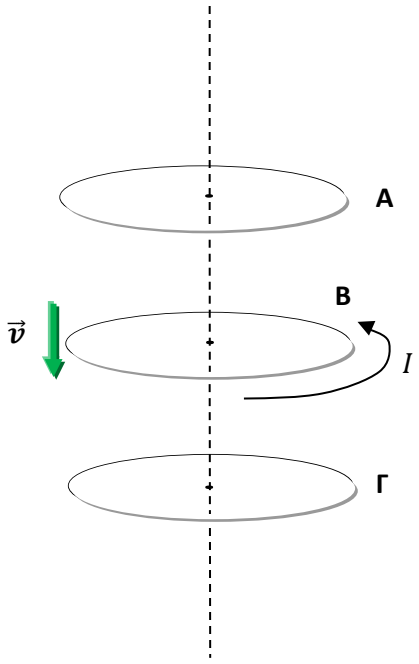
ΘΕΜΑ 2

2.1. Τρία κυκλικά σύρματα βρίσκονται σε παράλληλα επίπεδά και με τα κέντρα τους στον ίδιο κατακόρυφο άξονα. Τα σύρματα Α και Γ διατηρούνται ακίνητα, ενώ το σύρμα Β κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα v και είναι συνδεδεμένο σε ηλεκτρική πηγή, ώστε να διαρρέεται από ρεύμα I. Τι ισχύει για τα άλλα σύρματα;

(α) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα ίδιας φοράς με το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β.

(β) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β.

(γ) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα ίδιας φοράς με το Β.



2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

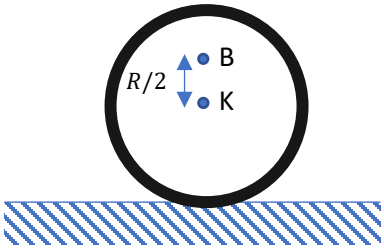
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι v_{cm}. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β που βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει απόσταση $R/2$ από το Κ είναι

(α) $\frac{3}{2}v_{cm}$ **(β)** $\frac{2}{3}v_{cm}$ **(γ)** $\frac{5}{2}v_{cm}$



2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Καθώς ο δακτύλιος κινείται προς τα κάτω, η μαγνητική ροή διαμέσου των Α και Γ μεταβάλλεται: Η μαγνητική ροή διαμέσου του Α μειώνεται, και η μαγνητική ροή διαμέσου του Γ αυξάνεται. Λόγω του νόμου Faraday, επάγεται ρεύμα στους Α και Γ. (2 μονάδες)

Λόγω κανόνα Lenz, η φορά του επαγόμενου ρεύματος θα είναι τέτοια ώστε να αντιτίθεται στη μεταβολή (δηλαδή στη μείωση της μαγνητικής ροής διαμέσου του Α και στην αύξηση της μαγνητικής ροής διαμέσου του Γ) που το προκάλεσε. (1 μονάδα)

Με δεδομένο πως η φορά του μαγνητικού πεδίου του Β είναι προς τα επάνω (κανόνας δεξιού χεριού), πρέπει η φορά του μαγνητικού πεδίου του Α να είναι προς τα επάνω και η φορά του μαγνητικού πεδίου του Γ να είναι προς τα κάτω. (2 μονάδες)

Συνεπώς, και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, η ένταση του ρεύματος στον Α πρέπει να έχει ίδια φορά με αυτήν του Β, ενώ η ένταση του ρεύματος στον Γ πρέπει να έχει αντίθετη φορά με αυτήν του Β. (1 μονάδα)

Εναλλακτική (εν μέρει) εξήγηση: Μέσω μαγνητικής δύναμης Laplace, χωρίς έντονη αναφορά στη μαγνητική ροή. Εφόσον επάγεται ρεύμα τους Α και Γ, θα πρέπει η αντίστοιχη καταναλισκόμενη ενέργεια να προέρχεται από κάπου και συνεπώς η δύναμη Laplace στον Β θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δυσκολεύει την κίνησή του και να χρειάζεται το έργο μιας δύναμης απλώς και μόνο για να διατηρήσει την σταθερή του ταχύτητα. Συνεπώς ο Α θα έλκει τον Β και ο Γ θα απωθεί τον Β. Μεταξύ παράλληλων ρευμάτων η δύναμη είναι ελκτική όταν αυτά είναι ομόρροπα (άρα το ρεύμα στον Α θα έχει ίδια φορά με αυτήν του ρεύματος στον Β) και απωστική όταν είναι αντίρροπα (άρα το ρεύμα στον Γ θα έχει αντίθετη φορά από αυτήν του ρεύματος στον Β).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

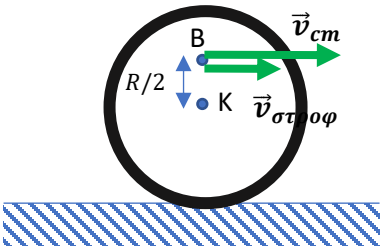
Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα του σημείου Β είναι η συνισταμένη δύο γραμμικών ταχυτήτων:

1. Μία ταχύτητα η οποία είναι ίση με την ταχύτητα $\vec{v}_{cm}$ του κέντρου μάζας και η οποία οφείλεται στη μεταφορική κίνηση του σώματος. (1 μονάδα)
2. Μία ταχύτητα $\vec{v}_{\sigma\tau\rho o\varphi}$ η οποία οφείλεται στη στροφική κίνηση του σώματος. (1 μονάδα)

Με δεδομένο πως το σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, η πρώτη έχει μέτρο $v_{cm} = \omega R$. (1 μονάδα)



Η δεύτερη ταχύτητα έχει μέτρο $v_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \omega \frac{R}{2}$ (2 μονάδες)

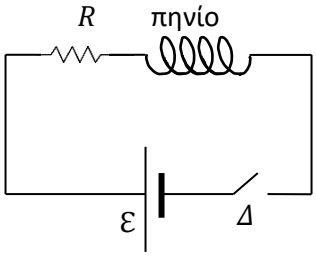
Και οι δύο ταχύτητες έχουν οριζόντια διεύθυνση και φορά προς τα δεξιά. (2 μονάδες)

Η ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο $v_B = v_{cm} + v_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \omega R + \omega \frac{R}{2} = \frac{3\omega R}{2}$ (2 μονάδες)

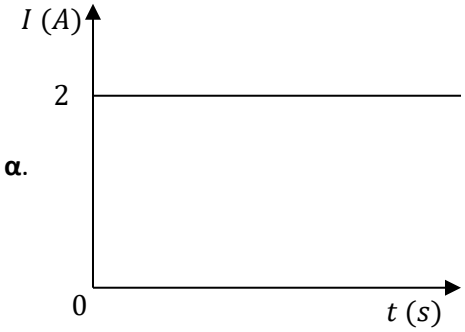
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

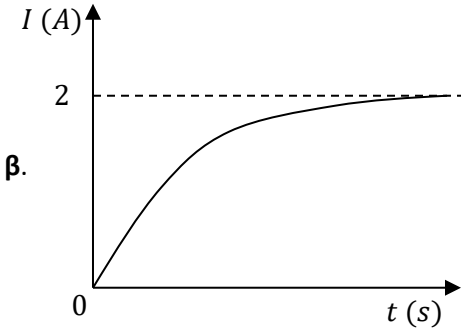
2.1. Στο κύκλωμα δεξιά ισχύει $R = 10\,\Omega$ και $\mathcal{E} = 20\,V$ (η πηγή είναι ιδανική και το πηνίο δεν έχει αντίσταση). Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοιχτός. Δίνονται τα ακόλουθα διαγράμματα.



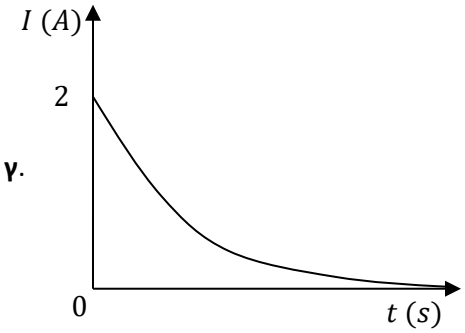
α.



β.



γ.



Κλείνοντας τον διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ακολουθήσει το διάγραμμα:

(α) α , **(β)** β , **(γ)** γ

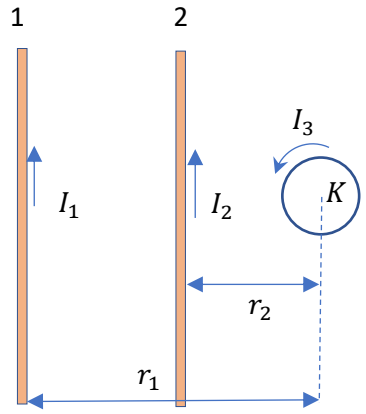
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο κατακόρυφοι ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκος διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα με εντάσεις I_1 και $I_2 = 2I_1$. Απέχουν αποστάσεις $r_1 = 6r$ και $r_2 = 3r$ αντίστοιχα από το κέντρο κατακόρυφου κυκλικού ομοεπίπεδου αγωγού ακτίνας r που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I_3 = I_1/\pi$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι



(α) $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$, **(β)** $\frac{4\mu_0 I_1}{6\pi r}$, **(γ)** $\frac{\mu_0 I_1}{12\pi r}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κλείνοντας τον διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα αρχίζει να αυξάνεται (από μηδενική αρχική τιμή). Αυτό αυξάνει τη μαγνητική ροή διαμέσου του πηνίου. Έτσι, επάγεται ΗΕΔ στο πηνίο λόγω του νόμου Faraday. (2 μονάδες)

Λόγω του κανόνα Lenz, η πολικότητα της επαγόμενης ΗΕΔ θα είναι τέτοια ώστε να αντιτίθεται στο αίτιο που την προκάλεσε, άρα θα είναι αντίθετη από την πολικότητα της πηγής: η πηγή έχει τον θετικό πόλο αριστερά και προκαλεί ρεύμα φοράς ίδιας με αυτή των δεικτών του ρολογιού, ενώ η επαγόμενη ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}$ στο πηνίο έχει τον θετικό πόλο επίσης αριστερά και θα προκαλούσε την εμφάνιση ρεύματος φοράς αντίθετης των δεικτών του ρολογιού. (4 μονάδες)

Η ένταση του ρεύματος θα είναι $I = \frac{\mathcal{E}-\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{20\,V-\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{10\,\Omega} < 2$. Όσο αυξάνεται ο χρόνος, ο ρυθμός μεταβολής της έντασης θα μειώνεται και τελικά η ένταση θα φτάσει σε μέγιστη τιμή (στην τιμή $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{o\lambda}} = \frac{20\,V}{10\,\Omega} = 2\,A$) (2 μονάδες)

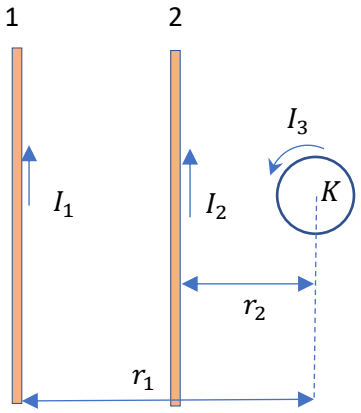
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Στο σημείο Κ υπάρχουν 3 συνεισφορές στην ένταση του μαγνητικού πεδίου:

1. Η ένταση λόγω του αγωγού 1, η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τα μέσα, δηλαδή από τον αναγνώστη προς την σελίδα, (από τον κανόνα του δεξιού χεριού) με μέτρο:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 6r}$$

όπου θεωρήσαμε την φορά προς τα μέσα ως θετική.

2. Η ένταση λόγω του αγωγού 2, η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα (από τον κανόνα του δεξιού χεριού) με μέτρο:
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 2I_1}{2\pi 3r}$$
3. Η ένταση λόγω του αγωγού 3, η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα έξω (από τον κανόνα του δεξιού χεριού) με μέτρο:
$$B_3 = -\frac{\mu_0 I_3}{2r} = -\frac{\mu_0 I_1/\pi}{2r}$$

(2+2+2 μονάδες)

Η ένταση στο σημείο Κ προκύπτει συνδυάζοντας αλγεβρικά τις 3 προηγούμενες τιμές:

$$B_K = B_1 + B_2 - B_3 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 6r} + \frac{\mu_0 2I_1}{2\pi 3r} - \frac{\frac{\mu_0 I_1}{\pi}}{2r} =$$
$$= \frac{\mu_0 I_1}{12\pi r} + \frac{\mu_0 I_1}{3\pi r} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1 + 4\mu_0 I_1 - 6\mu_0 I_1}{12\pi r} = -\frac{\mu_0 I_1}{12\pi r}$$

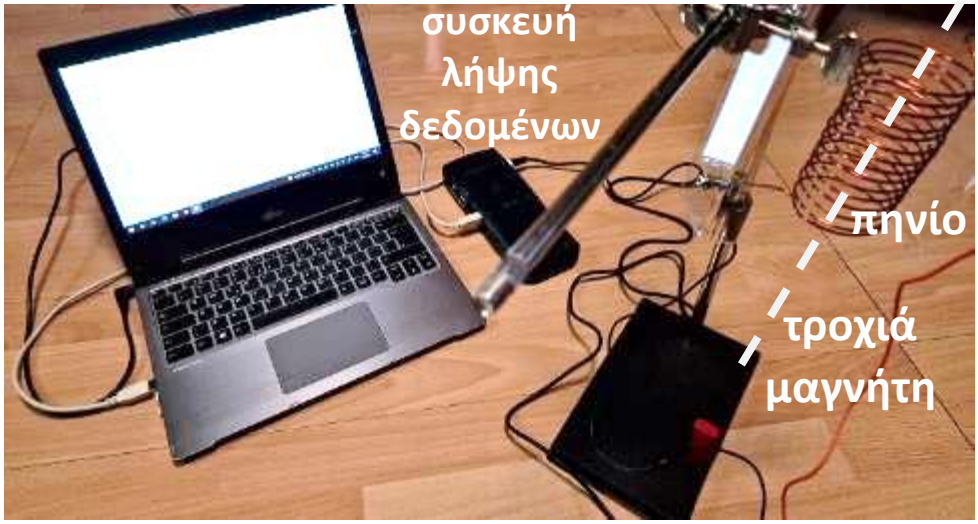
(3 μονάδες)

Το αρνητικό πρόσημο καταδεικνύει ότι η φορά της συνισταμένης έντασης είναι προς τα έξω.

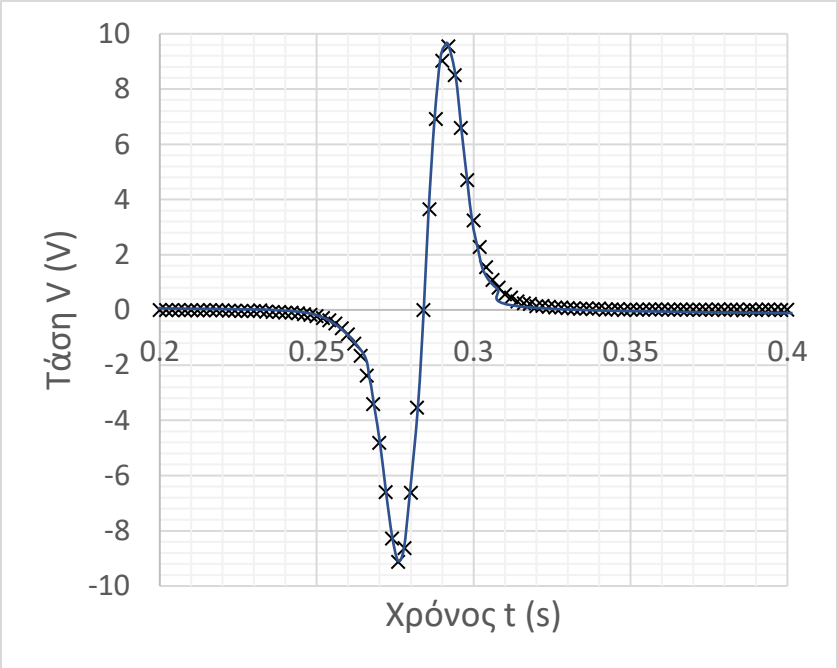
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μαγνήτης αφήνεται από κάποιο ύψος να πέσει ελεύθερα διαμέσου πηνίου το οποίο, με τη βοήθεια ορθοστάτη, είναι στερεωμένο κατακόρυφα. Μέσω συσκευής λήψης δεδομένων και αισθητήρα τάσης, στην οθόνη του υπολογιστή σχηματίζεται γραφική παράσταση της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του πηνίου, σε σχέση με τον χρόνο, για το χρονικό διάστημα πτώσης του μαγνήτη.



Το διάγραμμα εμφανίζεται δεξιά.



Παρατηρούμε πως

1. Το διάγραμμα έχει αρχικά μη μηδενικές τιμές (αρνητικές) μεταξύ, περίπου, $0{,}240\,s$ και $0{,}285\,s$ (δηλαδή **για χρονικό διάστημα $\mathbf{0{,}045\,s}$**) και έπειτα μη μηδενικές (θετικές) τιμές μεταξύ $0{,}285\,s$ και $0{,}320\,s$ (δηλαδή **για μικρότερο χρονικό διάστημα $\mathbf{0{,}035\,s}$**).

2. Σε απόλυτη τιμή, το μέγεθος του μέγιστου στις θετικές τιμές είναι μεγαλύτερο από το μέγεθος του ελάχιστου στις αρνητικές τιμές.

Η **αιτία** για αυτές τις **δύο συγκεκριμένες διαφορές** (διαφορά ανάμεσα στα χρονικά διαστήματα και διαφορά στα μέγιστα) ανάμεσα στις θετικές και αρνητικές τιμές είναι πως:

(α) η ταχύτητα του μαγνήτη κατά την έξοδό του από το πηνίο είναι μεγαλύτερη από ότι κατά την είσοδό του σε αυτό.

(β) ο κανόνας του Lenz υπαγορεύει πως ο μαγνήτης πρέπει να δυσκολευτεί τόσο κατά την είσοδο, όσο και κατά την έξοδό του από το πηνίο.

(γ) το πηνίο αποθηκεύει προσωρινά περισσότερη ενέργεια μαγνητικού πεδίου κατά την είσοδο του μαγνήτη παρά κατά την έξοδό του.

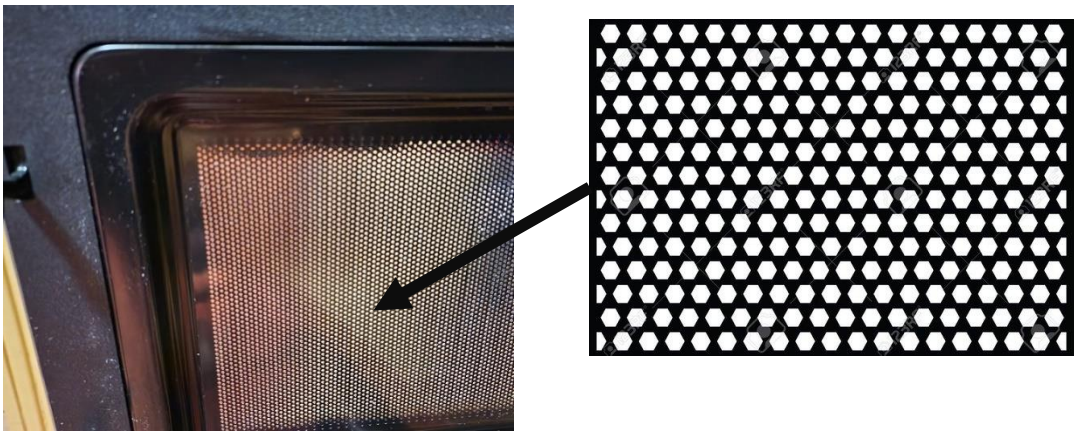
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα οποιοδήποτε ηλεκτρομαγνητικό κύμα δεν μπορεί να περάσει από κάποιο άνοιγμα (όπως μία τρύπα) αν το τελευταίο είναι αισθητά μικρότερο από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Ένας τυπικός φούρνος μικροκυμάτων χρησιμοποιεί ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συχνότητας $2{,}45\ GHz$.



Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη ανοιγμάτων στην πόρτα του φούρνου μικροκυμάτων επιτρέπει να δούμε στο εσωτερικό του φούρνου, αλλά δεν επιτρέπει σε μικροκύματα να περάσουν από τον φούρνο προς τα έξω (στην πραγματικότητα, πρόκειται για απαίτηση ασφαλείας από τους κατασκευαστές των φούρνων μικροκυμάτων);

(α) $200\ nm$, **(β)** $2\ mm$, **(γ)** $20\ cm$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Καθώς ο μαγνήτης περνάει πέφτοντας μέσα από το πηνίο, η μαγνητική ροή διαμέσου του πηνίου μεταβάλλεται.

Λόγω του νόμου Faraday επάγεται ΗΕΔ στο πηνίο, την οποία μετράει η συσκευή λήψης δεδομένων.

Ο μαγνήτης καθώς πέφτει επιταχύνεται με επιτάχυνση $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg - F_{\mu\alpha\gamma\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}}}{m}$, εφόσον δέχεται δύο δυνάμεις: το βάρος του προς τα κάτω και τη μαγνητική δύναμη προς τα επάνω. Η μαγνητική δύναμη είναι διαρκώς προς τα επάνω λόγω του κανόνα Lenz. Παρότι η επιτάχυνση είναι μικρότερη από g, ο μαγνήτης διαρκώς επιταχύνεται. (2 μονάδες)

Αφού ο μαγνήτης επιταχύνεται, βγαίνοντας από το πηνίο θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από ότι μπαίνοντας σε αυτό, άρα θα χρειαστεί μικρότερο χρονικό διάστημα για να βγει από το πηνίο από ότι χρειάστηκε για να μπει σε αυτό. Έτσι εξηγείται η διαφορά στα χρονικά διαστήματα. (2 μονάδες)

Η ΗΕΔ από επαγωγή δίνεται από τον νόμο του Faraday, με βάση των οποίο είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής (2 μονάδες):

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα με την οποία κινείται ο μαγνήτης, τόσο μεγαλύτερος θα είναι ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής, άρα τόσο μεγαλύτερες και οι τιμές της ΗΕΔ. Επειδή κατά την έξοδο η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη, θα είναι μεγαλύτερες και οι τιμές της ΗΕΔ, και έτσι εξηγείται η διαφορά στα μέγιστα. (2 μονάδες)

(Σημείωση: Καθώς ο μαγνήτης μπαίνει στο πηνίο η επαγόμενη ΗΕΔ έχει τέτοια πολικότητα ώστε το μαγνητικό πεδίο του πηνίου να έχει αντίθετη φορά από αυτήν του μαγνητικού πεδίου του μαγνήτη (μέσω κανόνα Lenz). Καθώς ο μαγνήτης βγαίνει από το πηνίο η επαγόμενη ΗΕΔ έχει

τέτοια πολικότητα ώστε το μαγνητικό πεδίο του πηνίου να έχει ίδια φορά με αυτήν του μαγνητικού πεδίου του μαγνήτη (μέσω κανόνα Lenz). Αυτή η διαφορά εξηγεί το ότι αρχικά έχουμε αρνητικές και έπειτα θετικές τιμές της ΗΕΔ αλλά όχι τη διαφορά στα χρονικά διαστήματα ή τα μέγιστα που είναι το ζητούμενο.)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Με βάση τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία του φούρνου μικροκυμάτων:

$$c = f\lambda \Longrightarrow 3{,}00 \times 10^8\ m/s = (2{,}45 \times 10^9\ Hz)\lambda \Leftrightarrow \lambda = 0{,}122\ m$$

(2 μονάδες)

Με βάση την εκφώνηση, θα πρέπει το μέγεθος των ανοιγμάτων να είναι αρκετά μικρότερο από $0{,}122\ m$ ώστε να μην μπορούν τα μικροκύματα να περάσουν από τα ανοίγματα, συνεπώς αποκλείεται η σωστή απάντηση να είναι η (γ). (3 μονάδες)

Για να μπορούμε να δούμε στο εσωτερικό του φούρνου μικροκυμάτων θα πρέπει τα ανοίγματα να επιτρέπουν να περνάει ορατή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Τα μήκη κύματος αυτής είναι μεταξύ, περίπου, $400\ nm$ και $700\ nm$. (2 μονάδες)

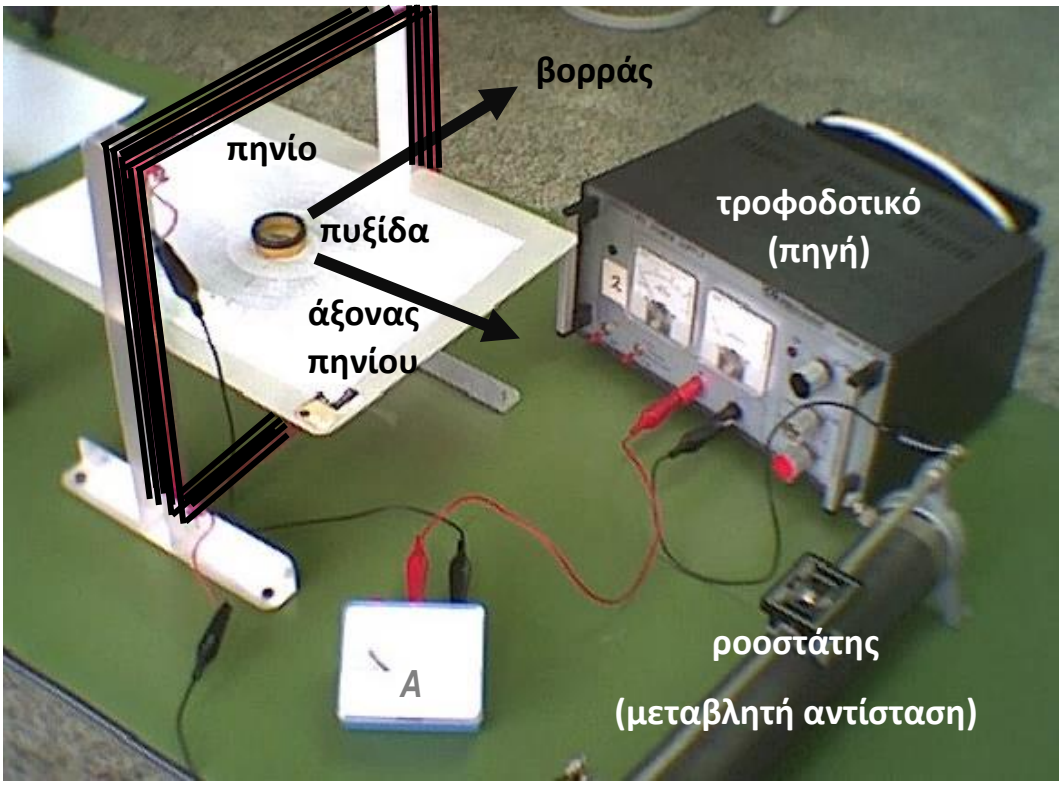
Αυτό σημαίνει πως η ορατή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία θα δυσκολευτεί να περάσει από ανοίγματα μεγέθους $200\ nm$ (η απάντηση (α)), αλλά περνάει άνετα από ανοίγματα μεγέθους $2\ mm$ (άρα σωστή είναι η απάντηση (β)).

Μονάδες 9

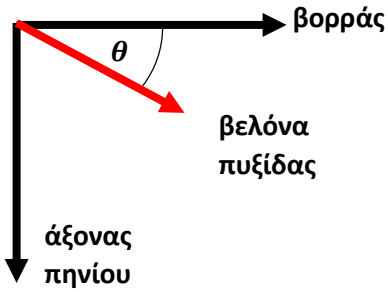
ΘΕΜΑ 2

2.1. Στην παρακάτω πειραματική διάταξη, στο κέντρο του πηνίου το μαγνητικό πεδίο δίνεται κατά προσέγγιση από τον τύπο για το κέντρο κυκλικού αγωγού, ενώ ο άξονας του πηνίου είναι κάθετος στον άξονα γεωγραφικού βορρά-νότου.

Όταν ο διακόπτης του τροφοδοτικού είναι ανοιχτός (δεν περνάει ρεύμα από το κύκλωμα) η πυξίδα δείχνει προς τον γεωγραφικό βορρά (0°) με πολύ καλή προσέγγιση.



Κλείνοντας τον διακόπτη και αλλάζοντας την αντίσταση του κυκλώματος (μέσω του ροοστάτη) η βελόνα της πυξίδας αλλάζει κατεύθυνση, σχηματίζοντας γωνία θ με την κατεύθυνση του βορρά. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου της Γης θα είναι ίση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου (στο κέντρο) του πηνίου όταν η γωνία θ είναι ίση με



(α) 0° , **(β)** 45° , **(γ)** 90°

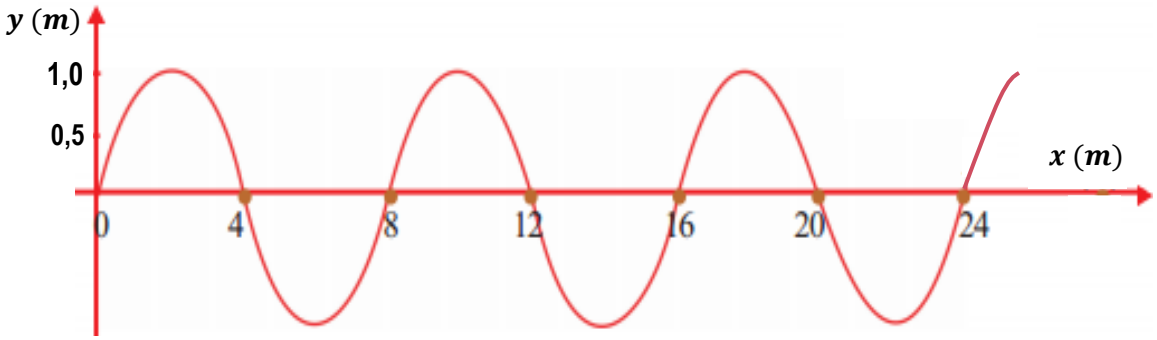
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η περίοδος εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται σε ελαστικό μέσο είναι $2\,s$ ενώ ένα στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται παρακάτω:



Η μέση ταχύτητα κίνησης ενός σωματιδίου του ελαστικού μέσου κατά την κίνησή του στη διάρκεια μίας περιόδου είναι

(α) $2\,m/s$, **(β)** $4\,m/s$, **(γ)** $8\,m/s$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

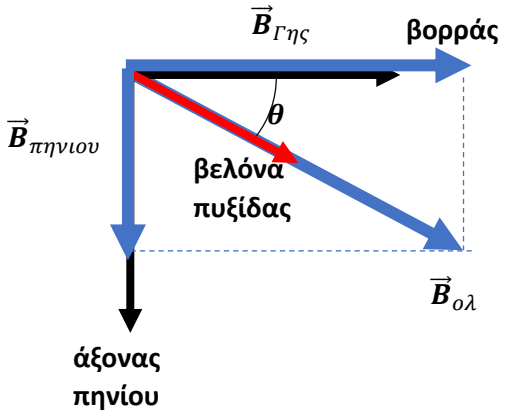
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_{Γης}$ της Γης είναι στην κατεύθυνση του γεωγραφικού βορρά. (2 μονάδες)

Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_{πηνιου}$ του πηνίου είναι κατά μήκος του άξονα του πηνίου (μπορεί να έχει τη φορά που φαίνεται στο σχήμα της εκφώνησης, ή την αντίθετη, ανάλογα με τη φορά του ρεύματος). (2 μονάδες)

Η βελόνα της πυξίδας θα έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης έντασης. (2 μονάδες)

Όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου της Γης γίνει ίση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, τα δύο διανύσματα $\vec{B}_{Γης}$ και $\vec{B}_{πηνιου}$ της έντασης θα είναι ίσα, και επειδή είναι κάθετα, το διάνυσμα $\vec{B}_{ολ}$ θα σχηματίζει γωνία 45° με το καθένα. Συνεπώς $\theta = 45^o$. (2 μονάδες)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κάθε σωματίδιο του ελαστικού μέσου εκτελεί ΑΑΤ κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A = 1{,}0\ m$ όπως φαίνεται από το διάγραμμα.

Στη διάρκεια μίας πλήρους ταλάντωσης το σωματίδιο θα διανύσει διάστημα ίσο με 4 πλάτη, δηλαδή $s = 4 \times 1{,}0 = 4{,}0\ m$

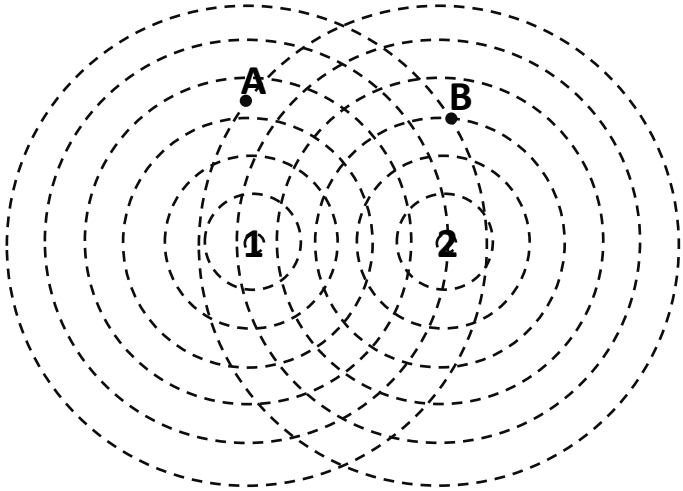
Η μέση ταχύτητα στη διάρκεια μιας περιόδου είναι

$$\bar{v} = \frac{s}{T} = \frac{4{,}0\ m}{2\ s} = 2\ m/s$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στην επιφάνεια νερού υπάρχουν δύο σύμφωνες πηγές 1 και 2 οι οποίες δημιουργούν επιφανειακά κύματα. Το σημείο Α βρίσκεται στο μέσο της απόστασης ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύκλους με κέντρο την πηγή 1 (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Στα σημεία Α και Β, το πλάτος του κύματος που είναι αποτέλεσμα της συμβολής θα είναι αντίστοιχα

(α) μέγιστο και ελάχιστο , **(β)** μέγιστο και μέγιστο , **(γ)** ελάχιστο και μέγιστο

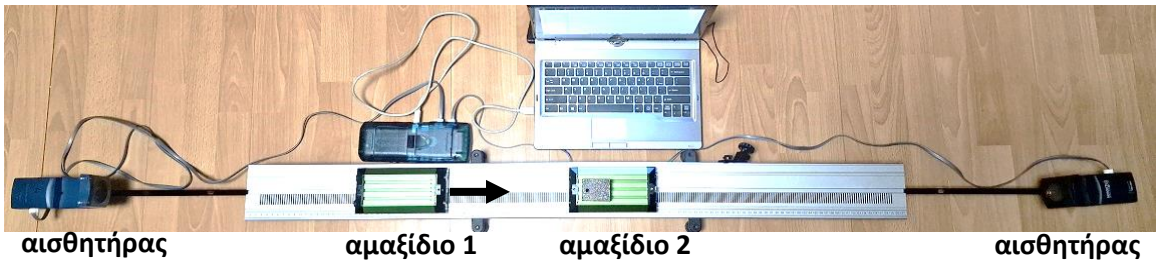
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

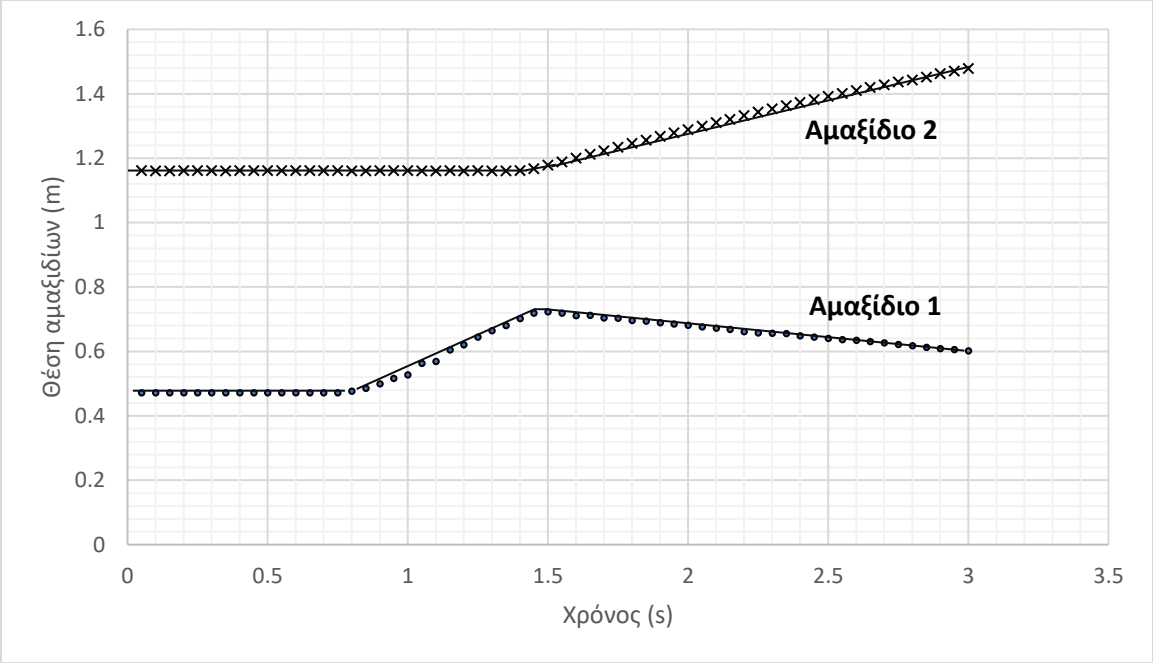
2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Εργαστηριακό αμαξίδιο (1) κινείται προς δεύτερο εργαστηριακό αμαξίδιο (2) και συγκρούεται με αυτό. Τα αμαξίδια βρίσκονται σε αεροτράπεζα και κινούνται σε ευθύγραμμη τροχιά στα άκρα της οποίας έχουν τοποθετηθεί αισθητήρες κίνησης, συνδεδεμένοι σε υπολογιστή, ώστε να υπολογίζεται η θέση κάθε αμαξιδίου σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Με τη βοήθεια των μετρήσεων από τους αισθητήρες, σχεδιάστηκε το παρακάτω διάγραμμα.



Το πηλίκο m_1/m_2 των μαζών των δύο αμαξιδίων είναι πιο κοντά στην τιμή

(α) 1 , **(β)** $0{,}5$, **(γ)** $0{,}2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εξ ορισμού, η απόσταση ανάμεσα σε δύο μέτωπα κύματος (κύκλοι στο σχήμα) είναι ίση με ένα μήκος κύματος. Το σημείο Α απέχει από τις πηγές 1 και 2 αντίστοιχα αποστάσεις $3{,}5\lambda$ και 6 αντίστοιχα. (2 μονάδες)

Αυτό σημαίνει πως η διαφορά των αποστάσεων είναι $6\lambda - 3{,}5\lambda = 2{,}5\lambda$ άρα τα κύματα από τις 2 πηγές θα φτάσουν στο σημείο Α με διαφορά φάσης π. Αυτό σημαίνει ότι στο σημείο Α θα υπάρχει αποσβετική συμβολή, δηλαδή ελάχιστο πλάτος. (2 μονάδες)

Το σημείο Β απέχει από τις πηγές 1 και 2 αντίστοιχα αποστάσεις 6λ και 3λ αντίστοιχα. (2 μονάδες)

Αυτό σημαίνει πως η διαφορά των αποστάσεων είναι $6\lambda - 3\lambda = 3\lambda$ άρα τα κύματα από τις 2 πηγές θα φτάσουν στο σημείο Β με διαφορά φάσης 0. Αυτό σημαίνει ότι στο σημείο Β θα υπάρχει ενισχυτική συμβολή, δηλαδή μέγιστο πλάτος. (2 μονάδες)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα είναι ίση με την κλίση στο διάγραμμα θέσης-χρόνου. (1 μονάδα)

Οι ταχύτητες του αμαξιδίου 1 πριν και μετά την κρούση είναι αντίστοιχα: (2 μονάδες)

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cong \frac{0.72-0.48}{1{,}45-0{,}80} m/s = 0{,}32\ m/s \text{ και } v_1{}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cong \frac{0.60-0.72}{3{,}00-1{,}45} m/s = -0{,}077\ m/s$$

Οι ταχύτητες του αμαξιδίου 2 πριν και μετά την κρούση είναι αντίστοιχα: (2 μονάδες)

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0\ m/s \text{ και } v_2{}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1{,}48-1.16}{3{,}00-1{,}45} m/s = 0{,}21\ m/s$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης ορμής κατά την κρούση (θεωρώντας μονωμένο το σύστημα των δύο αμαξιδίων): (4 μονάδες)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow m_1 v_1 - m_1 v_1' = m_2 v_2' - m_2 v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2' - v_2}{v_1 - v_1'} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{0{,}21 - 0}{0{,}32 + 0{,}08} \Rightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} \cong 0{,}5$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Πριν την εισαγωγή της κβαντικής θεωρίας, ένα από τα χαρακτηριστικά του φωτοηλεκτρικού φαινομένου που ήταν αδύνατο να εξηγηθεί ήταν το ελάχιστο χρονικό διάστημα ανάμεσα στην έναρξη φωτισμού του μετάλλου και στην εκπομπή των πρώτων φωτοηλεκτρονίων.

Έστω μεταλλική επιφάνεια που έχει εμβαδόν $40{,}0\ cm^2$, είναι φτιαγμένη από χαλκό, και φωτίζεται από λάμπα, ώστε στην επιφάνεια να προσπίπτει φως έντασης $0{,}280\ W/m^2$. Ο χαλκός έχει έργο εξαγωγής $7{,}52 \times 10^{-19}\ J$, ενώ στην επιφάνειά του υπάρχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια κατά μέσο όρο σε απόσταση $2{,}30 \times 10^{-10}\ m$ το ένα από το άλλο.

Θα εκτιμήσουμε πρώτα τον χρόνο που θα χρειαζόταν για να ξεκινήσει η εκπομπή φωτοηλεκτρονίων από την επιφάνεια του μετάλλου, αν ίσχυε η κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία.

4.1. Να υπολογίσετε τη συνολική ισχύ που πέφτει στη μεταλλική επιφάνεια.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την ισχύ του προσπίπτοντος φωτός που αντιστοιχεί κατά μέσο όρο σε κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο της επιφάνειας.

Μονάδες 7

4.3. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων ερωτημάτων, να υπολογίσετε τον μέσο χρόνο που θα χρειαζόταν ένα ηλεκτρόνιο για να εκπεμφθεί από τη μεταλλική επιφάνεια, αν ίσχυε η κυματική θεωρία.

Μονάδες 7

Στην πραγματικότητα, η εκπομπή των φωτοηλεκτρονίων αρχίζει σχεδόν ακαριαία με την πρόσπτωση του φωτός στη χάλκινη επιφάνεια, αρκεί η συχνότητα του φωτός να είναι πάνω από μία συγκεκριμένη τιμή. Αυτό σημαίνει πως η πρόβλεψη του προηγούμενου ερωτήματος δεν ισχύει.

4.4. Εξηγήστε με ποιον τρόπο η σωματιδιακή θεωρία αιτιολογεί τη σχεδόν ακαριαία εκπομπή φωτοηλεκτρονίων.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Η ένταση του φωτός είναι $0{,}280\ W/m^2$ ενώ το εμβαδόν της επιφάνειας είναι $40{,}0\ cm^2 = 40{,}0 \times 10^{-4}\ m^2$. Αυτό σημαίνει πως η συνολική ισχύς στην επιφάνεια θα είναι

$$0{,}280 \frac{W}{m^2} \times 40{,}0 \times 10^{-4}\ m^2 = 1{,}12 \times 10^{-3}\ W$$

Μονάδες 5

4.2.

Κατά μέσο όρο σε κάθε ηλεκτρόνιο αντιστοιχεί εμβαδόν ίσο με $(2{,}30 \times 10^{-10}\ m) \times (2{,}30 \times 10^{-10}\ m) = 5{,}29 \times 10^{-20}\ m^2$

Το πλήθος των ηλεκτρονίων στην επιφάνεια θα είναι

$$\frac{Εμβαδόν}{5{,}29 \times 10^{-20}\ m^2} = \frac{40{,}0 \times 10^{-4}\ m^2}{5{,}29 \times 10^{-20}\ m^2} = 7{,}56 \times 10^{16}\ \text{ηλεκτρόνια}$$

Κατά μέσο όρο σε κάθε ηλεκτρόνιο θα αντιστοιχεί ισχύς

$$\frac{1{,}12 \times 10^{-3}\ W}{7{,}56 \times 10^{16}\ \text{ηλεκτρόνια}} = 1{,}48 \times 10^{-20}\ W$$

Μονάδες 7

4.3.

Για να εκπεμφθεί ένα ηλεκτρόνιο, θα πρέπει να απορροφήσει ενέργεια τουλάχιστον ίση με το έργο εξαγωγής. Με βάση την κυματική θεωρία το φως εκπέμπεται και απορροφάται κατά συνεχή τρόπο. Υποθέτοντας πως τα ηλεκτρόνια απορροφούν κατά μέσο όρο ενέργεια με τον ρυθμό που υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα η εκπομπή θα γίνεται σε χρονικό διάστημα Δt για το οποίο ισχύει:

$$7{,}52 \times 10^{-19}\ J = (1.48 \times 10^{-20}\ W)\Delta t$$

$$\Delta t = 50{,}8\ s$$

Το διάστημα αυτό σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί ακαριαίο.

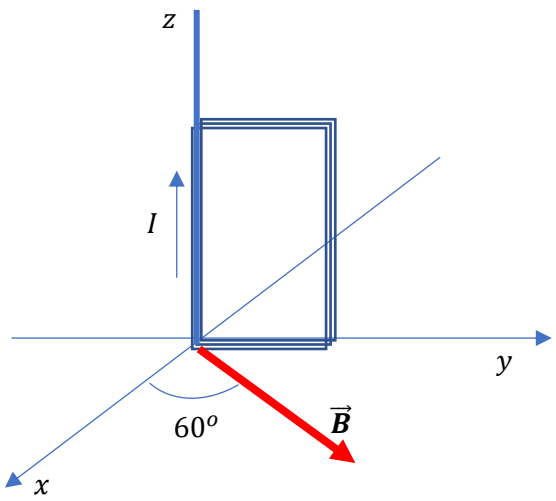
Μονάδες 7

4.4. Με βάση τη σωματιδιακή θεωρία του φωτός, το φως ούτε εκπέμπεται ούτε απορροφάται συνεχώς, αλλά σε πακέτα ενέργειας που ονομάζονται φωτόνια. Για να εκπεμφθεί ένα ηλεκτρόνιο δεν χρειάζεται να συγκεντρώσει σταδιακά την απαιτούμενη ενέργεια (έργο εξαγωγής), άρα δεν απαιτείται να περάσει μεγάλο χρονικό διάστημα. Αρκεί να απορροφήσει ένα μόνο φωτόνιο (κατάλληλης ενέργειας). Κάποια ηλεκτρόνια θα απορροφήσουν τα πρώτα φωτόνια που θα πέσουν στην επιφάνεια και θα εκπεμφθούν άμεσα.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Στο σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο το οποίο έχει 10 σπείρες, διαστάσεις $10\,cm \times 20\,cm$ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 0{,}2\,A$, ενώ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 0{,}5\,T$. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα x όπως στο σχήμα. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα z (αριστερή κατακόρυφη πλευρά του πλαισίου). Στην άσκηση αυτή θα υπολογίσετε τη ροπή που ασκείται στο πλαίσιο γύρω από τον άξονα περιστροφής.



4.1. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις οριζόντιες πλευρές του πλαισίου.

Μονάδες 6

4.2. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις κατακόρυφες πλευρές του πλαισίου.

Μονάδες 8

4.3. Να προσδιορίσετε τη συνισταμένη ροπή στο πλαίσιο.

Μονάδες 6

4.4. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του πλαισίου και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Η δύναμη Laplace σε ευθύγραμμο αγωγό έχει μέτρο $F_L = BIL\eta\mu\theta$ όπου θ η γωνία ανάμεσα στον αγωγό και στο διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η οριζόντια πλευρά του πλαισίου σχηματίζει γωνία 30° με το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου, έχει $L = 10\ cm$ και αποτελείται από $N = 10$ αγωγούς.

$$F_{L,o\rho} = NBIL\eta\mu\theta = 10(0{,}5\ T)(0{,}2\ A)(0{,}1\ m)\eta\mu 30^o = 0{,}05\ N$$

Η κατεύθυνση της δύναμης αυτής θα είναι προς τα αρνητικά του άξονα z για την επάνω οριζόντια πλευρά και προς τα θετικά του άξονα z για την κάτω οριζόντια πλευρά (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

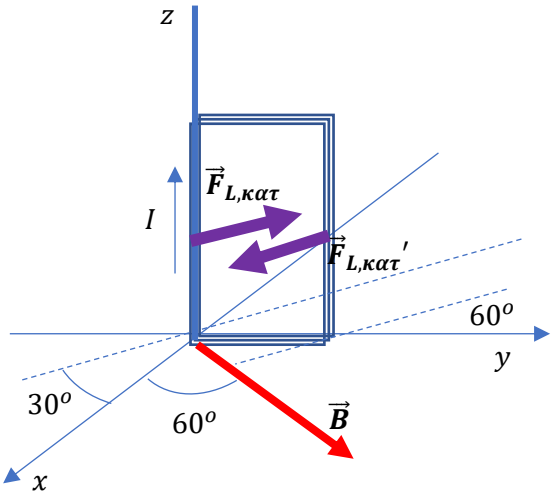
Μονάδες 6

4.2.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η κατακόρυφη πλευρά σχηματίζει γωνία 90° με το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου, έχει $L' = 20\ cm$ και αποτελείται από $N = 10$ αγωγούς.

$$F_{L,\kappa\alpha\tau} = NBIL'\eta\mu\theta = 10(0{,}5\ T)(0{,}2\ A)(0{,}2\ m)\eta\mu 90^o = 0{,}2\ N$$

Η διεύθυνση της δύναμης αυτής θα είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου και τον κατακόρυφο αγωγό. Η κατεύθυνσή της φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη στην αριστερή κατακόρυφη πλευρά θα σχηματίζει γωνία 30° με τα αρνητικά του άξονα x ενώ αυτή στην δεξιά κατακόρυφη πλευρά σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα y.



Μονάδες 8

4.3.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στην επάνω και κάτω πλευρά έχουν μηδενική ροπή γιατί είναι παράλληλες στον άξονα περιστροφής.

Η δύναμη στην αριστερή κατακόρυφη πλευρά έχει μηδενική ροπή αφού ασκείται στον ίδιο τον άξονα περιστροφής, ο οποίος ταυτίζεται με την αριστερή κατακόρυφη πλευρά.

Η ροπή της δύναμης στη δεξιά κατακόρυφη πλευρά είναι $\tau = F_{L,\kappa\alpha\tau} L\eta\mu\varphi = (0{,}2\ N)(0{,}1\ m)\eta\mu 60 = 0{,}01\sqrt{3}\ Nm = \Sigma\tau$

Η κατεύθυνση της ροπής είναι προς τα αρνητικά του άξονα z.

Μονάδες 6

4.4.

Ο σταθερός άξονας εμποδίζει τη μεταφορική κίνηση του πλαισίου, άρα η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

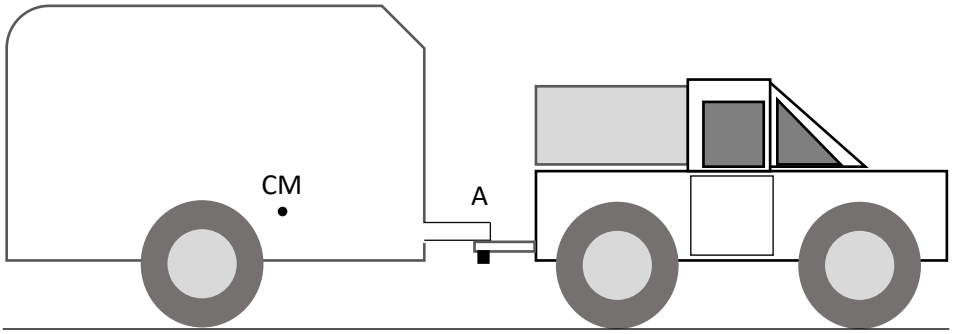
Η συνισταμένη ροπή είναι σταθερή, διάφορη του μηδενός.

Αυτό σημαίνει πως το πλαίσιο θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από τον κατακόρυφο άξονα, με γωνιακή ταχύτητα η οποία δεν είναι σταθερή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Αυτοκίνητο μεταφέρει ένα ρυμουλκούμενο τροχόσπιτο, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Το αυτοκίνητο και το τροχόσπιτο συνδέονται στο σημείο Α, όπου η ρυμούλκα (το κομμάτι που εξέχει από το τροχόσπιτο προς τα εμπρός) συνδέεται με τον κοτσαδόρο (το κομμάτι που εξέχει από το αυτοκίνητο προς τα πίσω). Το κέντρο μάζας του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι σημειωμένο στο σχήμα. Το σχήμα είναι **σχεδιασμένο υπό κλίμακα**. Με βάση τις προδιαγραφές, η κατακόρυφη δύναμη στο σημείο Α πρέπει να είναι μεταξύ $1500\,N$ και $12000\,N$. Η μάζα του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι $3.500\,kg$.



4.1. Στο φύλλο απαντήσεων να σχεδιάσετε ένα απλό αντίγραφο του σχήματος και να σχεδιάσετε τις κατακόρυφες δυνάμεις που ασκούνται στο τροχόσπιτο.

Μονάδες 5

4.2. Να γράψετε τις εξισώσεις που πρέπει να ικανοποιούν οι κατακόρυφες δυνάμεις του ερωτήματος 4.1 κατά την ευθύγραμμη, οριζόντια κίνηση του συστήματος αυτοκινήτου-τροχόσπιτου.

Μονάδες 6

4.3. Να εξηγήσετε τι κίνδυνος υπάρχει αν το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στο σημείο Α ξεπερνάει το άνω όριο των προδιαγραφών, και να εξετάσετε αν η δύναμη που ασκείται στο σημείο Α είναι ανάμεσα στα όρια που ορίζουν οι προδιαγραφές.

Μονάδες 7

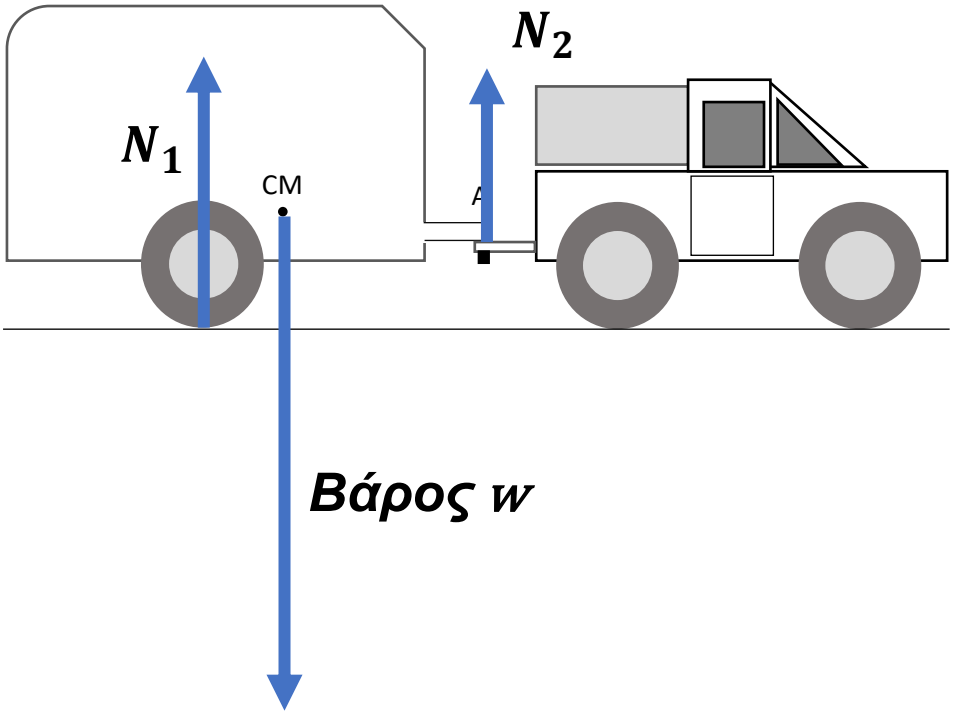
4.4. Θέλουμε το τροχόσπιτο να κουβαλήσει επιπλέον φορτίο $700\,kg$. Εξηγήστε τι θα συμβεί στην κατακόρυφη δύναμη στο σημείο Α αν το τοποθετήσουμε στο μπροστινό μέρος του τροχόσπιτου.

Μονάδες 7

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών που θα χρειαστείτε, να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που θα σας δοθεί.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Οι δυνάμεις στις σωστές θέσεις και κατευθύνσεις (3 μονάδες)

Χρειάζεται τα μήκη να είναι κάπως ανάλογα με τα μέτρα των δυνάμεων: Το N_2 είναι μικρότερο από το N_1, ενώ το βάρος είναι περίπου ίσο σε μήκος (μέτρο) με το άθροισμα των άλλων δύο. (2 μονάδες)

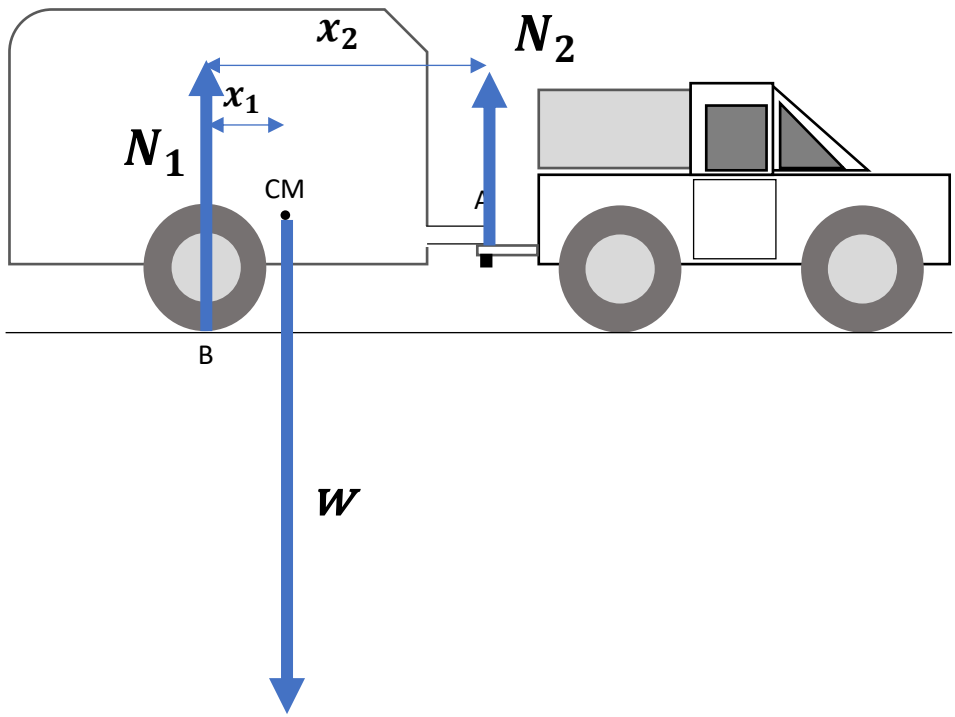
Εναλλακτικά, στη θέση της N_1 μπορεί να εμφανίζονται δύο δυνάμεις (η αντίδραση στη ρόδα που φαίνεται στο σχήμα και η αντίδραση στη ρόδα που βρίσκεται από πίσω) με αντίστοιχη προσαρμογή των μηκών.

Μονάδες 5

4.2. Αφού το σύστημα κινείται ευθύγραμμα ομαλά, πρέπει να υπάρχει μεταφορική ισορροπία:

$$N_1 + N_2 = w$$

Για τον ίδιο λόγο πρέπει να υπάρχει και στροφική ισορροπία:



Υπολογίζοντας τις ροπές ως προς το σημείο Β:

$$wx_1 = N_2x_2$$

Εναλλακτικά μπορούν να γραφούν συνθήκες στροφικής ισορροπίας ως προς άλλα σημεία (πχ το κέντρο μάζας CM ή το σημείο Α).

Μονάδες 6

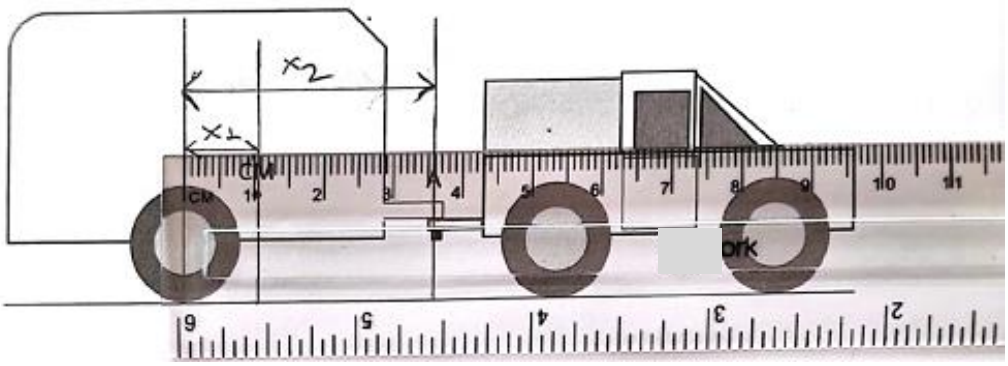
4.3. Αν η N_2 είναι μεγαλύτερη από $12000\ N$, η δύναμη από το τροχόσπιτο στο σημείο Α (αντίδραση της N_2) ο κοτσαδόρος μπορεί να σπάσει.

Η απαίτηση στροφικής ισορροπίας είναι η

$$wx_1 = N_2x_2$$

όπου $w = mg = (3500\ kg)\left(9{,}80\,\frac{m}{s^2}\right) = 34300\ N$

Οι αποστάσεις x_1 και x_2 είναι άγνωστες, αλλά εφόσον το σχήμα είναι υπό κλίμακα, θα είναι ανάλογες με αυτές που μπορούν να μετρηθούν στο σχήμα. Μετρώντας με υποδεκάμετρο, προκύπτει περίπου $x_1 = 1{,}1\ cm$ και $x_2 = 3{,}6\ cm$ (υπάρχει περίπτωση, ανάλογα με την εκτύπωση να προκύψουν διαφορετικές τιμές, αλλά αυτό που μετράει είναι μόνο ο λόγος τους).



$$wx_1 = N_2 x_2$$

$$(34300\ N)(1{,}1\ cm) = N_2(3{,}6\ cm)$$

$$N_2 \cong 10.500\ N$$

Συνεπώς η δύναμη είναι ανάμεσα στα όρια των προδιαγραφών.

Μονάδες 7

4.4. Με βάση τη συνθήκη στροφικής ισορροπίας

$$wx_1 = N_2 x_2$$

ή

$$N_2 = \frac{wx_1}{x_2}$$

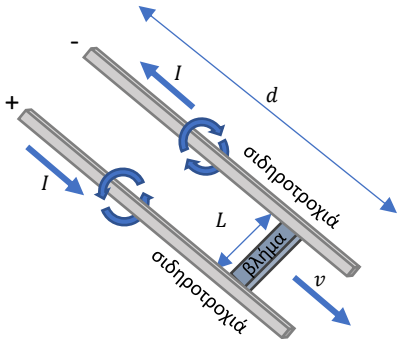
Αν το επιπλέον φορτίο τοποθετηθεί στο μπροστινό μέρος , **<u>οπωσδήποτε</u>** η N_2 θα αυξηθεί με κίνδυνο να ξεπεράσει το όριο των $12000\ N$ γιατί θα συμβούν τα εξής:

- Το κέντρο μάζας θα μετατοπιστεί σίγουρα προς τα εμπρός . Συνεπώς το x_1 θα αυξηθεί.
- Επιπλέον, το w θα αυξηθεί.
- Το x_2 είναι σταθερό.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τα ηλεκτρομαγνητικά όπλα σταθερής τροχιάς (railgun) μπορούν να εκτοξεύσουν βλήματα με υπερβολικά μεγάλη ταχύτητα, επιταχύνοντάς τα με τη βοήθεια μαγνητικής δύναμης Laplace. Σε ένα τυπικό τέτοιο όπλο το μήκος των σιδηροτροχιών κατά μήκος των οποίων το βλήμα επιταχύνεται είναι $d = 6{,}0\ m$. Το κύκλωμα κλείνει μέσω του ίδιου του βλήματος. Όταν το βλήμα φτάσει στην άκρη των σιδηροτροχιών, εκτοξεύεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή. Ας υποθέσουμε πως η ταχύτητα με την οποία θα εκτοξευτεί το βλήμα είναι $3000\ m/s$ και πως το βλήμα έχει μάζα $100\ kg$, ενώ το μήκος του είναι $L = 0{,}50\ m$. Υποθέτουμε πως οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέο πάχος.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που έχει κατά μέσο όρο το βλήμα και τη συνισταμένη δύναμη η οποία του ασκείται για όσο βρίσκεται ανάμεσα στις σιδηροτροχιές.

Μονάδες 6

4.2. Αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή και υποθέτοντας πως η μόνη δύναμη που επιταχύνει το βλήμα είναι η μαγνητική δύναμη Laplace, να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές είναι περίπου σταθερή και ίση με την ένταση στο μέσο της απόστασης ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές.

Μονάδες 7

4.3. Αν οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέα αντίσταση, ενώ η αντίσταση του υπόλοιπου κυκλώματος είναι $10\ \Omega$, να υπολογίσετε, αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, την απαιτούμενη ΗΕΔ του κυκλώματος και τη συνολική ισχύ που καταναλώνεται λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς.

Μονάδες 7

4.4. Να συγκρίνετε την συνολική ενέργεια που καταναλώθηκε λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς, με την κινητική ενέργεια που απέκτησε το βλήμα και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

Μονάδες 5

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο.

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Με βάση τις εξισώσεις της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης:

$$v = a\Delta t \Rightarrow 3000\frac{m}{s} = a\Delta t$$

$$d = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow 6{,}0\ m = \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

Λύνοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων προκύπτει πως $a = 7{,}5 \times 10^5\ m/s^2$

Η συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F = ma = (100\ kg)\left(7{,}5 \times 10^5 \frac{m}{s^2}\right) = 7{,}5 \times 10^7\ N$

Μονάδες 6

4.2.

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο της απόστασης ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές θα είναι το άθροισμα των εντάσεων που προέρχονται από κάθε μία σιδηροτροχιά:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi L/2} + \frac{\mu_0 I}{2\pi L/2} = \frac{2\mu_0 I}{\pi L}$$

Οι εντάσεις προστίθενται, γιατί με βάση το σχήμα και τον κανόνα του δεξιού χεριού, στον χώρο ανάμεσα στις σιδηροτροχιές το μαγνητικό πεδίο κάθε μιας έχει κατεύθυνση προς τον αναγνώστη (πάνω), γεγονός που συμφωνεί με τη φορά της ταχύτητας του σχήματος.

Η δύναμη (Laplace) που ασκείται στο βλήμα καθώς αυτό κινείται είναι

$$F = BIL$$

$$F = \frac{2\mu_0 I}{\pi L} IL = \frac{2\mu_0 I^2}{\pi}$$

Με αντικατάσταση

$$7{,}5 \times 10^7 = \frac{2 \times 4\pi 10^{-7} I^2}{\pi}$$

$$I = 9{,}7 \times 10^6\ A$$

Μονάδες 7

4.3.

Η ΗΕΔ είναι $\mathcal{E} = IR_{o\lambda} = 9{,}7 \times 10^6 \times 10V = 9{,}7 \times 10^7\ V$

Η ισχύς που καταναλώνεται στους αγωγούς λόγω του φαινομένου Joule είναι $P = I^2R = (9{,}7 \times 10^6)^2 \times 10\ W = 9{,}4 \times 10^{14}\ W$

Εναλλακτικά: $P = \mathcal{E}I = (9{,}7 \times 10^7\ V)(9{,}7 \times 10^6\ A) = 9{,}4 \times 10^{14}\ W$

Μονάδες 7

4.4.

Από το πρώτο ερώτημα, είναι $v = a\Delta t \Longrightarrow 3000\frac{m}{s} = (7{,}5 \times 10^5\ m/s^2)\Delta t \Leftrightarrow \Delta t = 4 \times 10^{-3}\ s$

Η ενέργεια που καταναλώθηκε λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς είναι

$$E = P\Delta t = (9{,}4 \times 10^{14}\ W)(4 \times 10^{-3}\ s) = 3{,}76 \times 10^{12}\ J$$

Η κινητική ενέργεια του βλήματος είναι

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(100\ kg)(3000\ m/s)^2 = 4{,}5 \times 10^8\ J$$

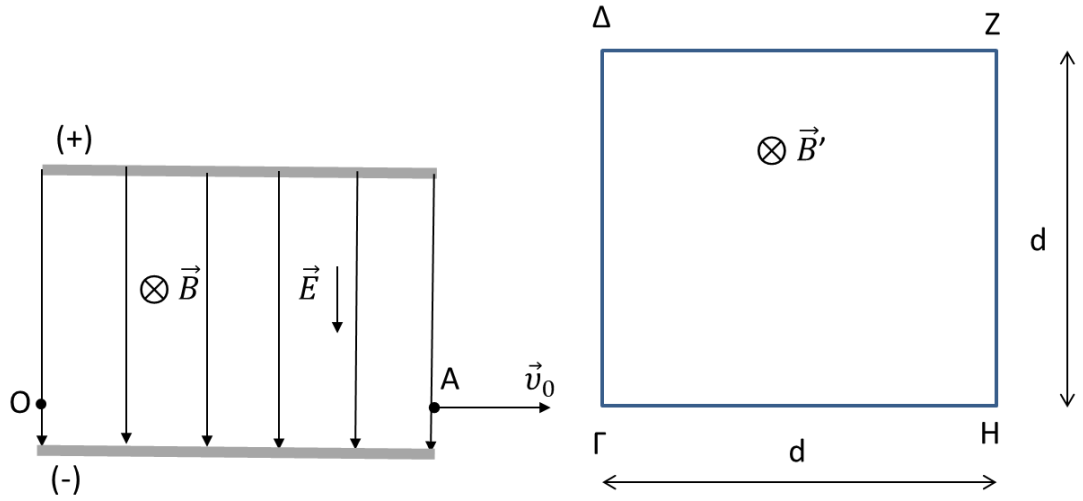
Η κινητική ενέργεια είναι πολύ μικρότερη από την ενέργεια που καταναλώθηκε στους αγωγούς.

(Αυτό σημαίνει πως: 1) Η απόδοση του συστήματος είναι πολύ χαμηλή, αφού μόνο ένα πολύ μικρό μέρος της συνολικής ενέργειας μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια), 2) Είναι δικαιολογημένη η υπόθεση πως τα φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή είναι αμελητέα)

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Στο φίλτρο ταχυτήτων του παρακάτω σχήματος η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 200\frac{V}{m}$ και η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 10^{-2}T$. Από το σημείο Ο του φίλτρου ταχυτήτων εκτοξεύονται μονοσθενή θετικά ιόντα. Τα ιόντα που εξέρχονται από το σημείο Α έχουν ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων και δεν έχουν εκτραπεί από την ευθύγραμμη πορεία τους.



Μετά το φίλτρο ταχυτήτων υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$, μέτρου $B' = 2 \cdot 10^{-2}T$ και τετραγωνικής διατομής με πλευρά $d = 20mm$. Τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}'$. Η είσοδός τους γίνεται από το σημείο Γ, εφαπτομενικά στη ΓΔ και η έξοδος τους από το σημείο Δ, εφαπτομενικά στη ΔΖ. Να θεωρήσετε ότι η κίνηση των ιόντων δεν επηρεάζεται από αντιστάσεις, ούτε από το βαρυτικό πεδίο και να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα με την οποία εκτοξεύεται από το σημείο Ο κάθε ιόν που φτάνει στο σημείο Α έχοντας ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Τη μάζα κάθε ιόντος και το χρονικό διάστημα της κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$.

Μονάδες 6

4.3. Τη μεταβολή της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε ιόντος κατά την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$.

Μονάδες 6

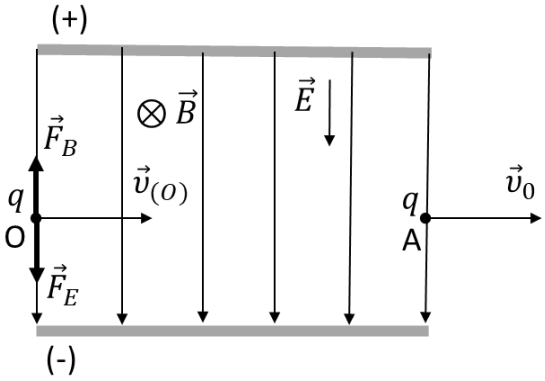
Χωρίς να αλλάξουμε το εύρος του πεδίου και την κατεύθυνση της έντασης μεταβάλλουμε το μέτρο της από B' σε B''. Παρατηρούμε ότι τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ και μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}''$ από το σημείο Γ, εφαπτομενικά στη ΓΔ, εξέρχονται από το σημείο Ζ, εφαπτομενικά στη ΖΗ.

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο B'' της έντασης του μαγνητικού πεδίου, το χρονικό διάστημα της κίνησης κάθε ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}''$ και τη στροφορμή κάθε ιόντος κατά την κίνηση του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}''$ ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Έστω $\vec{\upsilon}_{(O)}$ η ταχύτητα των ιόντων που εκτοξεύονται από το σημείο Ο και εξέρχονται από το σημείο Α έχοντας ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ χωρίς να εκτραπούν από την ευθύγραμμη πορεία τους. Αυτό συμβαίνει επειδή η συνισταμένη δύναμη που δέχεται κάθε τέτοιο ιόν κατά την κίνησή του στο φίλτρο ταχυτήτων είναι μηδέν, $\Sigma\vec{F} = 0$. Κάθε ιόν εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα οι δύο ταχύτητες είναι ίσες, $\vec{\upsilon}_{(O)} = \vec{\upsilon}_0$.

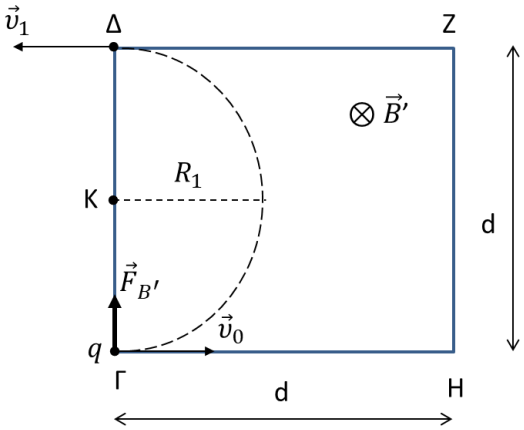


Η δύναμη $\vec{F}_E$ που ασκείται στο θετικό ιόν από το ηλεκτρικό πεδίο έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση $\vec{E}$. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού η δύναμη $\vec{F}_B$ που ασκείται στο θετικό ιόν από το μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα πάνω. Οι δύο δυνάμεις είναι αντίθετες, επομένως έχουν ίσα μέτρα.

$$F_E = F_B \Rightarrow E \cdot |q| = B \cdot |q| \cdot \upsilon_{(O)} \Rightarrow E = B \cdot \upsilon_{(O)} \Rightarrow \upsilon_{(O)} = \frac{E}{B} \Rightarrow \upsilon_{(O)} = \upsilon_0 = 2 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το θετικό ιόν που μπαίνει με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$ δέχεται δύναμη Lorentz $\vec{F}_{B'}$ που παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης και αναγκάζει το ιόν να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Η τροχιά που διαγράφει το μονοσθενές θετικό ιόν, $q = +e$, μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι ημικυκλική με κέντρο Κ και ακτίνα $R_1 = \frac{d}{2} = 10^{-2}m$.



$$F_{B'} = B' \cdot |q| \cdot \upsilon_0 = m \cdot \frac{\upsilon_0^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{m \cdot \upsilon_0}{B' \cdot e} \Rightarrow m = \frac{B' \cdot e \cdot R_1}{\upsilon_0} \Rightarrow m = 1{,}6 \cdot 10^{-27} Kg$$

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της κίνησης του ιόντος από το Γ μέχρι το Δ και $\varphi_1 = \pi\, rad$ η γωνία που διαγράφει η επιβατική του ακτίνα.

$$\varphi_1 = \omega_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T_1} \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T_1}{2} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{2\pi m}{2B' \cdot |q|} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\pi m}{B' \cdot e} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-6} s$$

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας του ιόντος παραμένει σταθερό κατά την κίνηση του στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$, επομένως $\upsilon_1 = \upsilon_0 = 2 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. Η μεταβολή της ορμής του ιόντος είναι ίση με:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}_1 - m \cdot \vec{\upsilon}_0$$

Θεωρούμε θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_1$, οπότε:

$$\Delta p = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot (-\upsilon_0) \Rightarrow \Delta p = 2m \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \Delta p = 6{,}4 \cdot 10^{-23}\, Kg \cdot m/s > 0$$

Η μεταβολή $\Delta\vec{p}$ της ορμής του ιόντος έχει την ίδια κατεύθυνση με την $\vec{\upsilon}_1$.

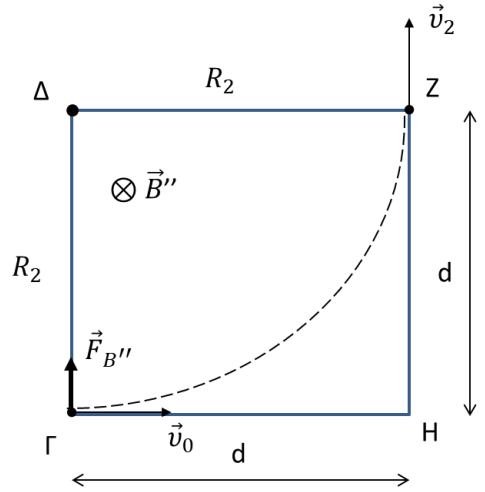
Η δύναμη $\vec{F}_{B'}$ είναι συνεχώς κάθετη στην τροχιά του ιόντος επομένως $W_{F_{B'}} = 0$.

Σύμφωνα με το θεώρημα έργου – ενέργειας η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ιόντος είναι:

$$\Delta K = W_{F_{B'}} \Rightarrow \Delta K = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Η $\vec{\upsilon}_0$ είναι κάθετη στην ΓΔ και η $\vec{\upsilon}_2$ είναι κάθετη στη ΖΔ. Το ιόν διαγράφει μέσα στο μαγνητικό πεδίο ένα τεταρτοκύκλιο με κέντρο το Δ και ακτίνα $R_2 = d$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος είναι ίση με:



$$R_2 = \frac{m \cdot \upsilon_0}{B'' \cdot e} \Rightarrow B'' = \frac{m \cdot \upsilon_0}{d \cdot e} \Rightarrow B'' = 10^{-2}\, T$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα της κίνησης του ιόντος από το Γ μέχρι το Ζ και $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}\, rad$ η γωνία που διαγράφει η επιβατική του ακτίνα.

$$\varphi_2 = \omega_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T_2} \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T_2}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2\pi m}{4B'' \cdot |q|} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\pi m}{2B'' \cdot e}$$

Με αριθμητική αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\Delta t_2 = \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-6} s$

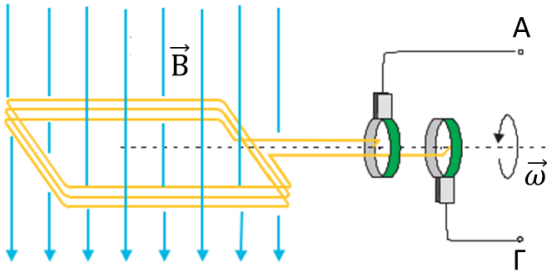
Η στροφορμή $\vec{L}$ κάθε ιόντος, ως προς τον άξονα που περνά από το Δ και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχιάς του, παραμένει σταθερή κατά την κίνηση στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}''$ γιατί η δύναμη $\vec{F}_{B''}$ που δέχεται από αυτό δεν έχει ροπή. Η διεύθυνση της $\vec{L}$ είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και έχει φορά προς τα έξω. Το μέτρο της είναι ίσο με:

$$L = m \cdot \upsilon_0 \cdot R_2 \Rightarrow L = 6{,}4 \cdot 10^{-25} \frac{Kg \cdot m^2}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η αρχή παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης. Όταν το συρμάτινο πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$, στους ακροδέκτες Α και Γ εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση πλάτους V. Όταν το ίδιο συρμάτινο πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}' = \vec{\omega}/2$ με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B}' = 2\vec{B}$, στους ακροδέκτες Α και Γ εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση πλάτους V' ίση με:



(α) $V/2$ **(β)** $2V$ **(γ)** V

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

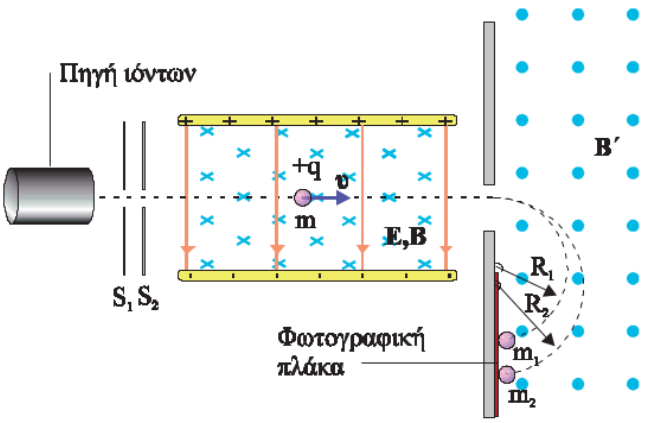
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.

Ο φασματογράφος μάζας του Bainbridge χρησιμοποιεί ένα φίλτρο ταχυτήτων για την παραγωγή δέσμης ιόντων με την ίδια ταχύτητα.



Μονοσθενή ιόντα Νέον εκπέμπονται από την πηγή και περνούν μέσα από τις σχισμές S_1 και S_2 σχηματίζοντας μια λεπτή δέσμη. Στη συνέχεια τα ιόντα περνούν μέσα από ένα φίλτρο ταχυτήτων με πεδία $\vec{E}$ και $\vec{B}$. Τα ιόντα που έχουν κατάλληλη ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ δεν εκτρέπονται από την ευθύγραμμη πορεία τους και εισέρχονται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$, κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$ αναγκάζει τα ιόντα να κινηθούν σε ημικυκλική τροχιά, ακτίνας R, μέχρι να πέσουν πάνω σε μια φωτογραφική πλάκα. Από το ίχνος που αφήνουν στη φωτογραφική πλάκα μας είναι γνωστή η ακτίνα της

τροχιάς που διέγραψαν. Το χημικό στοιχείο Νέον έχει δύο είδη ατόμων με γραμμοατομικές μάζες $M_1 = 20\frac{g}{mol}$ και $M_2 = 22\frac{g}{mol}$ αντίστοιχα. Θεωρούμε ότι η μάζα του ατόμου Νέον είναι ίση με τη μάζα του αντίστοιχου ιόντος του. Τα δύο είδη ιόντων Νέον διαγράφουν στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$ ημικυκλικές τροχιές ακτίνων R_1 και R_2 αντίστοιχα. Ο λόγος $\frac{R_2}{R_1}$ είναι ίσος με:

(α) 1,1 **(β)** 2,2 **(γ)** 3,3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το πλάτος V της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στους ακροδέκτες Α και Γ είναι ίσο με:

$$V = NBA\omega$$

όπου, N είναι ο αριθμός σπειρών του πλαισίου και A το εμβαδόν κάθε σπείρας, B το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικό πεδίου και ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του πλαισίου. Όταν το ίδιο πλαίσιο, με τον ίδιο αριθμό σπειρών και το ίδιο εμβαδόν κάθε σπείρας, περιστρέφεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου $B' = 2B$ με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega' = \omega/2$, το πλάτος V' της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στους ακροδέκτες Α και Γ είναι ίσο με:

$$V' = NB'A\omega' \Rightarrow V' = N2BA\omega/2 \Rightarrow V' = NBA\omega \Rightarrow V' = V$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Τα άτομα Νέον αποτελούνται από δύο είδη. Έστω m_1 η μάζα κάθε ατόμου του ενός είδους και m_2 του άλλου. Η μάζα κάθε ιόντος θεωρούμε ότι είναι ίδια με τη μάζα του ατόμου του, επομένως οι μάζες των δύο ειδών ιόντων Νέον είναι m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Όμως, $M_1 = m_1 \cdot N_A$ και $M_2 = m_2 \cdot N_A$ όπου M_1 και M_2 είναι οι γραμμοατομικές μάζες των δύο ειδών ατόμων Νέον και N_A ο αριθμός Avogadro. Επομένως, $m_1 = \frac{M_1}{N_A}$ και $m_2 = \frac{M_2}{N_A}$.

Τα ιόντα που δεν εκτρέπονται από το φίλτρο ταχυτήτων έχουν ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \frac{E}{B}$.

Τα ιόντα μάζας m_1 διαγράφουν μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}'$ ημικυκλική τροχιά ακτίνας R_1 και τα ιόντα μάζας m_2 διαγράφουν ημικυκλική τροχιά ακτίνας R_2, όπου

$$R_1 = \frac{m_1\upsilon}{B'q} \Rightarrow R_1 = \frac{M_1E}{N_ABB'q} \text{ και } R_2 = \frac{m_2\upsilon}{B'q} \Rightarrow R_2 = \frac{M_2E}{N_ABB'q}$$

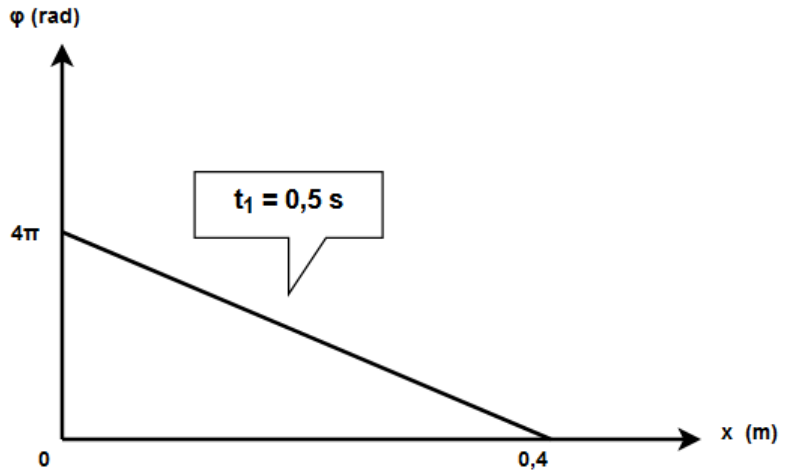
Επομένως,

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{M_2E}{N_ABB'q}}{\frac{M_1E}{N_ABB'q}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{22}{20} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1{,}1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $\psi = A\eta\mu\omega t$. Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A = 0{,}05\ m$ διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος φ, την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}5\ s$, σε σχέση με την απόσταση x από την αρχή του άξονα $(x = 0)$ παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.1. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος $(S.I)$ που δημιουργείται.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 0{,}4\ m$ τη χρονική στιγμή $0{,}5625s$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = 0{,}2\ m$ τη χρονική στιγμή $0{,}5\ s$.

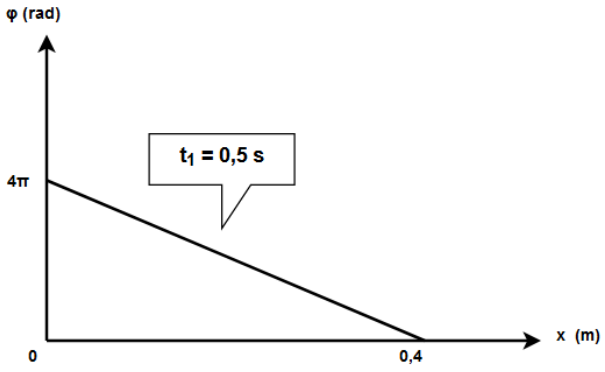
Μονάδες 6

4.4. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $T + \frac{T}{4} = 0{,}3125\ s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Με τη βοήθεια των πληροφοριών της γραφικής παράστασης της σχέσης:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

εάν θέσουμε $x = 0\ m$, $t_1 = 0{,}5\ s$, $\varphi = 4\pi\ rad$ προκύπτει ότι:

$$4\pi = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{T} - \frac{0}{\lambda}\right) \text{ ή } 4\pi = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{T}\right) \text{ ή } 4 = \frac{1}{T} \text{ ή } T = \frac{1}{4}\ s$$

Επίσης αν θέσουμε $x = 0{,}4\ m$, $t_1 = 0{,}5\ s$, $\varphi = 0$ προκύπτει ότι:

$$0 = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{\frac{1}{4}} - \frac{0{,}4}{\lambda}\right) \text{ ή } 0 = 2\pi\left(2 - \frac{0{,}4}{\lambda}\right) \text{ ή } 2 = \frac{0{,}4}{\lambda} \text{ ή } \lambda = \frac{0{,}4}{2} \text{ ή } \lambda = 0{,}2\ m$$

Τελικά η εξίσωση του κύματος είναι:

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{\frac{1}{4}} - \frac{x}{0{,}2}\right) \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4t - 5x) \quad (S.I)$$

Μονάδες 6

4.2. Επίσης αν θέσουμε $x = 0{,}4\ m$ και $t = 0{,}5625\ s$ στην παραπάνω εξίσωση του κύματος προκύπτει ότι η απομάκρυνση του εν λόγω σημείου του ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4t - 5x)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4 \cdot 0{,}5625 - 5 \cdot 0{,}4)m \text{ ή}$$

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(2{,}25 - 2)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi\left(\frac{1}{4}\right)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right)m$$

$$\text{ή } \psi = 0{,}05\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Από τις εξισώσεις που περιγράφεται η ταχύτητα και η επιτάχυνση του υλικού σημείου στη θέση $x = 0{,}2\ m$ τη χρονική στιγμή $0{,}5\ s$ έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\mu\varepsilon\ \upsilon_{max} = \omega \cdot A = \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} \cdot 0{,}05\frac{m}{s} = 8 \cdot \pi \cdot 0{,}05\frac{m}{s} = 0{,}4 \cdot \pi\ \frac{m}{s}$$

Εάν αντικαταστήσουμε:

$$\upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{0{,}5}{\frac{1}{4}} - \frac{0{,}2}{0{,}2}\right)\frac{m}{s}\ \text{ή}\ \ \upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(2-1)\ \frac{m}{s}\ \text{ή}\ \ \upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\ \frac{m}{s}$$

$$\text{ή}\ \ \upsilon = 0{,}4\pi\ \frac{m}{s}$$

Έχοντας ήδη υπολογίσει την φάση, για την επιτάχυνση έχουμε:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\ \text{ή}\ \ \alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi\ \text{ή}\ \ \ \alpha = 0\ \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος:

$$\lambda = \upsilon \cdot T\ \text{ή}\ \ 0{,}2 = \upsilon \cdot \frac{1}{4}\ \text{ή}\ \ \upsilon = 0{,}8\ \frac{m}{s}$$

Στη συνέχεια βρίσκουμε την απόσταση x_1 που έχει διαδοθεί το κύμα:

$$x_1 = \upsilon \cdot t_1 = 0{,}8 \cdot 0{,}3125m = 0{,}25\ m\ \text{ή}\ \ x_1 = 0{,}25\ m$$

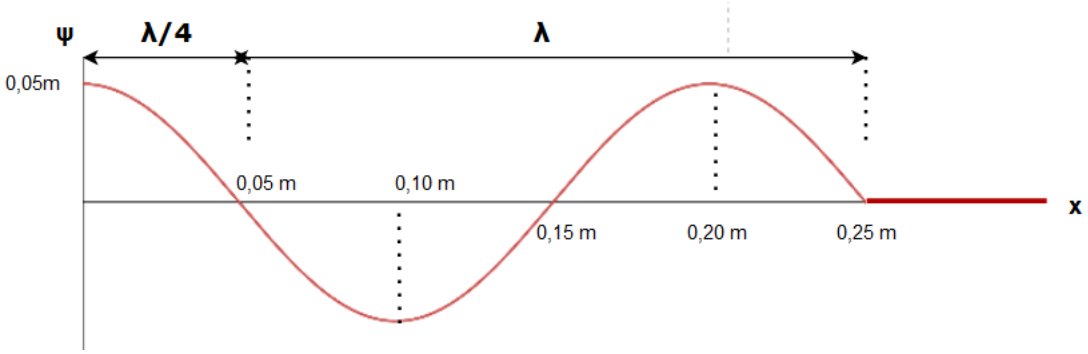
Αυτό σημαίνει ότι το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στην θέση x_1 ξεκινά να ταλαντώνεται την στιγμή $T + \frac{T}{4}$. Άρα όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου με $x > x_1$ είναι ακίνητα.

Μπορούμε εύκολα να σχεδιάσουμε τις απομακρύνσεις των σημείων με $x < x_1$ (που είναι ήδη σε ταλάντωση) εκφράζοντας το x_1 ως (υπο)πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.

Διαιρούμε το x_1 διά λ και βρίσκουμε το πηλίκο:

$$\frac{x_1}{\lambda} = \frac{0{,}25\ m}{0{,}2\ m} = 1{,}25\ \text{ή}\ \ x_1 = 1{,}25 \cdot \lambda\ \text{ή}\ \ x_1 = \lambda + \frac{\lambda}{4}$$

Δηλαδή το κύμα έχει προλάβει να διαδοθεί σε απόσταση $\lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4}$. Για την κατασκευή του στιγμιότυπου θα ξεκινήσουμε από την θέση x_1 και θα κινηθούμε προς την αρχή (θέση της πηγής) για απόσταση $\lambda + \frac{\lambda}{4}$.

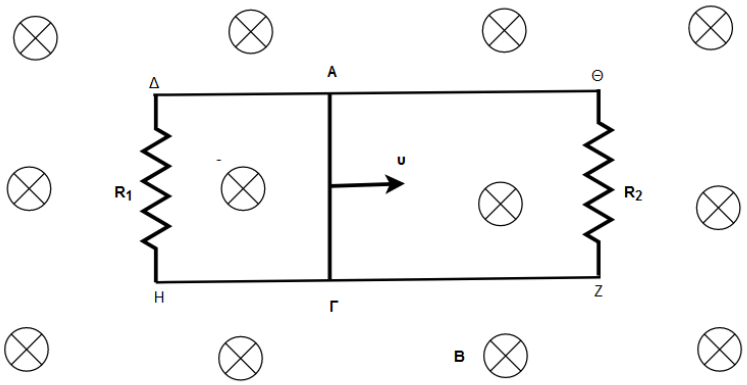


Μονάδες 7

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Παρατηρούμε ότι με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε πως η πηγή διέρχεται από την θέση $\psi = A$, αποτέλεσμα που είναι συμβατό με το γεγονός ότι η ταλάντωσή της έχει διάρκεια $T + \frac{T}{4}$. Αυτή είναι μια μέθοδος γρήγορου ελέγχου της ορθότητας της γραφικής παράστασης στην οποία καταλήξαμε.

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί $\Delta\Theta$ και HZ μεγάλου μήκους και μηδενικής αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 1m$. Τα άκρα Δ , H συνδέονται με αγωγό αντίστασης $R_1 = 3\,\Omega$ και τα άκρα Θ , Z με αγωγό αντίστασης $R_2 = 6\,\Omega$, οπότε σχηματίζεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο. Ο αγωγός $A\Gamma$, αντίστασης $R = 2\Omega$, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 10\frac{m}{s}$, η οποία είναι συνέχεια παράλληλη με τους αγωγούς $\Delta\Theta$ και HZ , μένοντας συνεχώς κάθετος σε αυτούς και σε επαφή στα σημεία A , Γ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2\,T$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



4.1. Να βρεθούν οι τιμές της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1 , R_2 (μονάδες 4) και να υπολογιστεί το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που θα έχει περάσει από μια διατομή του αγωγού $A\Gamma$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 2\ s$ (μονάδες 3).

Μονάδες 7

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη φορά της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}_{E\xi\omega\tau}$, που πρέπει να ασκούμε διαρκώς στο μέσον του αγωγού $A\Gamma$, κάθετα σε αυτόν και της οποίας η διεύθυνση ανήκει στο επίπεδο των αγωγών, ώστε ο αγωγός να συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 10\frac{m}{s}$.

Μονάδες 5

4.3. Να εξηγήσετε πώς δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα στον αγωγό $A\Gamma$ (μονάδες 3). Πόση είναι η προσφερόμενη μηχανική ισχύς που χρησιμοποιείται τότε για την συγκεκριμένη κίνηση του αγωγού ΑΓ (μονάδες 3);

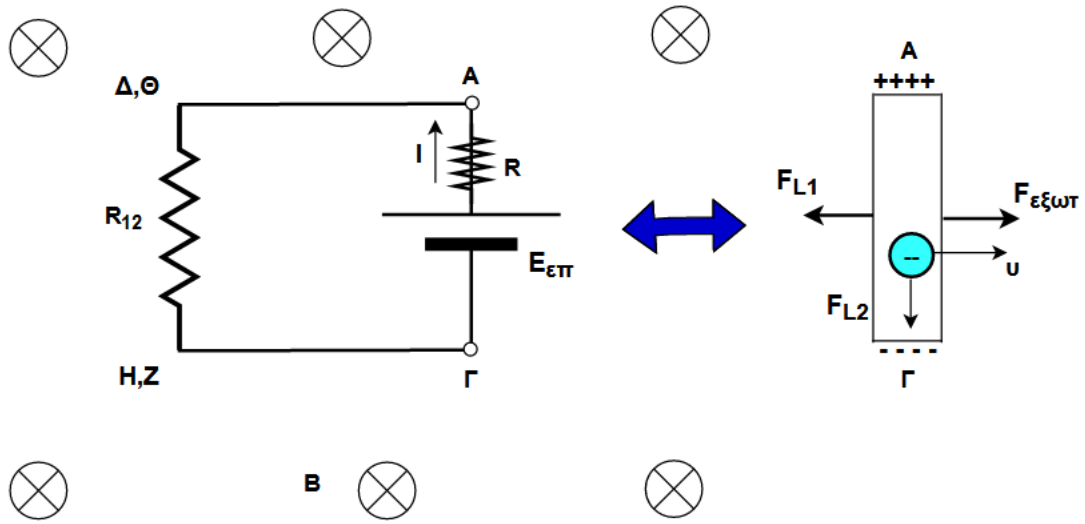
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης $\vec{F}_{E\xi\omega\tau}$ για το χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 10\ s$, και να συγκριθεί με το ποσό θερμότητας που απέβαλε το κύκλωμα στο περιβάλλον σε αυτό το χρονικό διάστημα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Ο αγωγός $A\Gamma$ λειτουργεί ως ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης:

$$\mathrm{E}_{\varepsilon\pi} = \mathrm{B}\upsilon L$$

και εσωτερικής αντίστασης R.

Στη συνέχεια σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα που προκύπτει. Δημιουργείται τότε ένα κλειστό κύκλωμα, στο οποίο οι R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, αφού στα άκρα τους εφαρμόζεται η ίδια τάση.

Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος από τη σχέση:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{R_{12}} = \frac{9}{18\Omega} \quad \text{ή} \quad R_{12} = 2\,\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κλειστού κυκλώματος θα είναι:

$$R_{ισοδύναμη} = R_{12} + R \quad \text{ή} \quad R_{ισοδύναμη} = 4\Omega$$

αφού οι αντιστάσεις R_{12} , R συνδέονται σε σειρά.

Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα θα έχουμε για την τιμή της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει:

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{12}+R} \quad \text{ή} \quad I = \frac{B\upsilon L}{R_{ισοδύναμη}} \quad \text{ή} \quad I = \frac{20}{4}\,A \quad \text{ή} \quad I = 5\,A$$

Έτσι η διαφορά δυναμικού στα άκρα της ισοδύναμης αντίστασης R_{12} θα είναι:

$$V_{12} = I\,R_{12} \quad \text{ή} \quad V_{12} = 10\,V$$

Για την τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την κάθε αντίσταση έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_{12}}{R_1} \quad \text{ή} \quad I_1 = \frac{10}{3}\,A \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{12}}{R_2} \quad \text{ή} \quad I_2 = \frac{10}{6}\,A$$

Επίσης το ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού $A\Gamma$ θα είναι:

$$I = \frac{Q}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad Q = I \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad Q = 10\ C$$

Μονάδες 7

4.2. Επειδή ο αγωγός $A\Gamma$ διαρρέεται από ρεύμα και δεν είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace $\vec{F}_{L1}$ που δίνεται από τη σχέση:

$$F_{L1} = BIL = 2 \cdot 5 \cdot 1N = 10\ N$$

Με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η φορά της δύναμης είναι αντίθετη από τη φορά κίνησης του αγωγού.

Για να κινείται ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $F_{E\xi\omega\tau}$ αντίθετη από τη δύναμη Laplace F_{L1}.

$$\sum \vec{F} = 0 \ \text{τότε}\ \vec{\upsilon} = \sigma\tau\alpha\theta. \ \text{ή}\ \ \vec{F}_{E\xi\omega\tau} + \vec{F}_{L1} = 0 \ \text{ή}$$

$$F_{E\xi\omega\tau} = F_{L1} = 10\ N$$

Μονάδες 5

4.3. Σχεδιάζουμε σε «μεγέθυνση» τον αγωγό $A\Gamma$.

Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο επειδή κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα δεχθεί δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L2}$, η φορά της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη αυτή προκαλεί την κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων προς το άκρο Γ του αγωγού. Έτσι δημιουργείται συσσώρευση αρνητικού φορτίου στο άκρο Γ, και πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άκρο A. Η συσσώρευση φορτίου στα άκρα του αγωγού $A\Gamma$, προκαλεί κίνηση φορτίου στους ακίνητους αγωγούς. Ο αγωγός $A\Gamma$ λειτουργεί ως αντλία φορτίου, ως ηλεκτρική πηγή, ηλεκτρεγερτικής δύναμης:

$$\mathrm{E}_{\varepsilon\pi} = \mathrm{B}\upsilon L$$

Η μηχανική ισχύς που προσφέρεται για την μετακίνηση του αγωγού θα είναι:

$$P = F_{E\xi\omega\tau} \cdot \upsilon \quad \text{ή} \quad P = 10 \cdot 10\frac{J}{s} = 100\ \frac{J}{s} \quad \text{ή} \quad P = 100\ W$$

Μονάδες 6

4.4 Στο χρονικό διάστημα Δt_2 ο αγωγός μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t_2 = 100\ m$$

και το έργο της δύναμης $F_{E\xi\omega\tau}$ στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι:

$$W = F_{E\xi\omega\tau} \cdot \Delta x = 1000\ J = 10^3\ J$$

Σύμφωνα με το νόμο του Joule η συνολική θερμότητα που εκλύεται στις αντιστάσεις θα είναι:

$$Q = I^2 R_{\iota\sigma o\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\eta}\Delta t \quad \text{ή} \quad Q = 5^2 \cdot\ 4\ \cdot 10\ J \ \text{ή}\ \ Q =\ 10^3\ J$$

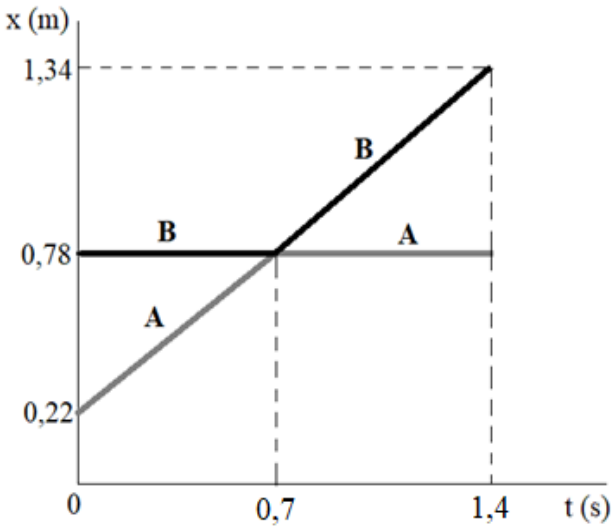
Βλέπουμε ότι χρειάστηκε να προσφέρουμε έργο ίσο με την θερμότητα που παράχθηκε. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο με βάση της Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας. Εφόσον

η κινητική ενέργεια του αγωγού δεν μεταβάλλεται, όλη η προσφερόμενη ενέργεια θα πρέπει να εμφανίζεται υπό μορφή θερμότητας στις αντιστάσεις του κυκλώματος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο εργαστήριο Φυσικής του σχολείου εκτελέστηκε ένα πείραμα κεντρικής ελαστικής κρούσης μεταξύ δύο σφαιρών Α και Β, με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα. Με τη βοήθεια αισθητήρων κίνησης πήραμε το γράφημα θέσης-χρόνου $(x - t)$ για τις δύο σφαίρες, όπως φαίνεται στο παραπλεύρως σχήμα. Από αυτό διαπιστώνουμε ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει:



(α) $m_A > m_B$

(β) $m_A < m_B$

(γ) $m_A = m_B$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Όταν φωτεινή ακτινοβολία μήκους κύματος λ προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, εκπέμπονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια K. Εάν στην ίδια μεταλλική επιφάνεια προσπίπτει φωτεινή ακτινοβολία με μήκος κύματος λ', που είναι κατά 50% μεγαλύτερο του μήκους κύματος λ, τότε αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια $K' = \frac{K}{2}$. Το έργο εξαγωγής του μετάλλου αυτού είναι ίσο με:

(α) $\varphi = 2K$, **(β)** $\varphi = \frac{7K}{4}$, **(γ)** $\varphi = \frac{K}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η σφαίρα Α από *0-0,7s* κινείται με ταχύτητα v_A, που θα την υπολογίσουμε από την κλίση της γραφικής παράστασης $x - t$:

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = v_A = \frac{0{,}78 - 0{,}22}{0{,}7 - 0}\ m/s = 0{,}8\ m/s$$

Κινούμενη με την ταχύτητα αυτή, η σφαίρα Α συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή $t = 0{,}7s$ με την ακίνητη σφαίρα Β ($v_B = 0$). Παρατηρούμε ότι μετά την κρούση η σφαίρα Α έχει μηδενική ταχύτητα ($v'_A = 0$), ενώ η σφαίρα Β αποκτά ταχύτητα v_B, που θα την υπολογίσουμε από την κλίση της γραφικής παράστασης $x - t$:

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = v'_B = \frac{1{,}34 - 0{,}78}{1{,}4 - 0{,}7} m/s = 0{,}8\ m/s$$

Παρατηρούμε ότι οι δύο σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες. Συνεπώς, έχουν ίσες μάζες.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του *Einstein* σε κάθε περίπτωση, έχουμε:

$$K = hf - \varphi \quad (1) \quad \text{και} \quad K' = hf' - \varphi \quad (2)$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της Κυματικής: $c = \lambda f \ \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$ (3) και αντίστοιχα: $f' = \frac{c}{\lambda'}$ (4)

Από τις σχέσεις (1), (3) έχουμε:

$$K = h\frac{c}{\lambda} - \varphi \ \Rightarrow hc = \lambda(K + \varphi) \quad (5)$$

οπότε η σχέση (2) με τη βοήθεια των σχέσεων (4), (5) γίνεται:

$$K' = \frac{\lambda(K + \varphi)}{\lambda'} - \varphi \Rightarrow \frac{K}{2} = \frac{\lambda(K + \varphi)}{\lambda'} - \varphi \quad (6)$$

Το μήκος κύματος λ', που είναι κατά *50%* μεγαλύτερο του μήκους κύματος λ, είναι:

$$\lambda' = \lambda + \frac{50}{100}\lambda \Rightarrow \lambda' = \frac{3\lambda}{2} \quad (7)$$

Από τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε:

$$\frac{K}{2} = \frac{\lambda(K + \varphi)}{\frac{3\lambda}{2}} - \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{K}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το μήκος κύματος μέγιστης ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος θερμοκρασίας $T = 2000K$ είναι $\lambda_{max} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}m$. Ο Ήλιος εκπέμπει ακτινοβολία μέλανος σώματος. Αν λάβουμε υπόψη ότι η μέση τιμή του μήκους κύματος μέγιστης εκπομπής του είναι $\lambda_{H,max} = 6 \cdot 10^{-7}m$, η απόλυτη θερμοκρασία T_H, της ηλιακής επιφάνειας είναι

(α) μεγαλύτερη των $5000\ K$.

(β) μικρότερη των $5000\ K$.

(γ) ίση με $5000\ K$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σωματίδιο Α μάζας m_A και φορτίου $5q$ και σωματίδιο Β μάζας m_B και φορτίου q, επιταχύνονται από την κατάσταση της ηρεμίας με τη βοήθεια διαφοράς δυναμικού ΔV, και κατόπιν αποκλίνουν με τη βοήθεια ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου διαγράφοντας ημικυκλικές τροχιές. Οι ακτίνες των ημικυκλικών αυτών τροχιών είναι R και $3R$ αντίστοιχα. Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην ταχύτητα των σωματιδίων. Ο λόγος των μαζών των δύο σωματιδίων Α και Β είναι:

(α) $\frac{m_A}{m_B} = \frac{9}{5}$, **(β)** $\frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{9}$, **(γ)** $\frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης του *Wien* έχουμε:

$$\lambda_{max} \cdot T = 1{,}5 \cdot 10^{-6} m \cdot 2000K = 3 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

Συνεπώς για τον Ήλιο θα ισχύει:

$$\lambda_{H,max} \cdot T_H = 3 \cdot 10^{-3} m \cdot K \Rightarrow T_H = 5000\ K$$

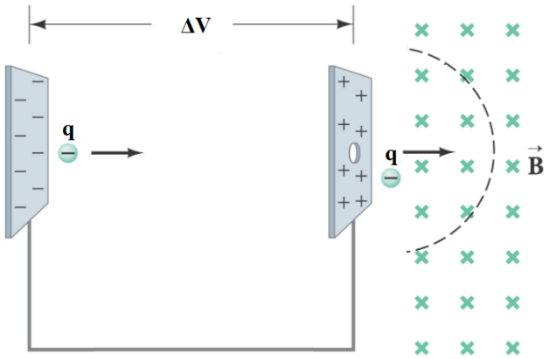
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η κινητική ενέργεια που αποκτά το σωματίδιο Β, λόγω της ΔV, είναι:

$$\frac{1}{2} m_B v^2 = q \cdot \Delta V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta V}{m_B}} \qquad (1)$$

Κατά την κίνησή του στο μαγνητικό πεδίο η δύναμη *Lorenz* λειτουργεί ως κεντρομόλος:

$$F_L = F_\kappa \Rightarrow qvB = \frac{m_B v^2}{R_B} \Rightarrow R_B = \frac{m_B v}{Bq} \overset{(1)}{\Rightarrow} R_B = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_B \cdot \Delta V}{q}} \qquad (2)$$

Αντίστοιχα, για το σωματίδιο Α ισχύει:

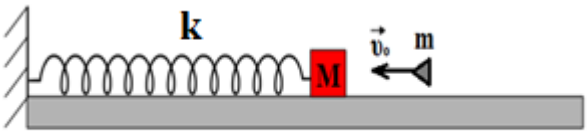
$$R_A = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_A \cdot \Delta V}{5q}} \qquad (3)$$

Αλλά $R_B = 3R_A \overset{(2),(3)}{\Longrightarrow} \sqrt{\frac{2m_B \cdot \Delta V}{q}} = 3\sqrt{\frac{2m_A \cdot \Delta V}{5q}} \Rightarrow m_B = 9\frac{m_A}{5} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{9}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $M = 150\,g$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80\,N/m$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Το σώμα μάζας M αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Βλήμα μάζας $m = 50\,g$, που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $\upsilon_o = 20\,m/s$, συγκρούεται με το σώμα μάζας M και σφηνώνεται σε αυτό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.

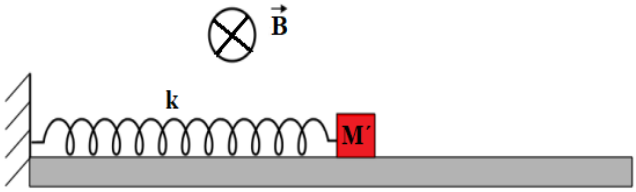


Σχήμα 1

4.1. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου T της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει.

Μονάδες 8

Στην άκρη του προηγούμενου οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80\,N/m$, συνδέουμε τώρα ένα σώμα μάζας $M' = 50\,g$, που είναι αρνητικά φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q = -0{,}1\,C$. Στην περιοχή που βρίσκεται όλη η διάταξη επικρατεί οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 1\,T$ και φοράς από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το σώμα μάζας M' αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Κάποια στιγμή, απομακρύνουμε το σώμα μάζας M' οριζόντια κατά d, στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.



Σχήμα 2

4.2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη απομάκρυνση d_{max}, που μπορούμε να δώσουμε στο σώμα μάζας M', έτσι ώστε αυτό να μην χάνει κατά την κίνησή του την επαφή του με το έδαφος.

Μονάδες 9

4.3. Όταν το σώμα μάζας $M' = 50\,g$, ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, το απομακρύνουμε οριζόντια προς τα δεξιά κατά $d = 0{,}1\,m$, στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε τη δύναμη $Lorentz$ που ασκείται στο σώμα μάζας M' όταν βρεθεί για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $x = +0{,}05\,m$ από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική φορά στην ταλάντωση εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.

Μονάδες 8

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με χρήση της αρχής διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) κατά την διάρκεια της κρούσης βρίσκουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος V_σ:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_o = (M+m)V_\sigma \Rightarrow V_\sigma = \frac{m\upsilon_o}{M+m} = 5\ m/s$$

Ακριβώς μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, συνεπώς βρίσκεται στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) της ταλάντωσης που θα εκτελέσει. Συνεπώς έχει τη μέγιστη ταχύτητα, δηλαδή, $V_\sigma = \upsilon_{max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{V_\sigma}{\omega}$ (1)

όπου ω, η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του συσσωματώματος, που δίνεται από τη σχέση:

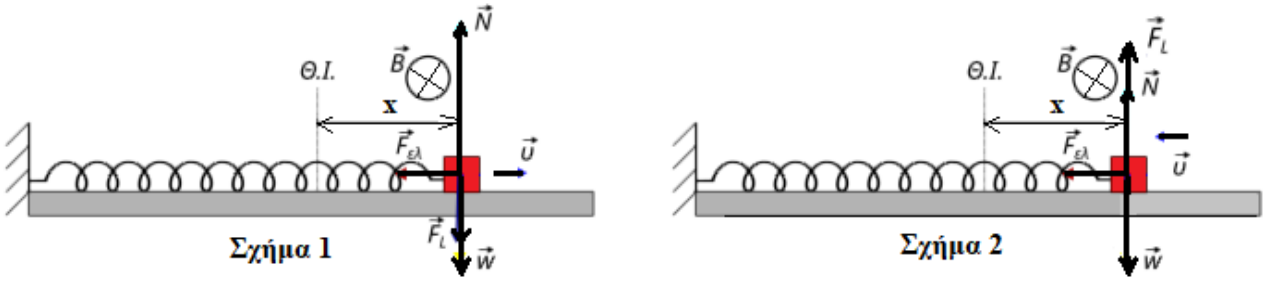
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 20\ rad/s$$

Άρα από τη σχέση (1) βρίσκουμε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα:

$$A = 0{,}25\ m$$

Το διάστημα s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου T της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει είναι:

$$s = 4A = 1\ m$$



Μονάδες 8

4.2.

Όταν το σώμα μάζας M' είναι ακίνητο (τόσο πριν από την έναρξη της ταλάντωσης, όσο και στιγμιαία, στις ακραίες θέσεις αυτής), δεν δέχεται δύναμη $Lorentz$ από το μαγνητικό πεδίο. Στα παραπάνω σχήματα, φαίνεται το σώμα μάζας M' σε μια τυχαία θέση με απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του (που ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου) και οι αντίστοιχες ασκούμενες δυνάμεις σε αυτό όταν κινείται προς τα δεξιά (Σχήμα 1) και όταν κινείται προς τα αριστερά (Σχήμα 2). Η διεύθυνση της δύναμης $Lorentz\ F_L$, είναι κατακόρυφη και η φορά της καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού, $W = M'g$, το βάρος του σώματος και N, η κάθετη αντίδραση από το έδαφος. Από τα παραπάνω σχήματα, φαίνεται ότι το σώμα μάζας M' μπορεί να χάσει την επαφή του με το έδαφος μόνο όταν κινείται προς τα αριστερά, όπου η δύναμη $Lorentz$ έχει τότε φορά προς τα πάνω (Σχήμα 2). Το μέτρο της δύναμης $Lorentz$ (εφόσον $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$), υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_L = B|q|\upsilon \quad (2)$$

Επομένως, για να εκτελεί με ασφάλεια απλή αρμονική ταλάντωση (ΑΑΤ) το σώμα μάζας M', αρκεί να μπορεί να διέρχεται από τη Θ.Ι. με φορά προς τα αριστερά, όπου το μέτρο της ταχύτητας (άρα και της δύναμης από το μαγνητικό πεδίο) μεγιστοποιείται. Στον κατακόρυφο άξονα yy' έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_L - W = 0 \Rightarrow N = M'g - B|q|\upsilon \quad (3)$$

Η κάθετη αντίδραση N, από το έδαφος όταν το σώμα βρίσκεται σε επαφή με αυτό είναι:

$$N \geq 0 \overset{(3)}{\Rightarrow} B|q|\upsilon \leq M'g \Rightarrow B|q|\upsilon_{max} = M'g \Rightarrow B|q|\omega' A_{max} = M'g \Rightarrow A_{max} = \frac{M'g}{B|q|\omega'} \quad (4)$$

όπου ω΄, η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος μάζας M', που δίνεται από τη σχέση:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{M'}} = 40\ rad/\mathrm{s}$$

Άρα, από τη σχέση (4) βρίσκουμε: $A_{max} = \frac{1}{8}\ m = 0{,}125\ m$. Συνεπώς, η μέγιστη απομάκρυνση d_{max}, που μπορούμε να δώσουμε στο σώμα μάζας M', έτσι ώστε αυτό να μην χάνει κατά την κίνησή του την επαφή του με το έδαφος είναι: $d_{max} = A_{max} = 0{,}125\ m$.

Μονάδες 9

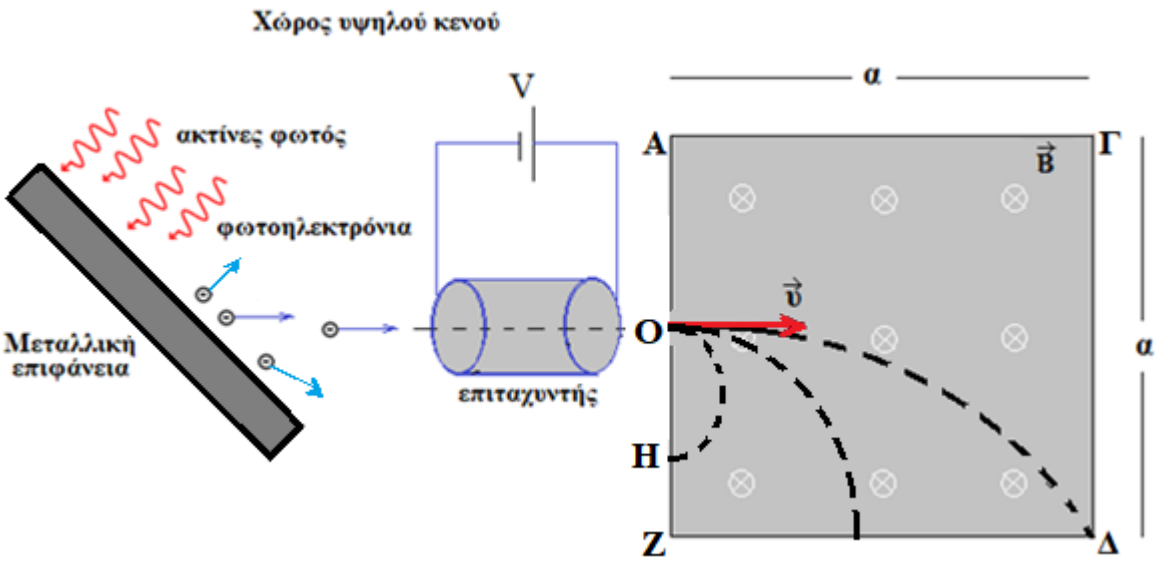
4.3. Όταν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα μάζας M', θα εκτελέσει ΑΑΤ πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A = d = 0{,}1m < d_{max}$, που σημαίνει ότι το σώμα δεν θα χάνει σε καμία χρονική στιγμή την επαφή του με το έδαφος. Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας στην ταλάντωση (ΑΔΕΤ) οπότε έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}M'\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \upsilon = \pm\sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{M'}} \Rightarrow \upsilon = -2\sqrt{3}\ m/s$$

Δεχόμαστε την αρνητική τιμή στην τιμή της ταχύτητας, εφόσον η θετική φορά είναι προς τα δεξιά και το σώμα μάζας M' κατευθύνεται προς τα αριστερά όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση $x = +0{,}05\ m$. Σύμφωνα με τη σχέση (2) βρίσκουμε ότι η δύναμη $Lorentz$ που ασκείται στο σώμα μάζας M' έχει μέτρο $F_L = 0{,}2\sqrt{3}\ N$ και φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4



Στο σχήμα απεικονίζεται μια μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται σε χώρο όπου έχουμε υψηλό κενό. Πάνω σε αυτή προσπίπτει μονοχρωματική ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία καθορισμένης συχνότητας. Τα φωτοηλεκτρόνια που εκπέμπονται διέρχονται από έναν επιταχυντή, τάσης $V = 160\ V$ και στην συνέχεια περνούν σε περιοχή όπου επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο τετραγωνικής διατομής με πλευρά $\alpha = 8\ cm$, με δυναμικές γραμμές κάθετες στην ταχύτητα των φωτοηλεκτρονίων και ένταση μέτρου $B = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ T$. Το έργο εξαγωγής της μεταλλικής επιφάνειας είναι $\varphi = 12\ eV$. Τα φωτοηλεκτρόνια που εξάγονται από τη μεταλλική επιφάνεια μπορούν να κινούνται σε διάφορες διευθύνσεις. Με κατάλληλο πέτασμα εξασφαλίζουμε ότι θα εισέλθουν στο μαγνητικό πεδίο μόνο όσα ακολουθήσουν ευθύγραμμη και οριζόντια πορεία. Η είσοδος στο μαγνητικό πεδίο γίνεται από το μέσο O της πλευράς AZ. Στη συνέχεια τα φωτοηλεκτρόνια διαγράφουν τμήμα κυκλικών τροχιών και εξέρχονται από σημεία των (OZ) και $(Z\Delta)$.

Να υπολογίσετε:

4.1. το μέγιστο μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ώστε να έχουμε εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων. Σε ποια περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας βρίσκεται αυτό;

Μονάδες 8

4.2. την ελάχιστη απόσταση (OH).

Μονάδες 8

4.3. Για ποια τιμή του μήκους κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας τα φωτοηλεκτρόνια βγαίνουν από την κορυφή Δ; Σε ποια περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας βρίσκεται αυτό;

Μονάδες 9

Να θεωρήσετε ότι δεν έχουμε σχετικιστικά φαινόμενα.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα της άσκησης να υπολογιστούν με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Σύμφωνα με την φωτοηλεκτρική εξίσωση του $Einstein$: $K = hf - \varphi \quad (1)$

Για να εξέλθει το φωτοηλεκτρόνιο από τη μεταλλική επιφάνεια πρέπει

$$hf - \varphi \geq 0 \Rightarrow h\frac{c}{\lambda} \geq \varphi \Rightarrow \lambda \leq \frac{hc}{\varphi} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{hc}{\varphi} = \frac{1200eV \cdot nm}{12eV} = 100\, nm$$

Άρα το μέγιστο μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι $100\, nm$ και βρίσκεται στην περιοχή της υπεριώδους ακτινοβολίας.

Μονάδες 8

4.2. Τα φωτοηλεκτρόνια μάζας m_e, εξέρχονται από το μέταλλο με σχεδόν μηδενική ταχύτητα και κατόπιν επιταχύνονται στον επιταχυντή, αποκτώντας ταχύτητα μέτρου υ. Άρα σύμφωνα με την αρχή διατήρησης ενέργειας έχουμε:

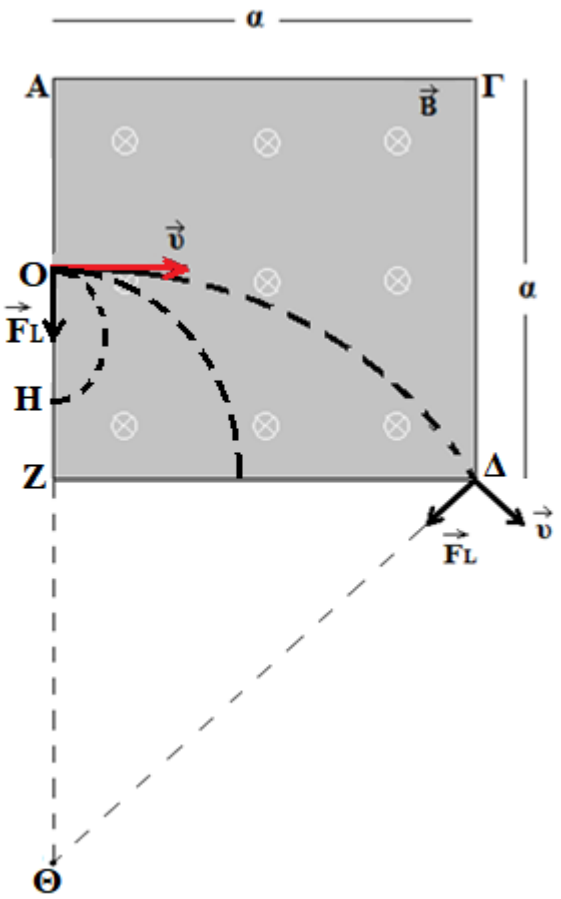
$$W = \mathrm{K} \Longrightarrow eV = \frac{1}{2}m_e\upsilon_{min}^2 \Longrightarrow \upsilon_{min} = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \quad (2)$$

Ακολούθως τα φωτοηλεκτρόνια εισέρχονται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο διαγράφοντας ένα ημικύκλιο με διάμετρο $(OH) = 2R_{min}$, οπότε:

$$R_{min} = \frac{m_e\upsilon_{min}}{Be} \overset{(2)}{\Longrightarrow} R_{min} = \frac{m_e}{Be} \cdot \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_eV}{e}} \Rightarrow$$

$$R_{min} = 17{,}07 \cdot 10^{-3}\, m$$

Συνεπώς, η ελάχιστη απόσταση από το σημείο O που εξέρχονται τα φωτοηλεκτρόνια από το μαγνητικό πεδίο είναι:



$$(OH) = 2R_{min} = 34{,}14 \cdot 10^{-3}\, m$$

Μονάδες 8

4.3. Τα φωτοηλεκτρόνια που εξέρχονται από το σημείο Δ, δέχονται δύναμη $Lorentz$ F_L σε κάθε σημείο της τροχιάς τους εντός του μαγνητικού πεδίου, άρα και στα σημεία εισόδου O και εξόδου Δ. Δεδομένου ότι η F_L είναι κάθετη στην ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, συμπεραίνουμε ότι το κέντρο Θ της κυκλικής τροχιάς που διαγράφουν τα φωτοηλεκτρόνια, είναι το σημείο τομής των διευθύνσεων των δυνάμεων αυτών. Από το τρίγωνο $Z\Delta\Theta$ έχουμε:

$$(\Theta\Delta)^2 = (Z\Theta)^2 + \alpha^2 \Longrightarrow R^2 = \left(R - \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \alpha^2 \Longrightarrow R = \frac{5a}{4} = 0{,}1\, m$$

Το μέτρο της ταχύτητας υ του φωτοηλεκτρονίου στο σημείο O υπολογίζεται ως εξής:

$$R = \frac{m_e\upsilon}{Be} \Longrightarrow \upsilon = \frac{BeR}{m_e} = 0{,}44 \cdot 10^8\, m/s$$

Η κινητική ενέργεια K_O κάθε φωτοηλεκτρονίου στο σημείο O, δηλαδή η κινητική ενέργεια εξόδου από τον επιταχυντή είναι:

$$K_O = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2 = 0{,}88 \cdot 10^{-15}\, J$$

και επειδή $1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, J$, η κινητική ενέργεια K_O κάθε φωτοηλεκτρονίου είναι $K_O = 5500\, eV$.

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης ενέργειας τα φωτοηλεκτρόνια που εξάγονται από τη μεταλλική επιφάνεια έχουν κινητική ενέργεια K_φ, που υπολογίζεται ως εξής:

$$K_O = K_\varphi + eV \Longrightarrow K_\varphi = K_O - eV = 5340\, eV$$

Συνεπώς, σύμφωνα με την φωτοηλεκτρική εξίσωση του $Einstein$ (1) έχουμε:

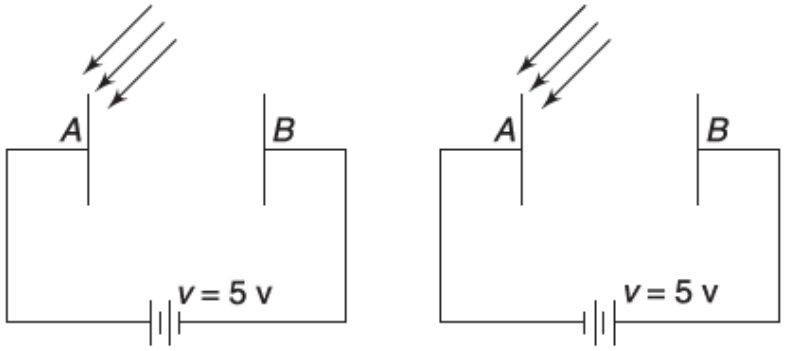
$$K_\varphi = hf - \varphi \Rightarrow K_\varphi = h\frac{c}{\lambda} - \varphi \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{K_\varphi + \varphi} \Rightarrow \lambda = \frac{1200eV \cdot nm}{5352eV} = 0{,}22\, nm$$

Άρα το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι $0{,}22\, nm$ και βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων Χ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα πείραμα με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, μία μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει σε μία μεταλλική πλάκα Α όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρήθηκε ότι όταν η τάση ήταν $V = 5V$, με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα αριστερά, η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που χτυπούσαν στην πλάκα Β ήταν $1eV$. Όταν αντιστράφηκε η πολικότητα της πηγής και διπλασιάστηκε η συχνότητα των φωτονίων που προσπίπτουν στην μεταλλική πλάκα Α, παρατηρήθηκε ότι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που χτυπούσαν την πλάκα Β ήταν μεταξύ $5eV$ και $20eV$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, το έργο εξαγωγής του μετάλλου στην πλάκα Α είναι:



(α) $\phi = 3eV$ **(β)** $\phi = 1eV$ **(γ)** $\phi = 5eV$

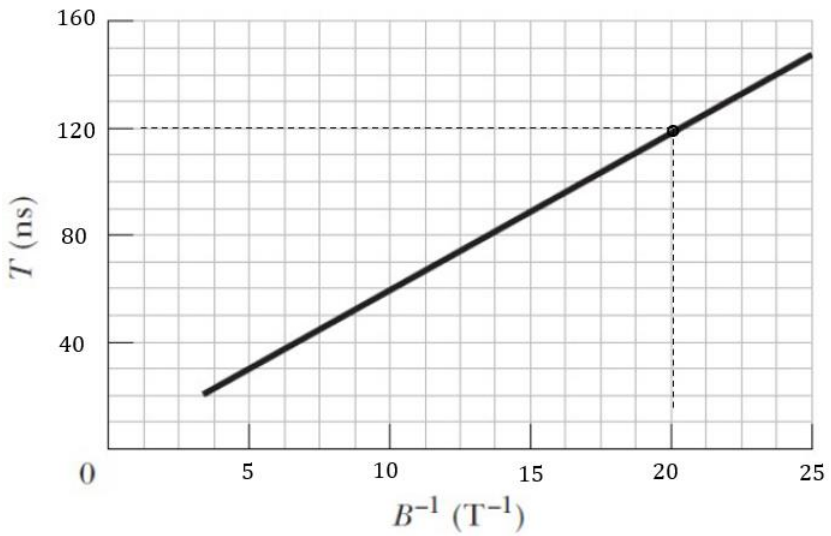
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σωματίδιο εκτοξεύεται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής $\vec{B}$ με ταχύτητα κάθετη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το επόμενο σχήμα δείχνει την μεταβολή της περιόδου T της κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σωματίδιο σε συνάρτηση με το αντίστροφο του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου B^{-1}. Το πηλίκο $\frac{m}{q}$ της μάζας του σωματιδίου προς το φορτίο του είναι:



(α) $\frac{m}{q} = \frac{2}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$ **(β)** $\frac{m}{q} = \frac{1,2}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$ **(γ)** $\frac{m}{q} = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

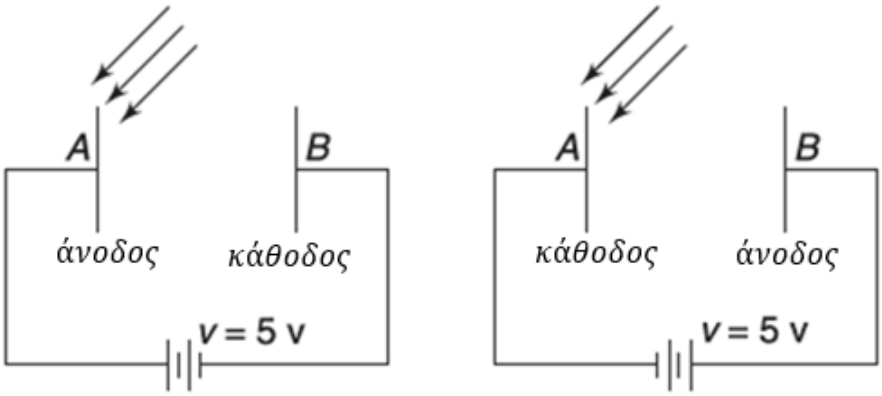
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στο σχήμα αριστερά, καθώς τα ηλεκτρόνια βγαίνουν από την άνοδο επιβραδύνονται λόγω της πολικότητας της πηγής και μέχρι να φτάσουν στην κάθοδο χάνουν ενέργεια $\mathrm{W = e \cdot V = e \cdot 5V = 5eV}$.



Αφού τα ηλεκτρόνια φτάνουν στην κάθοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια $1\mathrm{eV}$, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας εγκαταλείπουν την άνοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια $\mathrm{K_{max1} = 6\ eV}$. Εφαρμόζοντας την φωτοηλεκτρική εξίσωση έχουμε

$$\mathrm{hf = K_{max1} + \phi} \qquad (1)$$

Όταν αντιστρέψουμε την πολικότητα της πηγής (σχήμα δεξιά) τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από την κάθοδο στην άνοδο και αυξάνουν την κινητική τους ενέργεια κατά $\mathrm{W = e \cdot V = e \cdot 5V = 5eV}$. Φτάνουν στην άνοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια $20\mathrm{eV}$, οπότε εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας βρίσκουμε ότι εγκαταλείπουν την κάθοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια $\mathrm{K_{max2} = 15\ eV}$. Εφαρμόζοντας πάλι την φωτοηλεκτρική εξίσωση και λαμβάνοντας υπόψη τον διπλασιασμό της συχνότητας των φωτονίων βρίσκουμε ότι

$$\mathrm{h2f = K_{max2} + \phi \overset{(1)}{\Rightarrow} 2(K_{max1} + \phi) = K_{max2} + \phi \Rightarrow \phi = K_{max2} - 2K_{max1} = 15eV - 2 \cdot 6eV = 3eV}$$

Μονάδες 8

2.2.

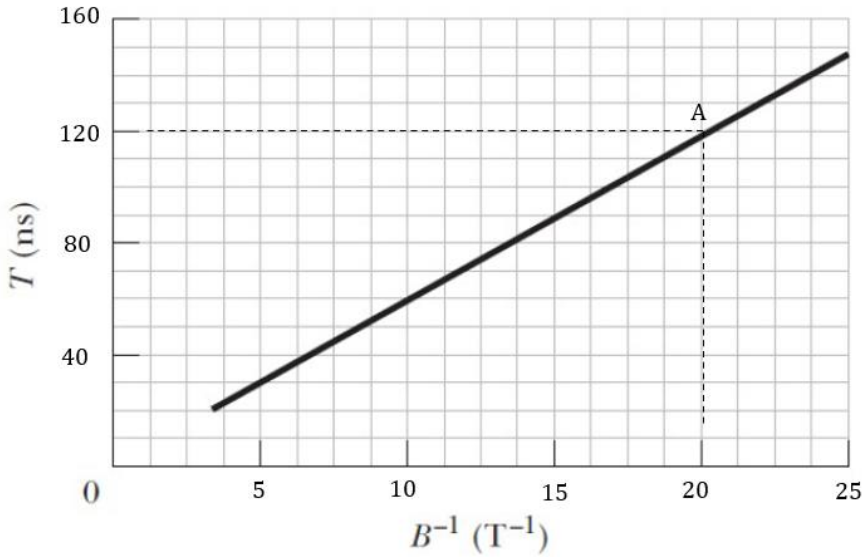
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν ένα σωματίδιο εκτοξευτεί με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο

$$\mathrm{T = \frac{2\pi m}{Bq} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi m}{q} B^{-1}} \quad (1)$$



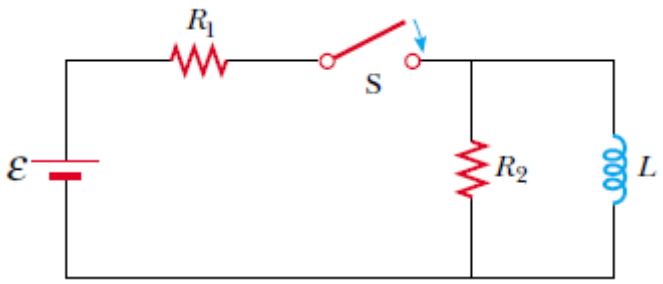
Από την σχέση (1) βλέπουμε ότι η περίοδος T είναι ανάλογη με το αντίστροφο του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου B^{-1}, γεγονός που έρχεται σε πλήρη συμφωνία με την δοθείσα γραφική παράσταση. Ένα σημείο της γραφικής παράστασης είναι το A με συντεταγμένες $B^{-1} = 20\,T^{-1}$ και $T = 120ns$. Λύνοντας την σχέση (1) ως προς $\frac{m}{q}$ και αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του σημείου A έχουμε:

$$\frac{m}{q} = \frac{T}{2\pi B^{-1}} = \frac{120 \cdot 10^{-9}s}{2\pi 20\,T^{-1}} = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-9}\frac{kg}{C}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος η πηγή έχει Η.Ε.Δ. $\mathcal{E} = 12\ \mathrm{V}$ και αμελητέα εσωτερική αντίσταση, ενώ οι αντιστάτες έχουν αντίσταση $\mathrm{R_1} = 5\Omega$ και $\mathrm{R_2} = 1\Omega$. Το πηνίο είναι ιδανικό και έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L, ενώ οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση. Αρχικά ο διακόπτης S είναι ανοιχτός και το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα. Την χρονική στιγμή $\mathrm{t_0} = 0$ κλείνουμε το διακόπτη.



4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη και μετά από αρκετό χρόνο, όταν θα έχουν αποκατασταθεί οι τελικές τιμές των ρευμάτων.

Μονάδες 6

4.2. Αφού αποκατασταθούν οι τελικές τιμές των ρευμάτων, ανοίγουμε το διακόπτη. Να καθορίσετε ποιοι κλάδοι του κυκλώματος εξακολουθούν να διαρρέονται από ρεύμα και να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος.

Μονάδες 6

4.3. Κάποια χρονική στιγμή $\mathrm{t_1}$ μετά το άνοιγμα του διακόπτη, διαπιστώθηκε ότι το ρεύμα στον αντιστάτη $\mathrm{R_2}$ είναι $\mathrm{i_1} = 0{,}3\mathrm{A}$ και το ρεύμα στο πηνίο μειώνεται με ρυθμό $\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} = -10\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}$. Να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου και ο ρυθμός απώλειας ενέργειας του πηνίου την χρονική στιγμή $\mathrm{t_1}$.

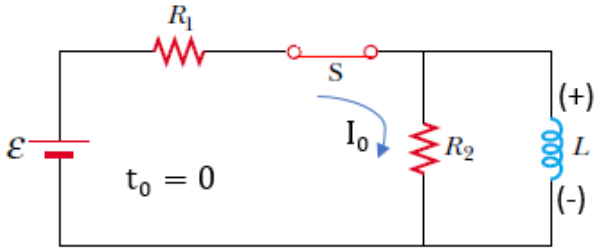
Μονάδες 6

4.4. Αν το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο είναι $\Delta\mathrm{t} = 0{,}2\mathrm{s}$ να υπολογίσετε τη μέση θερμική ισχύ που θα παραχθεί στους ωμικούς αντιστάτες σε αυτό το χρονικό διάστημα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

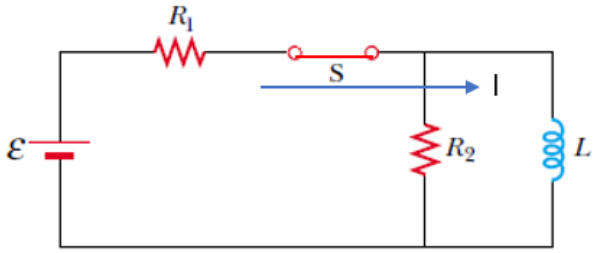
4.1. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (κλείσιμο του διακόπτη), το πηνίο εμποδίζει την διέλευση του ρεύματος από το εσωτερικό του λόγω δημιουργίας στα άκρα του ΗΕΔ από αυτεπαγωγή. Το αρχικό ρεύμα I_0 στο κύκλωμα διέρχεται μόνο από τους αντιστάτες R_1 και R_2.



Η τιμή του ρεύματος αυτού είναι

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A$$

Στην συνέχεια, στο πηνίο αρχίζει σταδιακά να μειώνεται η τάση από αυτεπαγωγή και να διέρχεται ρεύμα από το εσωτερικό του. Όταν το ρεύμα στο πηνίο σταθεροποιηθεί, δεν θα διέρχεται ρεύμα από τον κλάδο του κυκλώματος που περιέχει την αντίσταση R_2 γιατί η τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδέν.

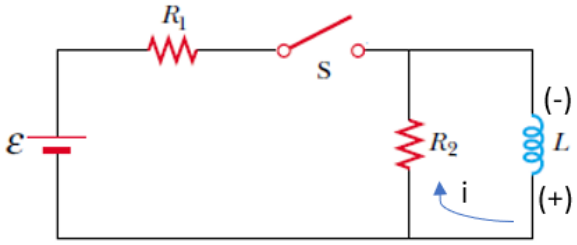


Το τελικό ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{12V}{5\Omega} = 2{,}4A$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν ανοίξουμε τον διακόπτη, επειδή μεταβάλλεται το ρεύμα στο πηνίο, στα άκρα του εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή. Η πολικότητά της θα είναι τέτοια ώστε να αντιστέκεται στην μείωση του ρεύματος, δημιουργώντας ρεύμα ίδιας φοράς με αυτό που διαρρεόταν το πηνίο πριν το άνοιγμα του διακόπτη. Η πολικότητα αυτή σημειώνεται στο παρακάτω σχήμα και το ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα που αποτελείται από τον αντιστάτη R_2 και το πηνίο. Ο αντιστάτης R_1 δεν διαρρέεται από ρεύμα γιατί δεν ανήκει σε κάποιο κλειστό κύκλωμα.



Μονάδες 6

4.3. Μετά το άνοιγμα του διακόπτη, την στιγμή που το ρεύμα στον αντιστάτη R_2 είναι $i_1 = 0{,}3A$, η τάση στα άκρα του θα είναι ίση με την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, δηλαδή

$$V_2 = E_{ΑΥΤ} = i_1 R_2 = 0{,}3A \cdot 1\Omega = 0{,}3V$$

Από τον ορισμό της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχουμε:

$$E_{ΑΥΤ} = -L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow L = -\frac{E_{ΑΥΤ}}{\frac{di}{dt}} = \frac{0{,}3}{10}H = 0{,}03H$$

Ο ρυθμός απώλειας ενέργειας από το πηνίο την χρονική στιγμή t_1 είναι

$$P = V_2 \cdot i = 0{,}3V \cdot 0{,}3A = 0{,}09\frac{J}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμότητα που θα παραχθεί από τους ωμικούς αγωγούς του κυκλώματος είναι ίση με την ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο πηνίο, δηλαδή

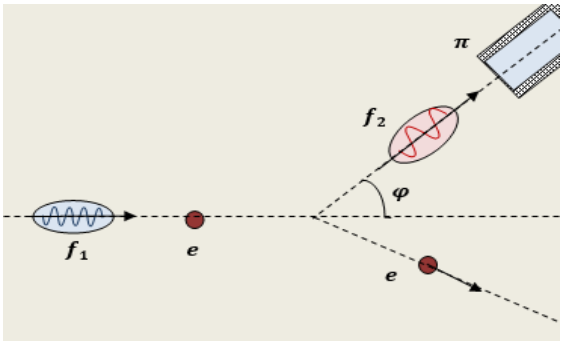
$$Q_{θερμική} = U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}0{,}03 \cdot 2{,}4^2 J = 0{,}0864J$$

Η μέση θερμική ισχύς που θα απελευθερωθεί είναι

$$\overline{P} = \frac{Q_{θερμική}}{\Delta t} = \frac{0{,}0864}{0{,}2}W = 0{,}432W$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2



2.1. Μελετώντας την πρόσπτωση ακτινών X, σε μια επιφάνεια, ο Compton περιέγραψε την σκέδαση των φωτονίων μήκους κύματος λ μέσω της σχέσης ($\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c}(1 - συνφ)$), όπου h είναι η σταθερά Planck, m η μάζα του ηλεκτρονίου και c η ταχύτητα του φωτός. Η ποσότητα $\frac{h}{m \cdot c}$, έχει διαστάσεις μήκους κύματος και ονομάζεται μήκος κύματος Compton των ηλεκτρονίων ($\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$). Μια δέσμη φωτονίων με μήκος κύματος ίσο με το μισό του μήκους κύματος Compton ($\lambda = \frac{\lambda_c}{2}$) σκεδάζεται από τα ηλεκτρόνια ενός στόχου από άνθρακα. Αν ανιχνεύσαμε σκεδαζόμενη δέσμη φωτονίων με κατάλληλο "παράθυρο", και γωνία σκέδασης $\varphi = 60^o$, όπως στο σχήμα, το μήκος κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων σε σχέση με το αρχικό είναι:

(α) αυξημένο κατά 100%,

(β) μειωμένο κατά 100%,

(γ) αυξημένο κατά 50%.

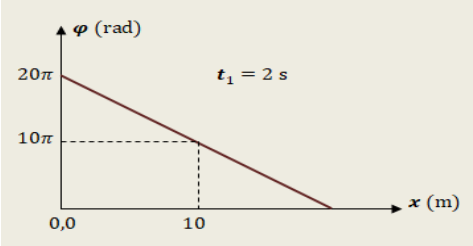
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας, σε γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους (τεντωμένη χορδή), που η αρχική του διεύθυνση ταυτίζεται με ημιάξονα Ox. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O της χορδής και εξαναγκάζει το σημείο αυτό σε ταλάντωση κάθετα στη διεύθυνσή Ox. Η απομάκρυνση του άκρου O της χορδής από τη θέση ισορροπίας του αποδίδεται από τη σχέση $y = A \cdot ημωt$. Στο διάγραμμα παριστάνεται η φάση ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου, σε συνάρτηση με την απόσταση x της θέσης ισορροπίας τους από την πηγή, τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s.



Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

(α) $υ = 5\ \frac{m}{s}$, **(β)** $υ = 10\frac{m}{s}$, **(γ)** $υ = 12{,}5\ \frac{m}{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στο φαινόμενο Compton κάθε φωτόνιο χάνει μέρος της αρχικής του ενέργειας που μεταβιβάζεται στο ηλεκτρόνιο και αυτή η συμπεριφορά ήταν μια ακόμη επιβεβαίωση του σωματιδιακού χαρακτήρα του φωτός. Άρα, ελαττώνεται η συχνότητα και αυξάνεται το μήκος κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων σε σχέση με τα αρχικά. Το ποσοστό αύξησης, έστω π, του μήκους κύματος είναι:

$$\pi = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{\lambda_C \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu 60^o)}{\frac{\lambda_C}{2}} \cdot 100\% = 100\%$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η φάση ταλάντωσης των υλικών σημείων της χορδής, σε συνάρτηση με τη θέση x στον άξονα αλλά και σε συνάρτηση με το χρόνο διάδοσης του κύματος, δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (1)$$

όπου T η περίοδος ταλάντωσης και λ το μήκος κύματος του γραμμικού κύματος που διαδίδεται στη χορδή.

Με τη βοήθεια του δεδομένου διαγράμματος διαπιστώνουμε:

- Τη στιγμή $t_1 = 2$ s, το υλικό σημείο της θέσης $x_0 = 0$ (άκρο χορδής), έχει φάση $\varphi_0 = 20\pi$ rad. Έτσι εφαρμόζοντας τη σχέση (1) προκύπτει

$$2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} - \frac{0}{\lambda}\right) = 20\pi \quad , \quad T = \frac{4\text{ s}}{20} = 0{,}2\text{ s} \quad , \quad f = \frac{1}{T} = 5\text{ Hz}$$

- Τη στιγμή $t_1 = 2$ s, το υλικό σημείο της θέσης $x_1 = 10$ m, έχει φάση $\varphi_1 = 10\pi$ rad. Έτσι εφαρμόζοντας τη σχέση (1) προκύπτει

$$2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) = \varphi_1 \quad , \quad \lambda = \frac{x_1}{\frac{t_1}{T} - \frac{\varphi_1}{2\pi}} = 2\text{ m}$$

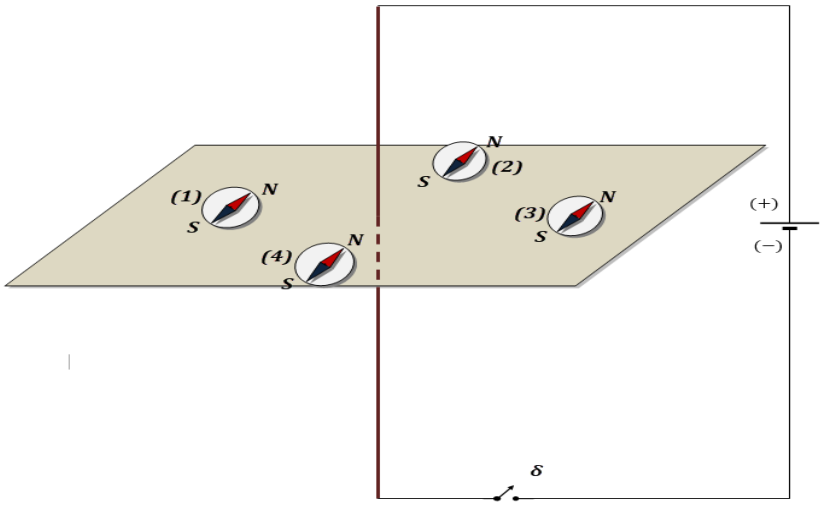
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

$$\upsilon_\delta = \lambda \cdot f = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, βρίσκονται τέσσερεις πυξίδες, με τις μαγνητικές τους βελόνες προσανατολισμένες από το μαγνητικό πεδίο της Γης. Τα κέντρα των πυξίδων σχηματίζουν τετράγωνο. Ένας κατακόρυφος μεταλλικός αγωγός, τρυπάει το οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο τομής των διαγωνίων του τετραγώνου.



Τα άκρα του αγωγού συνδέονται με την ηλεκτρική πηγή που φαίνεται στο σχήμα, μέσω διακόπτη δ, που είναι αρχικά ανοικτός. Γνωρίζουμε πως όταν κλείνουμε τον διακόπτη δ, οι μαγνητικές βελόνες των πυξίδων επηρεάζονται κυρίως από το μαγνητικό πεδίο του ρευματοφόρου αγωγού, που είναι στην περιοχή πολύ ισχυρότερο από το μαγνητικό πεδίο της Γης. Έτσι, περιμένουμε ότι σε σχέση με την αρχική τους θέση, θα περιστραφούν γύρω από τον άξονά τους, οι μαγνητικές βελόνες, των πυξίδων:

(α) (1) και (3).

(β) (2) και (4).

(γ) (2), (3) και (4).

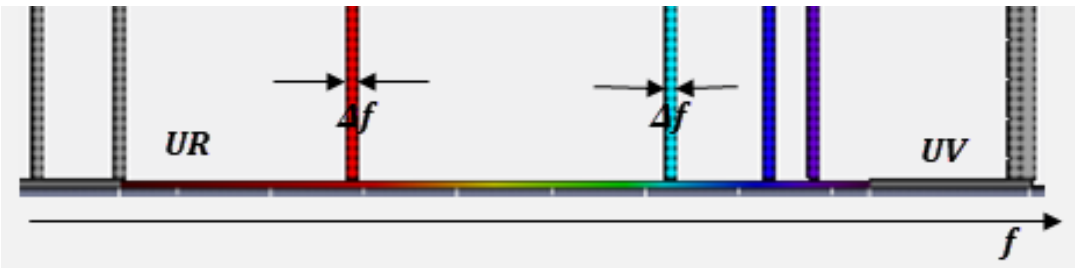
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ας υποθέσουμε ότι η διατύπωση της αρχής αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας, μπορεί να γραφεί με τη μορφή $\Delta E \cdot \Delta t \cong \frac{h}{2\pi}$, όπου h η σταθερά του Planck και Δt ο χρόνος εξέλιξης ενός κβαντικού φαινομένου. Αυτή η αρχή μπορεί να εξηγήσει γιατί στα γραμμικά φάσματα εκπομπής των χημικών στοιχείων, το φως που εκπέμπεται σε χαρακτηριστικά για το στοιχείο, μήκη κύματος, δεν είναι αυστηρά μονοχρωματικό.



Για παράδειγμα, στο γραμμικό φάσμα εκπομπής του υδρογόνου, που αποδίδεται με μια εικόνα προσομοίωσης στο πιο πάνω σχήμα, κάθε φασματική γραμμή έχει ένα εύρος συχνοτήτων Δf.

Αν υποθέσουμε ότι ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου, στη διεγερμένη κατάσταση, για τα άτομα του υδρογόνου είναι $\Delta t = \frac{4}{\pi} \cdot 10^{-8}\ s$, τότε αυτό το εύρος είναι:

(α) $\Delta f = 0$, **(β)** $\Delta f = 1{,}25 \cdot 10^{7}\ \mathrm{Hz}$, **(γ)** $\Delta f = 8 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Hz}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

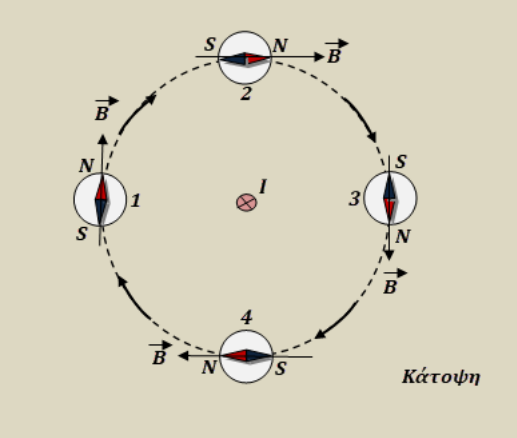
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4



2.1.Β. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται γύρω από τον κατακόρυφο ρευματοφόρο αγωγό, απεικονίζεται με δυναμικές γραμμές οι οποίες είναι κυκλικές, με κέντρα πάνω στον αγωγό, σε επίπεδα κάθετα προς αυτόν και φορά που προσδιορίζεται με τη βοήθεια του κανόνα του δεξιού χεριού. Αυτό αποδίδεται στο διπλανό σχήμα με τη βοήθεια μιας κάτοψης στην οποία φαίνεται το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο βρίσκονται οι μαγνητικές βελόνες των τεσσάρων πυξίδων καθώς και η κυκλική δυναμική γραμμή που περνάει από τα κέντρα τους. Στο κέντρο φαίνεται ο κατακόρυφος αγωγός και η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος που τον διαρρέει από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε τη φορά της δυναμικής γραμμής. Θα στραφούν γύρω από τον άξονά τους οι μαγνητικές βελόνες των πυξίδων (2), (3) και (4), όταν κλείσει ο διακόπτης δ, εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου, αφού προσανατολίζονται πάντα έτσι, ώστε η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκονται να κατευθύνεται παράλληλα προς τον άξονα της μαγνητικής βελόνας, από τον νότιο (S), προς τον βόρειο (N), μαγνητικό της πόλο. Θεωρούμε, σύμφωνα με την εκφώνηση, ότι οι μαγνητικές βελόνες, όταν κλείσει ο διακόπτης δ επηρεάζονται μόνο από το μαγνητικό πεδίο του ρευματοφόρου αγωγού.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου σε μια αποδιέγερση του ατόμου του υδρογόνου είναι ίση με το γινόμενο της σταθεράς Planck επί τη συχνότητα συχνότητα f του φωτονίου, δηλαδή $E_{\varphi} = h \cdot f$. Μια διαφοροποίηση-απροσδιοριστία στην ενέργεια φωτονίου, θα σημαίνει διαφοροποίηση-απροσδιοριστία στη συχνότητα του εκπεμπόμενου φωτονίου. Δηλαδή είναι $\Delta E = h \cdot \Delta f$ και αυτό θα φαίνεται σαν ένα εύρος κατά $\Delta f = \frac{\Delta E}{h}$ (1) , στην αντίστοιχη φασματική γραμμή, του γραμμικού φάσματος του υδρογόνου.

Εφαρμόζουμε την αρχή της απροσδιοριστίας χρόνου-ενέργειας με την προσεγγιστική έκφραση που μας δόθηκε: $\Delta E \cdot \Delta t = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta E = \frac{h}{2\pi \cdot \Delta t}$ (2)

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει $\Delta f = \frac{h}{2\pi \cdot \Delta t \cdot h} = \frac{1}{2\pi \cdot \Delta t}$ (3)

Το κβαντικό γεγονός «αποδιέγερση» του ατόμου έχει χρόνο εκδήλωσης $\Delta t = \frac{4}{\pi} \cdot 10^{-8}$ s, που είναι ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου στη διεγερμένη του κατάσταση και αποτελεί τη χρονική απροσδιοριστία του. Αντικαθιστώντας στην (3) προκύπτει:

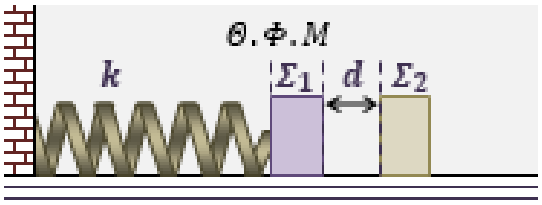
$$\Delta f = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{4}{\pi} \cdot 10^{-8}} \text{ Hz} = \frac{10^8}{8} \, Hz = \mathbf{1,25 \cdot 10^7 \ Hz}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα Σ_1, αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_1 = 500\ \mathrm{g}$, είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο και αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος.

Πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σε απόσταση $d = 0{,}1 \cdot \sqrt{3}\ \mathrm{m}$ από το Σ_1, βρίσκεται ακίνητο δεύτερο σώμα Σ_2 επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$.



Εκτρέπουμε το σύστημα ελατηρίου-σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του, μετατοπίζοντας το Σ_1 οριζόντια κατά $A = 0{,}2 \cdot \sqrt{3}\ \mathrm{m}$ πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε το ελατήριο να συσπειρώνεται και από τη θέση αυτή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θα συγκρουστούν με πλαστική κρούση ασήμαντης χρονικής διάρκειας.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1, ελάχιστα πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

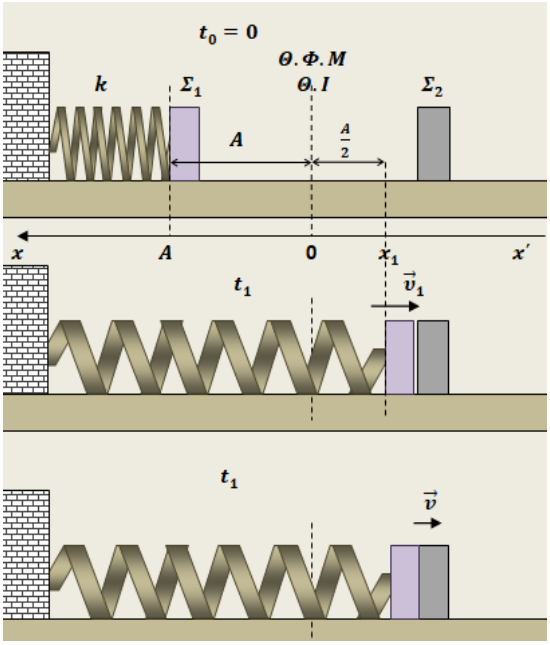
Μονάδες 7

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα ιδανικού ελατηρίου-μάζας σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αποτελεί πρότυπο αρμονικό ταλαντωτή. Το σώμα Σ_1, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά του ελατηρίου. Η θέση από την οποία αφήσαμε το σώμα Σ_1 να κινηθεί, είναι ακραία θέση ταλάντωσης και η απόστασή της από τη θέση ισορροπίας, είναι το πλάτος της. Εφαρμόζουμε διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης, από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα Σ_1 να κινηθεί από ακραία θέση ταλάντωσης, μέχρι τη στιγμή που θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2, στη θέση $x_1 = d$ της ταλάντωσης που εκτελεί:



$$E_{\tau\alpha\lambda}^{A.\Theta} = E_{\tau\alpha\lambda}^{T.\Theta}, \quad \frac{1}{2}\cdot k\cdot A^2 = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_1^2$$

$$|\upsilon_1| = \sqrt{\frac{k}{m_1}\cdot(A^2 - x_1^2)} = \sqrt{\frac{100}{0{,}5}\cdot(3\cdot 0{,}04 - 3\cdot 0{,}01)}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\text{Τελικά:}\quad |\upsilon_1| = \sqrt{600\cdot 0{,}03}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3\cdot\sqrt{2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 είναι:

$$\left|\frac{dp}{dt}\right|_{\Sigma_1}^{\pi\rho\iota\nu} = |\sum F|_{\Sigma_1}^{\pi\rho\iota\nu} = |F_{\varepsilon\lambda}|_{\pi\rho\iota\nu} = k\cdot d = 100\cdot 0{,}1\cdot\sqrt{3}\ \mathrm{N} = 10\cdot\sqrt{3}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση και υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά από αυτή:

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau\alpha}, \qquad m_1\cdot\vec{\upsilon}_1 = (m_1 + m_2)\cdot\vec{\upsilon}$$

$$\text{Τελικά:}\quad |\upsilon| = \frac{0{,}5}{4{,}5}\cdot|\upsilon_1| = \frac{\sqrt{2}}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση βρίσκεται σε τυχαία θέση της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί εξαιτίας του ελατηρίου. Εφαρμόζουμε και πάλι διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης για να υπολογίσουμε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος:

$$\frac{1}{2}\cdot k\cdot x_1^2 + \frac{1}{2}\cdot(m_1 + m_2)\cdot\upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot k\cdot A'^2$$

$$\text{ή}\quad A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{m_1+m_2}{k}\cdot\upsilon^2} = \sqrt{0{,}03 + \frac{4{,}5}{100}\cdot\frac{2}{9}}\ \mathrm{m} = \sqrt{0{,}04}\ \mathrm{m} = 0{,}2\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 7

4.4. Θεωρώντας, αυθαίρετα, ως θετική την φορά προς τα αριστερά, η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση, είναι:

$$\frac{dK}{dt} = (\sum F)\cdot\upsilon = F_{\varepsilon\pi\alpha\nu\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma}\cdot\upsilon = -k\cdot x_1\cdot\upsilon = -100\cdot(-0{,}1\cdot\sqrt{3})\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = -\frac{10\cdot\sqrt{6}}{3}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

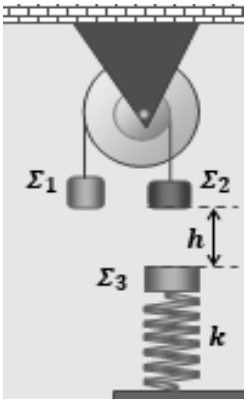
Σχόλιο: το πρόσημο του αποτελέσματος είναι αναμενόμενο, αφού κατά την κίνηση προς την ακραία θέση της ταλάντωσης, η κινητική ενέργεια μειώνεται.

Παρατήρηση: Η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας που υπολογίσαμε, δεν αλλάζει αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα δεξιά. Και στην περίπτωση αυτή τα μεγέθη x_1 και υ θα είναι ομόσημα (θετικά) και ο ρυθμός μεταβολής θα προκύψει και πάλι αρνητικός.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ομοαξονικές τροχαλίες με ακτίνες R_1 και R_2, για τις οποίες ισχύει $R_1 = 2 \cdot R_2$. Οι δύο τροχαλίες αποτελούν ένα ενιαίο στερεό το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα στο κέντρο του. Στα αυλάκια της διπλής τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρή νήματα και στο άκρο τους αντίστοιχα έχουμε δέσει τα σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας $m_2 = 1\ \text{kg}$. Αρχικά η διπλή τροχαλία και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 ισορροπούν ακίνητα, όπως στο σχήμα.



Κάποια στιγμή το νήμα που κρατάει το σώμα Σ_2 κόπηκε και το σώμα αυτό, με ελεύθερη πτώση, πέφτει και συγκρούεται με άλλο σώμα Σ_3, το κέντρο του οποίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το κέντρο του Σ_2, σε απόσταση $h = 0{,}45\ \text{m}$ κάτω από αυτό. Το σώμα Σ_3 έχει μάζα $m_3 = 2\ \text{kg}$ και αρχικά ισορροπεί ακίνητο, δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ \frac{N}{m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί αμέσως μετά, κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από τα σώματα Σ_2 και Σ_3, αμέσως μετά την πλαστική κρούση μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

Να υποθέσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

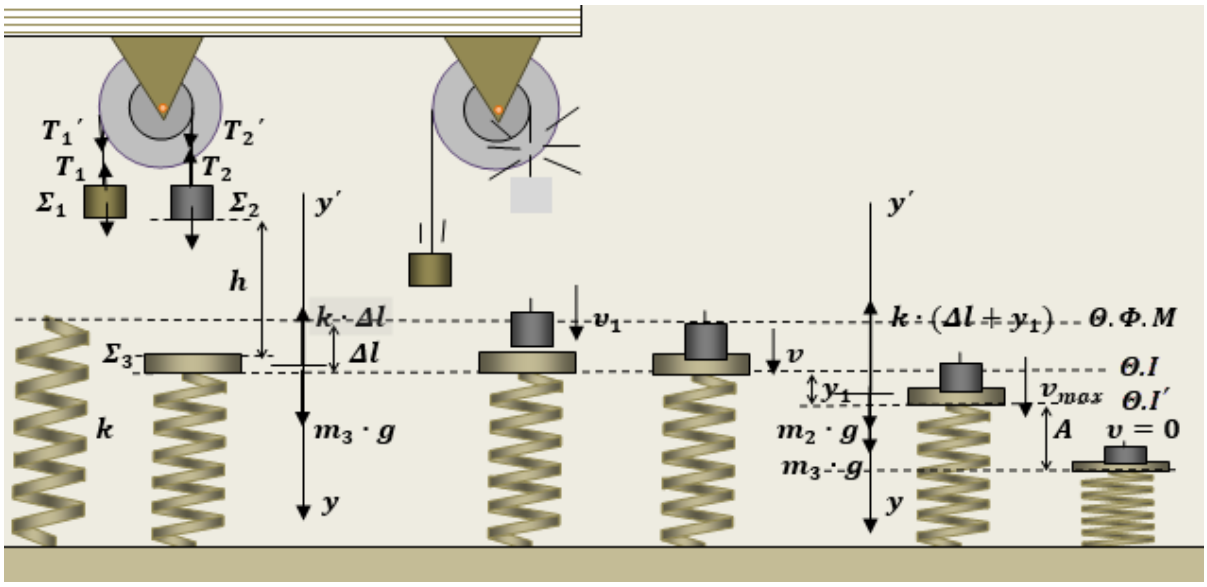
4.1. Κάθε ένα από τα σώματα Σ_1, Σ_2, ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης (τάσης) του νήματος που το κρατάει. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων για κάθε σώμα:

$$\Sigma_1: \qquad \sum F = 0, \;\; T_1 = m_1 \cdot g$$

$$\Sigma_2: \qquad \sum F = 0, \;\; T_2 = m_2 \cdot g$$

Τα τεντωμένα αβαρή νήματα, ασκούν στα άκρα τους αντίθετες δυνάμεις. Έτσι κατά μέτρο, για τις δυνάμεις που δέχεται η διπλή τροχαλία από τα νήματα ισχύουν:

$$T_1{}' = T_1 = m_1 \cdot g \quad \text{και} \quad T_2{}' = T_2 = m_2 \cdot g$$



Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων που δέχεται η διπλή τροχαλία, ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$$\sum \tau = 0\,, \text{ ή } \quad T_2{}' \cdot R_2 = T_1{}' \cdot R_1, \;\; m_2 \cdot g \cdot R_2 = m_1 \cdot g \cdot R_1$$

$$\text{Τελικά:} \qquad m_1 = m_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = \frac{m_2}{2} = 0{,}5 \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την πτώση του σώματος Σ_2, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι να φτάσει να συγκρουστεί με το σώμα Σ_3:

$$\Delta K = W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}, \quad \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_1^2 = m_2 \cdot g \cdot h, \qquad \upsilon_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα των δυο σωμάτων κατά την πλαστική μεταξύ τους κρούση (ασήμαντης χρονικής διάρκειας):

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}, \;\; m_2 \cdot \upsilon_1 = (m_3 + m_2) \cdot \upsilon \Rightarrow$$

$$\upsilon = \frac{m_2}{m_3 + m_2} \cdot \upsilon_1 = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Αρχικά το σώμα Σ_3 ισορροπεί (Θ.Ι), έχοντας προκαλέσει με το βάρος του συσπείρωση κατά Δl στο ελατήριο. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F = 0, m_3 \cdot g = k \cdot \Delta l \qquad (1)$$

και υπολογίζουμε: $\Delta l = \frac{m_3 \cdot g}{k} = 0{,}2\ \mathrm{m}$

Το συσσωμάτωμα έχει μεγαλύτερο βάρος και η θέση ισορροπίας του (Θ.Ι΄), είναι πιο κάτω από τη θέση ισορροπίας του Σ_3 κατά y_1, όπου ισχύει και πάλι συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F = 0, (m_3 + m_2) \cdot g = k \cdot (\Delta l + y_1) \qquad (2)$$

Και υπολογίζουμε: $\Delta l + y_1 = \frac{(m_3 + m_2) \cdot g}{k} = 0{,}3\ \mathrm{m},\ y_1 = 0{,}1\ \mathrm{m}$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση, για τη συνισταμένη των δυνάμεων, ισχύει:

$$\sum F = k \cdot \Delta l - (m_2 + m_3) \cdot g \overset{(2)}{\Rightarrow} \sum F = k \cdot \Delta l - k \cdot (\Delta l + y_1) = -k \cdot y_1$$

Άρα το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά k του ελατηρίου.

Η θέση της κρούσης αποτελεί τυχαία θέση της ταλάντωσης. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot y_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_2 + m_3) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

$$A = \sqrt{y_1^2 + \frac{m_2 + m_3}{k} \cdot v^2} = 0{,}2\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 7

4.4. Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργεια του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση ισχύει:

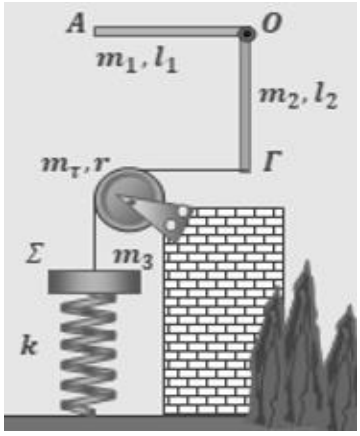
$$\frac{dK}{dt} = (\sum F) \cdot v = F_{\varepsilon\pi} \cdot v = -k \cdot y_1 \cdot v = -100 \cdot (-0{,}1) \cdot 1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

<u>Παρατήρηση</u>: Για το πρόσημο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας, δεν παίζει ρόλο η θετική φορά που έχουμε θεωρήσει. Αν αλλάξουμε θετική φορά, θα αλλάξει το πρόσημο και στην ταχύτητα αλλά και στην απομάκρυνση και ο ρυθμός μεταβολής θα προκύψει και πάλι θετικός

ΘΕΜΑ 4

Δύο λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι (OA) και ($O\Gamma$), έχουν συγκολληθεί στο κοινό τους άκρο O, έτσι ώστε να κινούνται σαν ένα σώμα και να είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο κοινό άκρο O των δύο ράβδων προσαρμόσαμε σταθερό άξονα, οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδό τους, γύρω από τον οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες $m_{(OA)} = m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ και $m_{(O\Gamma)} = m_2 = 3\ \mathrm{kg}$. Τα μήκη των δύο ράβδων είναι ίσα και δίνονται $l_1 = l_2 = l = 2{,}5\ \mathrm{m}$. Στο άκρο Γ της ράβδου $O\Gamma$, δέσαμε το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο περνάει στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας $m_\tau = 1\ \mathrm{kg}$ και ακτίνας r, η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα στο κέντρο της. Το νήμα μετά την τροχαλία τεντωμένο και κατακόρυφο, δένεται σε σώμα Σ, μάζας $m_3 = 3\ \mathrm{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού, κατακόρυφου και αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 300\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Το κέντρο μάζας του Σ βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία του άξονα του ελατηρίου.



Αρχικά η διάταξη ισορροπεί, με όλα τα σώματα ακίνητα και τα κέντρα τους στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης ($\vec{T}$) του νήματος, την οποία δέχεται η ράβδος ($O\Gamma$) στο άκρο Γ.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ($\vec{F}$), την οποία δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόψαμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να τεθεί σε κατακόρυφη ταλάντωση.

4.3 Να δείξετε ότι η ταλάντωση του σώματος Σ είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την περίοδό της.

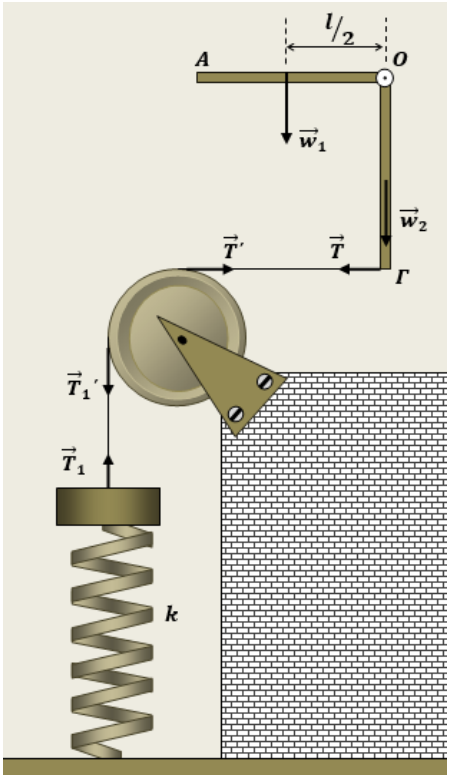
Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου.

Μονάδες 7

Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα των δύο ράβδων, ως προς τον άξονα στο O:

$$(\sum \tau)_o = 0\,, \quad w_1 \cdot \frac{l}{2} = T \cdot l, \quad T = \frac{w_1}{2} = \frac{m_1 \cdot g}{2} = 30\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 6

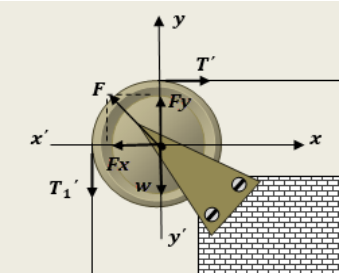
4.2. Το τεντωμένο οριζόντιο τμήμα του αβαρούς νήματος, ασκεί στα άκρα του δυνάμεις αντίθετες. Δηλαδή κατά μέτρο ισχύει:

$$T' = T = 30\ \mathrm{N}$$

Εφαρμόζουμε στην τροχαλία συνθήκη ισορροπίας ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής στο κέντρο της:

$$(\sum \tau)_{\alpha\xi} = 0, \quad T_1{}' \cdot r = T \cdot r\,, \quad T_1{}' = T = 30\ \mathrm{N}$$

Αναλύουμε τη δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_x, \vec{F}_y$ οριζόντια και κατακόρυφα, όπως στο σχήμα. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά άξονες:



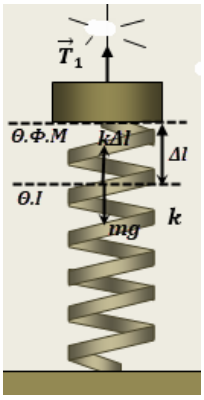
$$\sum F_x = 0\ , \quad T' - F_x = 0\ , \quad F_x = T' = 30\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 0\ , \quad F_y - T_1{}' - w = 0\ , \quad F_y = T_1{}' + w = 40\ \mathrm{N}$$

Εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης F που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 50\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 6



4.3. Το τεντωμένο κατακόρυφο τμήμα του αβαρούς νήματος, ασκεί στα άκρα του αντίθετες δυνάμεις. Δηλαδή κατά μέτρο ισχύει: $T_1 = T_1{}' = 30\ \mathrm{N}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται κατακόρυφα και προς τα πάνω στο σώμα Σ είναι ίσο με το μέτρο του βάρους του $w_3 = m_3 \cdot g = 30\ \mathrm{N}$.

Άρα το σώμα Σ ισορροπεί αρχικά στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Ακόμη και αν δεν κάνουμε αυτή την παρατήρηση, θα καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας για το Σ.

Όταν κοπεί το νήμα το σώμα αρχίζει να ταλαντώνεται κατακόρυφα γύρω από τη θέση ισορροπίας του $(\Theta.I)$, στην οποία το ελατήριο έχει συσπείρωση κατά Δl και ισχύει:

$$(\sum F)_{\Theta.I} = 0\,,\ k \cdot \Delta l = m_3 \cdot g\,,\ \ \Delta l = \frac{m_3 \cdot g}{k} = \frac{30}{300}\ \mathrm{m} = 0{,}1\ \mathrm{m}$$

Στην τυχαία θέση καθώς κατεβαίνει το σώμα Σ και είναι κατά x πάνω από τη θέση ισορροπίας του, ισχύει:

$$\sum F' = k \cdot (\Delta l - x) - m_3 \cdot g = k \cdot \Delta l - k \cdot x - m_3 \cdot g = -k \cdot x$$

Άρα η ταλάντωση του σώματος είναι απλή αρμονική.

Μονάδες 7

4.4. Τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και άρχισε η απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος, η ταχύτητά του Σ ήταν μηδέν. Άρα η αρχική του θέση ήταν ακραία θέση της ταλάντωσης που ακολουθεί, συνεπώς το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με την συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος:

$$A = \Delta l = 0{,}1 \text{ m}$$

Η μέγιστη συσπείρωση ελατηρίου θα εμφανίζεται στο κάτω άκρο της ταλάντωσης, θα είναι:

$$\Delta l_{max} = 2 \cdot A = 0{,}2 \text{ m} ,$$

με αποτέλεσμα η μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου να είναι:

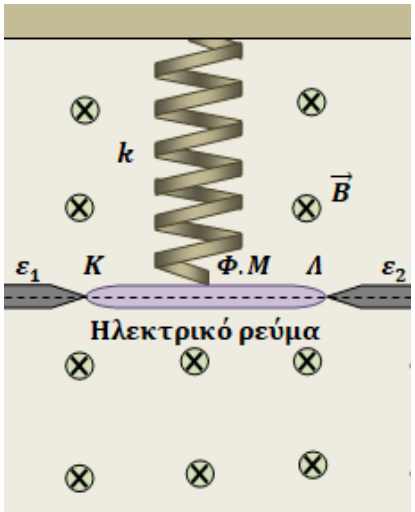
$$U_{\varepsilon\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (2 \cdot A)^2 = 2 \cdot k \cdot A^2 = 2 \cdot 300 \cdot 0{,}01 \text{ J} = 6 \text{ J}$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται στις ακραίες θέσεις της και είναι:

$$U_{\tau\alpha\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 0{,}01 \text{ J} = 1{,}5 \text{ J}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός $K\Lambda$, μήκους $l = 20\,\text{cm}$ και μάζας $m = 200\,\text{g}$, είναι στερεωμένος στο κάτω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 20\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή, έτσι ώστε ο αγωγός να είναι πάντα οριζόντιος. Αρχικά τα άκρα του αγωγού $K\Lambda$ είναι σε αγώγιμη επαφή με δύο μεταλλικές επαφές $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ οι οποίες δεν ασκούν καμία δύναμη στήριξης στον αγωγό, απλά η επαφή μαζί τους έχει ως αποτέλεσμα αυτός να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης και φοράς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ μέτρου $B = 4\,\text{T}$, με αποτέλεσμα ο αγωγός $K\Lambda$, να ισορροπεί ακίνητος και το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στο σχήμα βλέπετε μια όψη αυτής της υποθετικής διάταξης, με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να κατευθύνονται από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Να θεωρήσετε $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας.

4.1.Να προσδιορίσετε την ένταση και τη φορά του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό $K\Lambda$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με τη βοήθεια αυτοματισμού που υπάρχει στη διάταξη, απομακρύνονται ακαριαία οι δύο επαφές $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με αποτέλεσμα ο αγωγός $K\Lambda$ να πάψει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και να αρχίσει να ταλαντώνεται. Οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

4.2.Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση που εκτελεί ο αγωγός $K\Lambda$ είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητά της.

Μονάδες 7

4.3.Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου στη διάρκεια της ταλάντωσης του αγωγού $K\Lambda$.

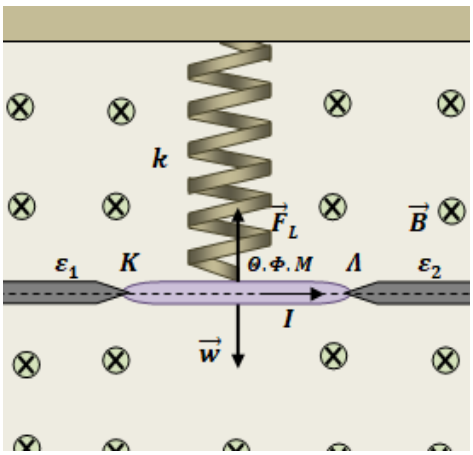
Μονάδες 6

4.4.Να εκφράσετε τη διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Lambda$ που επάγεται στα άκρα του αγωγού $K\Lambda$, ως συνάρτηση του χρόνου από τη στιγμή που άρχισε η ταλάντωσή του.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

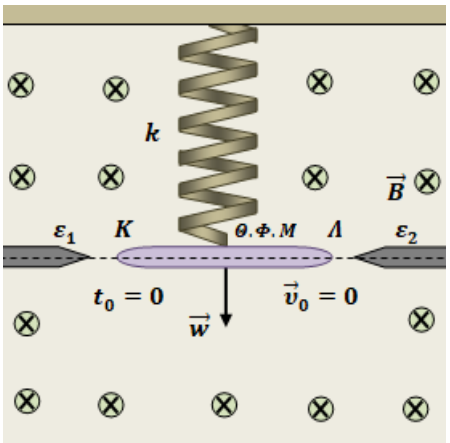
4.1. Αρχικά ο αγωγός $K\Lambda$ ισορροπεί ακίνητος με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο, επειδή διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, ενώ το ελατήριο δεν του ασκεί δύναμη αφού βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Η δύναμη Laplace ($\vec{F}_L$) πρέπει να έχει κατεύθυνση προς τα πάνω και με τη βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η (συμβατική) φορά του ρεύματος είναι από το Κ προς το Λ. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων:

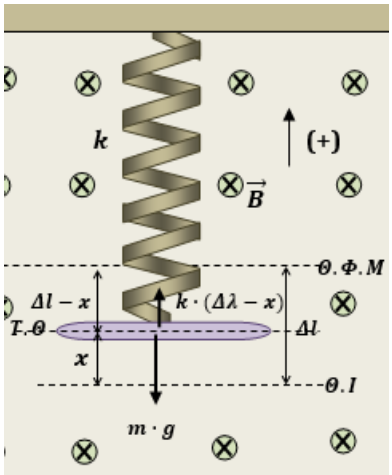


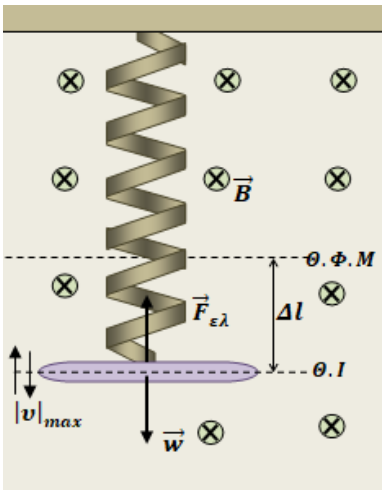
$$\sum F_y = F_L - w = 0,\ B \cdot I \cdot l = m \cdot g, \quad I = \frac{m \cdot g}{B \cdot l} = 2{,}5\ \mathrm{A}$$

Μονάδες 6

4.2. Τη στιγμή $t_0 = 0$, απομακρύνονται ακαριαία οι επαφές και ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα. Καταργείται η δύναμη Laplace και ο αγωγός $K\Lambda$ δεν ισορροπεί. Αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, προς τη θέση ισορροπίας του ($\Theta.I$) με επιτάχυνση, περνάει από αυτή με μέγιστη ταχύτητα, στη συνέχεια επιβραδύνεται μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του και η κίνηση επαναλαμβάνεται αντίστροφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση και θα αποδείξουμε ότι είναι απλή αρμονική.







Στη θέση ισορροπίας ($\Theta.I$) εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F_y = k \cdot \Delta l - m \cdot g = 0, \quad \Delta l = \frac{m \cdot g}{k} = 0{,}1\ \mathrm{m} \qquad (1)$$

Καθώς το σώμα κατεβαίνει, το θεωρούμε σε μια τυχαία θέση ($T.\Theta$) και με θετική φορά προς τα πάνω, εκφράζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων, σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας:

$$\sum F_{T.\Theta} = k \cdot (\Delta l - x) - m \cdot g = k \cdot \Delta l - k \cdot x - mg = -k \cdot x$$

Άρα ο αγωγός $K\Lambda$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά k του ελατηρίου. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}2}}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 7

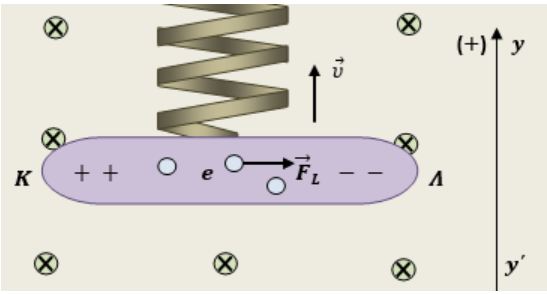
4.3 Η αρχική θέση του αγωγού τη στιγμή $t_0 = 0$ είναι η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης, αφού ο αγωγός ξεκινά χωρίς ταχύτητα, με αποτέλεσμα το πλάτος ταλάντωσης να είναι:

$$A = \Delta l = 0{,}1 \text{ m}$$

Το σώμα καθώς ταλαντώνεται κατεβαίνει μέχρι την κάτω ακραία θέση ταλάντωσης η οποία απέχει, επίσης, A από τη θέση ισορροπίας. Έτσι η μέγιστη επιμήκυνση ελατηρίου είναι $\Delta l_{max} = 2 \cdot A = 0{,}2$ m και η μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου:

$$U_{max}^{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l_{max}^2 = 0{,}4 \text{ J}$$

Μονάδες 6



4.4 Καθώς ο αγωγός κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση, τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του δέχονται δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο. Έτσι στιγμιαία συμβαίνει διαχωρισμός ηλεκτρικών φορτίων στα άκρα του και δημιουργείται τάση από επαγωγή. Τα ηλεκτρόνια δέχονται ηλεκτρομαγνητική δύναμη προς το Λ όταν ο αγωγός $K\Lambda$ κινείται προς τα πάνω, με αποτέλεσμα η διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Lambda$ που δημιουργείται εξαιτίας του φαινομένου να είναι θετική, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω και θα υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού από τη σχέση $V_K - V_\Lambda = B \cdot \upsilon \cdot l$, όπου υ είναι η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας της ράβδου, στη διάρκεια της ταλάντωσης που εκτελεί.

Για την ταλάντωση του αγωγού ΚΛ ισχύουν οι σχέσεις:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad \upsilon = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Όπου y η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του κέντρου του αγωγού $K\Lambda$ και υ η ταχύτητά του. Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ήταν στο πάνω άκρο της ταλάντωσης χωρίς ταχύτητα θέτουμε $t_0 = 0$ στις παραπάνω σχέσεις και προκύπτουν:

$$y_0 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A, \qquad \upsilon_0 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0$$

$$\text{ή} \qquad \eta\mu\varphi_0 = 1, \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0 \qquad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Έτσι για τη ζητούμενη διαφορά δυναμικού προκύπτει η συνάρτηση με το χρόνο:

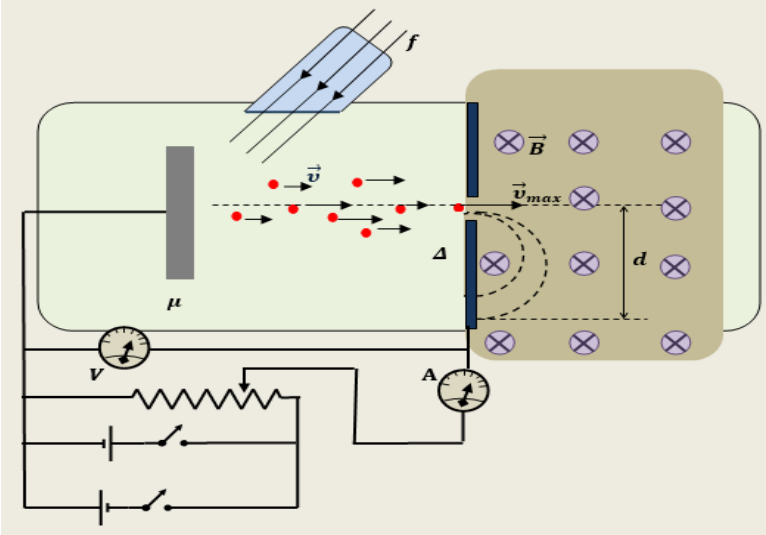
$$V_K - V_\Lambda = B \cdot l \cdot \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (S.I)$$

Τελικά: $$\boldsymbol{V_K - V_\Lambda = 0{,}8 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (S.I)}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Με τη βοήθεια μιας συσκευής παρατήρησης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, δημιουργήσαμε μια πειραματική διάταξη μέτρησης της σταθεράς δράσης του Planck (h), η οποία φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Η κάθοδος αποτελείται από μέταλλο (μ), με άγνωστο έργο εξαγωγής (φ) και φωτίζεται κατάλληλα μέσω παραθύρου εισόδου του φωτός. Η άνοδος είναι μια μεταλλική επίπεδη επιφάνεια με οπή σε κατάλληλη θέση, ώστε να περνά μια δέσμη ηλεκτρονίων που κατευθύνονται προς αυτή από την κάθοδο, όταν συμβαίνει φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Στο χώρο πίσω απο την κάθοδο μπορεί να ενεργοποιείται ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετο στη δέσμη των ηλεκτρονίων, παράλληλο με την επιφάνεια της ανόδου, το οποίο δεν επηρεάζει την κίνηση των ηλεκτρονίων στο χώρο μεταξύ καθόδου και ανόδου, όταν ενεργοποιείται, όπως στο σχήμα. Επίσης μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κίνηση των ηλεκτρονίων, μέσα στο μαγνητικό πεδίο πίσω από την επιφάνεια της ανόδου, δεν επηρεάζεται καθόλου από το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου-καθόδου. Με τη βοήθεια της διάταξης, βρήκαμε ότι η συχνότητα κατωφλίου είναι $f_0 = 7 \cdot 10^{14}$ Hz. Όταν η κάθοδος φωτίζεται με μονοχρωματικό υπεριώδες φως, συχνότητας $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ Hz$, δημιουργείται δέσμη ηλεκτρονίων και αν ενεργοποιήσουμε το μαγνητικό πεδίο, χωρίς να εφαρμόσουμε εξωτερική τάση μεταξύ ανόδου-καθόδου, τα ηλεκτρόνια εκτελούν ημικυκλικές τροχιές στο χώρο του μαγνητικού πεδίου και αφήνουν στίγματα σε κατάλληλο υλικό το οποίο αποτελεί την πίσω επιφάνεια της ανόδου. Η μέγιστη διάμετρος που καταγράψαμε στη διάρκεια του πειράματος για τις τροχιές αυτές, είναι $d = 4$ mm, όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου ήταν $B = 3$ mT. Το ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$ και η μάζα του $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg.



4.1. Να υπολογίσετε σε eV τη μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχόμενων ηλεκτρονίων για τη συχνότητα f του φωτός με το οποίο φωτίζεται το μέταλλο της καθόδου.

Μονάδες 6

4.2. Από τα δεδομένα του πειράματος να υπολογίσετε τη σταθερά του Planck σε μονάδες eV · s, αλλά και J · s.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής φ σε eV, από την επιφάνεια του μετάλλου της καθόδου, χρησιμοποιώντας για τη σταθερά του Planck, την τιμή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την τάση αποκοπής για την συχνότητα f με την οποία φωτίζεται το μέταλλο της καθόδου.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τα ηλεκτρόνια που εισέρχονται στο χώρο του μαγνητικού πεδίου δέχονται δύναμη Lorentz η οποία δρα ως κεντρομόλος και τα θέτει σε κυκλική τροχιά. Εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση και κτυπούν σε απόσταση ίση με τη διάμετρο του κύκλου τους από το σημείο εισόδου στο μαγνητικό πεδίο, πάνω στο υλικό που έχουμε τοποθετήσει στο πίσω μέρος της επιφάνειας της ανόδου, αφήνοντας ίχνος. Αυτά που έχουν την μέγιστη κινητική ενέργεια, εκτελούν και τον κύκλο με τη μέγιστη διάμετρο που μετρήθηκε ίση με d. Ισχύουν:

$$\left.\begin{array}{c} F_L = F_\kappa, \quad B\cdot \upsilon_{max}\cdot e = \frac{m\cdot \upsilon_{max}^2}{\frac{d}{2}}, \quad \upsilon_{max} = \frac{B\cdot e\cdot d}{2\cdot m} \\ K_{max} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_{max}^2 = \frac{B^2\cdot e^2\cdot d^2}{8\cdot m} = \frac{(3\cdot 10^{-3})^2\cdot(1{,}6\cdot 10^{-19})^2\cdot(4\cdot 10^{-3})^2}{8\cdot 9\cdot 10^{-31}}\ \mathrm{J} = 2\cdot 1{,}6^2\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \\ \text{Αλλά είναι } 1\ \mathrm{eV} = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J},\ \text{ ή }\ 1\ \mathrm{J} = \frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\ \mathrm{eV} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{K_{max}} = \frac{2\cdot 1{,}6^2\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\ \mathrm{eV} = \mathbf{3{,}2\ eV}$$

Μονάδες 6

4.2. Η συχνότητα κατωφλίου είναι η ελάχιστη συχνότητα ακτινοβολίας, η οποία μπορεί μόλις να προκαλέσει έξοδο ηλεκτρονίων από την επιφάνεια του μετάλλου της καθόδου, χωρίς ταχύτητα. Ισχύει:

$$h\cdot f_0 = \varphi \qquad (1)$$

Εφαρμόζουμε τώρα τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein για τη συχνότητα $f = 1{,}5\cdot 10^{15}$ Hz :

$$h\cdot f = K_{max} + \varphi\ , \qquad \overset{(1)}{\Rightarrow} \quad h\cdot f = K_{max} + h\cdot f_0$$

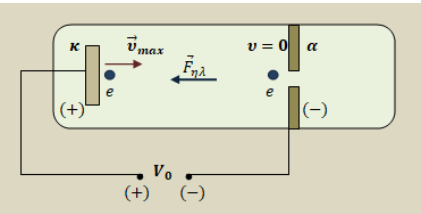
$$\text{ή} \quad h\cdot(f - f_0) = K_{max} \quad \Rightarrow\ h = \frac{K_{max}}{f - f_0} = \frac{3{,}2}{8\cdot 10^{14}}\ \mathrm{eV\cdot s} = \mathbf{4\cdot 10^{-15}\ eV\cdot s = 6{,}4\cdot 10^{-34}\ J\cdot s}$$

Μονάδες 7

4.3. $$\varphi = h\cdot f_0 = 4\cdot 10^{-15}\cdot 7\cdot 10^{14}\ \mathrm{eV} = \mathbf{2{,}8\ eV}$$

Μονάδες 6

4.4. Η τάση αποκοπής είναι η ελάχιστη τάση που πρέπει να εφαρμόσουμε μεταξύ καθόδου και ανόδου της συσκευής, ώστε να μην φτάνουν στην άνοδο ($\boldsymbol{\alpha}$) τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια από το μέταλλο της καθόδου ($\boldsymbol{\kappa}$). Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να εφαρμόσουμε μια αντεστραμμένη διαφορά δυναμικού με $(+)$ στο μέταλλο ($\boldsymbol{\kappa}$) και $(-)$ στο μέταλλο ($\boldsymbol{\alpha}$), τόση ώστε τα ηλεκτρόνια να επιβραδύνονται από τη δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου και μόλις να φτάνουν στο μέταλλο ($\boldsymbol{\alpha}$) με μηδενική ταχύτητα εκείνα που εξήλθαν από το μέταλλο ($\boldsymbol{\kappa}$) με τη μέγιστη κινητική ενέργεια. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας:

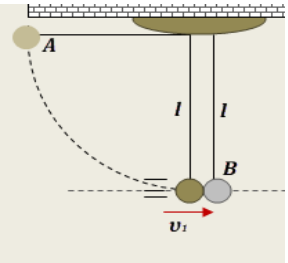


$$\Delta K = W_{\eta\lambda}\ , \quad 0 - K_{max} = q_e(V_\kappa - V_a) \Rightarrow -K_{max} = -eV_0$$

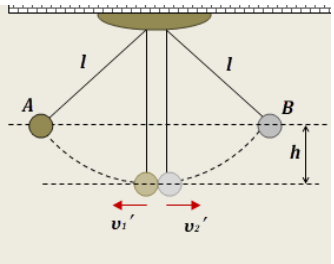
$$\text{Τελικά} \qquad V_0 = \frac{K_{max}}{e} = \frac{3{,}2\ eV}{e} = \mathbf{3{,}2\ V}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Δύο μικρές σφαίρες A και B, με ίσες ακτίνες και μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, έχουν δεθεί στα κάτω άκρα μη ελαστικών νημάτων ίσου μήκους l, τα πάνω άκρα των οποίων είναι δεμένα στην ίδια οροφή (σχήμα). Όταν οι δύο σφαίρες ισορροπούν ακίνητες, τα νήματα που τις κρατούν είναι κατακόρυφα, οι σφαίρες εφάπτονται και τα κέντρα τους είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία. Εκτρέπουμε τη σφαίρα A από την αρχική θέση ισορροπίας της και την φέρνουμε σε θέση, όπου το κέντρο της ανήκει στο αρχικό κατακόρυφο επίπεδο και το νήμα της είναι τεντωμένο και οριζόντιο. Από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, οπότε συγκρούεται με τη B κεντρικά και ελαστικά. Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και διαπιστώσαμε ότι μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο ύψος ως προς το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους (σχήμα).



Δίνεται ότι η μάζα της σφαίρας A είναι $m_1 = 300$ g, το μήκος των νημάτων $l = 0{,}8$ m και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας μπορεί να θεωρηθεί $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Για διευκόλυνση πράξεων, δίνεται κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{7} \cong \frac{8}{3}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_2 της σφαίρας B.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας A ακριβώς πριν την σύγκρουσή της με την ακίνητη Β, ενώ το νήμα της έχει γίνει κατακόρυφο.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας Α, ως προς άξονα στο σημείο O γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της από το σημείο που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι την σύγκρουσή της με τη σφαίρα B.

Μονάδες 6

4.4 Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας B, ως προς άξονα στο σημείο Ο΄ γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της μετά την κρούση των δύο σφαιρών.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική. Έστω $\vec{\upsilon}_1$ η ταχύτητα της σφαίρας A, ακριβώς πριν την κρούση της με την ακίνητη σφαίρα B. Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση, ισχύουν:

$$\upsilon_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \ , \ \ \upsilon_2{}' = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$

Επειδή οι δύο σφαίρες μετά την κρούση φτάνουν ακριβώς στο ίδιο ύψος από το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους, αυτό σημαίνει ότι αμέσως μετά τη κρούση είχαν κατά μέτρο ίσες ταχύτητες (εφαρμόζοντας οποιοδήποτε ενεργειακό θεώρημα). Επειδή όμως αμέσως μετά την κρούση κινούνται αντίθετα, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους, ισχύει:

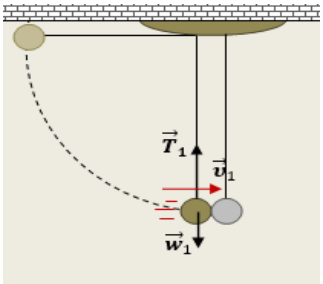
$$\upsilon_1{}' = -\upsilon_2{}' \qquad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), με τη συνθήκη (2), προκύπτει:

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

$$\text{ή} \quad m_1 - m_2 = -2 \cdot m_1, \quad \boldsymbol{m_2} = 3 \cdot m_1 = \mathbf{900\ g}$$

Μονάδες 6



4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας A ακριβώς πριν την κρούση, είναι ίσο με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται εκείνη τη στιγμή, η οποία είναι κατακόρυφη, με κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής κίνησης και παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, για τη σφαίρα αυτή:

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = \sum F = F_\kappa = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{l} \qquad (3)$$

Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση της σφαίρας A από τη στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί με το νήμα σε οριζόντια θέση, μέχρι τη στιγμή, ακριβώς πριν την κρούση της με τη σφαίρα B:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - 0 = W_{w_1}$$

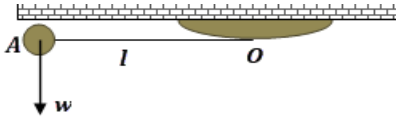
$$\text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1^2 = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \qquad (4)$$

Συνδυάζουμε τις σχέσεις (3) και (4):

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = 2 \cdot m_1 \cdot g = 6\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 6

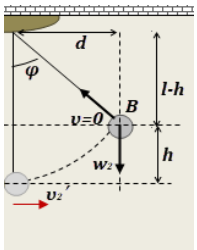
4.3.Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας A, ως προς τον άξονα περιστροφής στο ακλόνητο άκρο O του νήματος, κατά την κίνησή της πριν την κρούση, είναι ίσο με το μέτρο της συνισταμένης των ροπών, των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτή, ως προς αυτό τον άξονα. Η τάση του νήματος, δεν δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής. Άρα η συνισταμένη των ροπών είναι μόνο η ροπή του βάρους της και γίνεται μέγιστη, όταν είναι μέγιστη η απόσταση του φορέα του βάρους από τον άξονα, δηλαδή στην αρχική θέση από όπου την αφήσαμε ελεύθερη.



Έτσι για την αρχική κίνηση της σφαίρας A πριν την κρούση είναι:

$$\left|\frac{dL}{dt}\right|_{max}^{A,\pi\rho\iota\nu} = \tau_{max}^{O} = w_1 \cdot l = m_1 \cdot g \cdot l = 2{,}4\ \mathrm{N \cdot m}$$

Μονάδες 6



4.4 Για την κίνηση της σφαίρας B μετά την κρούση, με τους ίδιους συλλογισμούς, είναι:

$$\left|\frac{dL}{dt}\right|_{max}^{B,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \tau_{max}^{\alpha\xi o\nu\alpha} = w_2 \cdot d = m_2 \cdot g \cdot d \qquad (5)$$

Από τη σχέση (4) έχουμε::

$$\upsilon_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot l} \qquad (6)$$

Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2{}'$, της σφαίρας B αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο:

$$\upsilon_2{}' = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + 3 \cdot m_1} = \frac{\upsilon_1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l} \qquad (7)$$

Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη σφαίρα B, κατά την κίνησή της αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά της, σε ύψος h από το αρχικό οριζόντιο επίπεδο που βρισκόταν:

$$0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2 = -m_2 \cdot g \cdot h \quad , \quad \upsilon'^2_2 = 2 \cdot g \cdot h$$

Λόγω της (7) προκύπτει:

$$\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot g \cdot l = 2 \cdot g \cdot h \quad , \quad h = \frac{l}{4} = 0{,}2\ \mathrm{m}$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο, εφαρμόζοντας πυθαγόρειο θεώρημα:

$$d^2 + (l-h)^2 = l^2 \quad , \quad d = \sqrt{l^2 - (l-h)^2} = \sqrt{0{,}8^2 - 0{,}6^2}\ \mathrm{m} = \sqrt{\frac{64}{100} - \frac{36}{100}}\ \mathrm{m} = \sqrt{\frac{28}{100}}\ \mathrm{m} = \frac{2 \cdot \sqrt{7}}{10}\ \mathrm{m}$$

Τελικά $\quad d = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{3}\ \mathrm{m} = \frac{8}{15}\ \mathrm{m}$

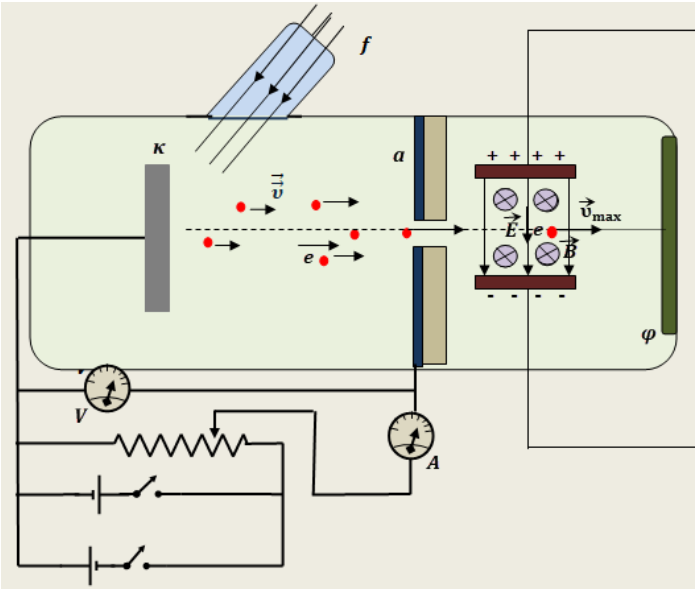
Έτσι από τη σχέση (5), προκύπτει:

$$\left|\frac{dL}{dt}\right|_{max}^{B,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 0{,}9 \cdot 10 \cdot \frac{8}{15}\ \mathrm{N \cdot m} = \frac{9 \cdot 8}{15}\ \mathrm{N \cdot m} = \frac{24}{5}\ \mathrm{N \cdot m} = 4{,}8\ \mathrm{N \cdot m}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Στο σωλήνα υψηλού κενού, μιας συσκευής μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το μέταλλο της καθόδου (κ) φωτίζεται με ακτινοβολία από κατάλληλο παράθυρο. Η άνοδος (α), είναι μια επίπεδη μεταλλική επιφάνεια με κατάλληλη οπή στο κέντρο της από την οποία διέρχεται η δέσμη των ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια που περνούν στο χώρο πίσω από την άνοδο δεν επηρεάζονται καθόλου από το ηλεκτρικό πεδίο που επικρατεί μεταξύ ανόδου και καθόδου της συσκευής.



Η δέσμη των ηλεκτρονίων μετά την άνοδο, περνάει από την περιοχή μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών (σχήμα) που παράγουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, παράλληλο στην επιφάνεια της ανόδου και κάθετο στην διεύθυνση κίνησης της δέσμης των ηλεκτρονίων. Στην ίδια περιοχή έχουμε δημιουργήσει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, το μέτρο της οποίας μπορούμε να μεταβάλλουμε. Η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην δέσμη των ηλεκτρονίων αλλά και στην κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου, έτσι ώστε η δύναμη Lorentz ($\vec{F}_L$) που δέχονται τα ηλεκτρόνια από αυτό, να είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την δύναμη ($\vec{F}_{\eta\lambda}$) που δέχονται από το ηλεκτρικό πεδίο. Τα δύο πεδία ισοδυναμούν με ένα «φίλτρο ταχυτήτων», αφού επιτρέπουν την ευθύγραμμη διάδοση μόνο εκείνων των ηλεκτρονίων που έχουν ορισμένη ταχύτητα. Στο δεξιό άκρο του αερόκενου σωλήνα, έχουμε στρώσει φωτογραφικό φιλμ (φ), στο οποίο τα ηλεκτρόνια αφήνουν ίχνος.

Φωτίσαμε το μέταλλο της καθόδου με ακτινοβολία συχνότητας $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz. Όταν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο φίλτρο ταχυτήτων έχει μέτρο $E = 3{,}2 \cdot 10^3 \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$, βρήκαμε ότι το ελάχιστο μέτρο της έντασης μαγνητικού πεδίου στην ίδια περιοχή, για την οποία ηλεκτρόνια περνούν ανεπηρέαστα προς τη φωτογραφική επιφάνεια φ, είναι $B_{min} = 3$ mT. Να θεωρήσετε ότι η μάζα του ηλεκτρονίου είναι $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg και το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

4.1 Να υπολογίσετε σε eV, τη μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο της καθόδου, για τη συγκεκριμένη συχνότητα ακτινοβολίας.

Μονάδες 7

4.2.Αν δίνεται ότι η συχνότητα κατωφλίου για το μέταλλο της καθόδου είναι $f_0 = 7 \cdot 10^{14}$ Hz, να υπολογίσετε τη σταθερά δράσης του Planck, όπως αυτή προσδιορίζεται από τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος.

Μονάδες 6

4.3.Χρησιμοποιώντας για τη σταθερά Planck, την τιμή που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα, να υπολογίστε σε eV το έργο εξαγωγής φ του μετάλλου της καθόδου.

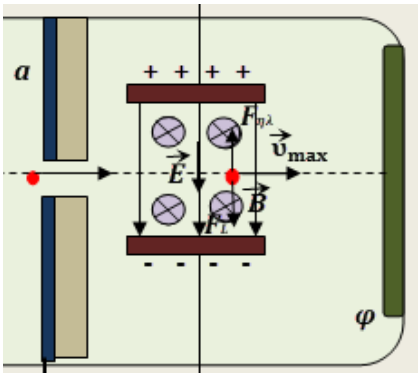
Μονάδες 6

4.4.Για τη συχνότητα ακτινοβολίας $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$, που χρησιμοποιήσαμε στο παραπάνω πείραμα, να υπολογίσετε την τάση αποκοπής.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τα ηλεκτρόνια που περνούν ανεπηρέαστα από το φίλτρο ταχυτήτων αφήνοντας στίγμα στο φωτογραφικό φιλμ, ακριβώς απέναντι από την οπή της ανόδου, είναι εκείνα που δέχονται αντίθετες δυνάμεις από το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο, καθώς περνούν από το χώρο ανάμεσα στις δύο μεταλλικές φορτισμένες πλάκες, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Δηλαδή πρέπει να ισχύει:



$$F_L = F_{\eta\lambda.} \quad , \quad B \cdot \upsilon \cdot q = E \cdot q \qquad , \qquad \upsilon = \frac{E}{B} \qquad (1)$$

Από τη σχέση (1), είναι φανερό, ότι η ελάχιστη ένταση μαγνητικού πεδίου για να συμβαίνει αυτό, δηλαδή για προκύπτει στίγμα στο φιλμ, ακριβώς απέναντι από την οπή της ανόδου, αντιστοιχεί στη μέγιστη ταχύτητα ηλεκτρονίων. Άρα ισχύει:

$$\upsilon_{max} = \frac{E}{B_{min}} \qquad (2)$$

Άρα η μέγιστη κινητική ενέργεια ηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο της καθόδου είναι:

$$K_{max} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon_{max}^2 = \frac{1}{2} m_e \cdot \frac{E^2}{B_{min}^2} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{3{,}2^2 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^{-6}} \text{ J} \qquad (3)$$

Αλλά ισχύει η σχέση $\quad 1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} => 1 \text{ J} = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \qquad (4)$

Οπότε συνδυάζοντας την (3) και την (4), έχουμε:

$$\boldsymbol{K_{max}} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^6}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = \mathbf{3{,}2 \text{ eV}}$$

Μονάδες 7

4.2. Η συχνότητα κατωφλίου, είναι η οριακή συχνότητα, για την οποία μόλις που καταφέρνουν να εξέρχονται ηλεκτρόνια από το μέταλλο της καθόδου. Δηλαδή η οριακή συχνότητα για την οποία εξέρχονται ηλεκτρόνια με μηδενική κινητική ενέργεια. Άρα η ενέργεια των φωτονίων με τη συχνότητα κατωφλίου είναι ίση με το έργο εξαγωγής φ του μετάλλου της καθόδου. Δηλαδή ισχύει $\varphi = h \cdot f_0$ και εφαρμόζουμε την φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein για τη συχνότητα $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz :

$$h \cdot f = K_{max} + \varphi = K_{max} + h \cdot f_0$$

ή $\qquad h \cdot (f - f_0) = K_{max}$

οπότε $\qquad \boldsymbol{h} = \frac{K_{max}}{f - f_0} = \frac{3{,}2}{1{,}5 \cdot 10^{15} - 7 \cdot 10^{14}} \text{ eV} \cdot \text{s} = \frac{3{,}2}{8 \cdot 10^{14}} \text{ eV} \cdot \text{s} = \mathbf{4 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}$

ή $\quad \boldsymbol{h} = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \text{s} = \mathbf{6{,}4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Το έργο εξαγωγής φ του μετάλλου είναι ίσο με την ενέργεια κάθε φωτονίου της ακτινοβολίας με τη συχνότητα κατωφλίου:

$$\boldsymbol{\varphi} = h \cdot f_0 = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 7 \cdot 10^{14}\ \mathrm{eV} = \mathbf{2,8\ eV}$$

Μονάδες 6

4.4. Με την πρόσπτωση ακτινοβολίας συχνότητας $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$, διαπιστώσαμε ότι από το μέταλλο της καθόδου, εξέρχονται ηλεκτρόνια και η μέγιστη κινητική τους ενέργεια είναι $K_{max} = 3{,}2\ \mathrm{eV}$. Η τάση αποκοπής είναι η απαιτούμενη τάση αντεστραμμένου πεδίου, η οποία μόλις καταφέρνει να εμποδίσει τα ηλεκτρόνια με τη μέγιστη κινητική ενέργεια να φτάσουν στην άνοδο. Εφαρμόζοντας ενεργειακό θεώρημα:

$$\Delta K = W_{\eta\lambda} => K_{max} = e \cdot V_{\alpha\pi o\kappa.}$$

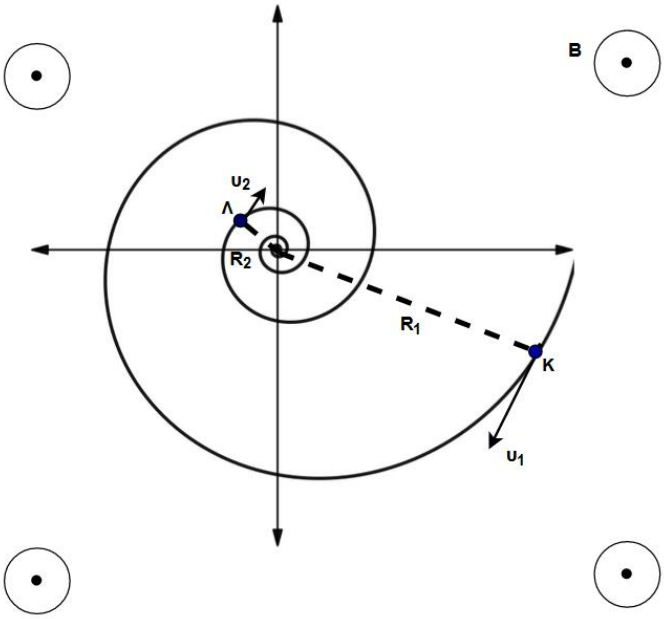
ή $$\boldsymbol{V_{\alpha\pi o\kappa.}} = \frac{K_{max}}{e} = \frac{3{,}2\ eV}{e} = \mathbf{3,2\ V}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα πρωτόνιο, μάζας m και φορτίου q, κινείται δια μέσου ενός αερίου εντός μαγνητικού πεδίου. Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου έχει το μέτρο της σταθερό και είναι κάθετη στο επίπεδο της κίνησης του πρωτονίου. Η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του μειώνεται, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Στη φωτογραφία της τροχιάς που ακολουθεί το κινούμενο σωματίδιο έχουν σημειωθεί τα σημεία Κ και Λ, με ακτίνες R_1 και R_2 αντίστοιχα. Αυτό συμβαίνει γιατί εκτός από τη δύναμη Lorentz ασκείται πάνω στο πρωτόνιο και μια δύναμη αντίστασης, αναγκάζοντάς το να χάνει ενέργεια (και ταχύτητα). Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου καθώς αυτό κινείται από το σημείο Κ προς το σημείο Λ είναι:

(α) $\frac{B^2q^2(R_2^2-R_1^2)}{2m}$, **(β)** $\frac{B^2q^2(R_2^2-R_1^2)}{m}$, **(γ)** $\frac{Bq^2(R_2^2-R_1^2)}{2m}$



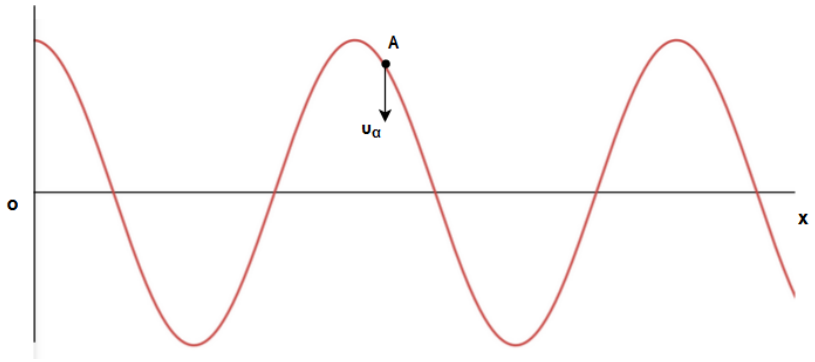
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά μήκος του άξονα Ox εκτείνεται ομογενής ελαστική χορδή μεγάλου μήκους. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο κύματος για συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1. Εκείνη τη στιγμή η φορά της ταχύτητας $\vec{v}_\alpha$ του σημείου Α είναι, όπως έχει σχεδιαστεί στο σχήμα, προς τα κάτω.



Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

(α) Προς τα αριστερά.

(β) Προς τα δεξιά.

(γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να δοθεί απάντηση.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η δύναμη Lorentz που ασκείται στο κινούμενο πρωτόνιο είναι πάντοτε κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα και τη διεύθυνση του πεδίου και παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, θέτοντάς το σε κυκλική τροχιά.

Εκτός όμως από την δύναμη Lorentz στο πρωτόνιο ασκείται και μια δύναμη αντίστασης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το πρωτόνιο να χάνει κινητική ενέργεια, γεγονός που οδηγεί σε μείωση της ακτίνας καμπυλότητάς του σύμφωνα με την εξίσωση:

$$R = \frac{m \cdot \upsilon}{B \cdot q}$$

Έτσι η ταχύτητα του θα είναι:

$$\upsilon = \frac{R \cdot B \cdot q}{m}$$

Η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας δίνεται από την σχέση:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \text{ ή } \Delta K = \frac{1}{2} m \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m \upsilon_1^2 \text{ ή } \Delta K = \frac{1}{2} m \left(\frac{R_2 B q}{m}\right)^2 - \frac{1}{2} m \left(\frac{R_1 B q}{m}\right)^2 \text{ ή}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m \left(\frac{{R_2}^2 B^2 q^2}{m^2}\right) - \frac{1}{2} m \left(\frac{{R_1}^2 B^2 q^2}{m^2}\right) \text{ ή}$$

$$\Delta K = \frac{B^2 q^2 \left(R_2^2 - R_1^2\right)}{2m}$$

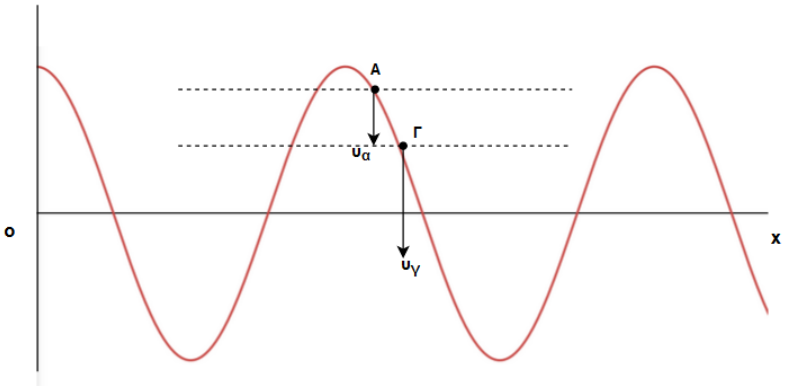
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



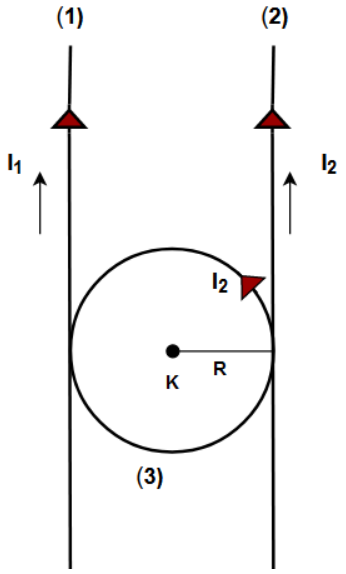
Έστω σημείο Γ δεξιότερα του A. Ας υποθέσουμε ότι το Γ κινείται προς τα πάνω. Αυτό σημαίνει ότι το τμήμα της χορδής μεταξύ των A και Γ θα έπρεπε να τεντωθεί (αν όχι να σπάσει), πράγμα άτοπο. Συνεπώς το Γ κινείται προς τα κάτω.

Σχεδιάζοντας δύο οριζόντιες γραμμές, όπως στο σχήμα, βλέπουμε ότι το Γ βρίσκεται πιο κοντά στην Θέση ισορροπίας του συγκριτικά με το A. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι κινείται για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, άρα ξεκίνησε την ταλάντωσή του νωρίτερα από το A. Άρα το κύμα διαδίδεται από τα δεξιά προς τα αριστερά.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο παράλληλοι και ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) πολύ μεγάλου μήκους διαρρέονται από ρεύματα εντάσεως I_1 και I_2 αντίστοιχα. Ένας ανεξάρτητος κυκλικός αγωγός (3) ακτίνας R που βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως I_2 και τοποθετείται εφαπτόμενος στους δύο αγωγούς όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος $\frac{I_1}{I_2}$ των τιμών της έντασης των ηλεκτρικών ρευμάτων έτσι ώστε η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού να είναι μηδέν.



(α) $\frac{I_1}{I_2} = 1$, **(β)** $\frac{I_1}{I_2} = 1 + \pi$, **(γ)** $\frac{I_1}{I_2} = 2 - \pi$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Με κατάλληλη μηχανική διαδικασία δύο κύματα διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις σε τεντωμένη χορδή, η οποία συμπίπτει με τον άξονα $x'x$. Προκύπτει στάσιμο κύμα με περισσότερους από 200 δεσμούς. Στο σημείο $x = 0$ εμφανίζεται κοιλία. Το συγκεκριμένο σημείο απέχει κατά $0{,}01\,m$ από τον πλησιέστερο δεσμό. Η απόσταση του σημείου αυτού από τον 200° δεσμό είναι:

(α) $3{,}99\,m$, **(β)** $3{,}10\,m$, **(γ)** $4\,m$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

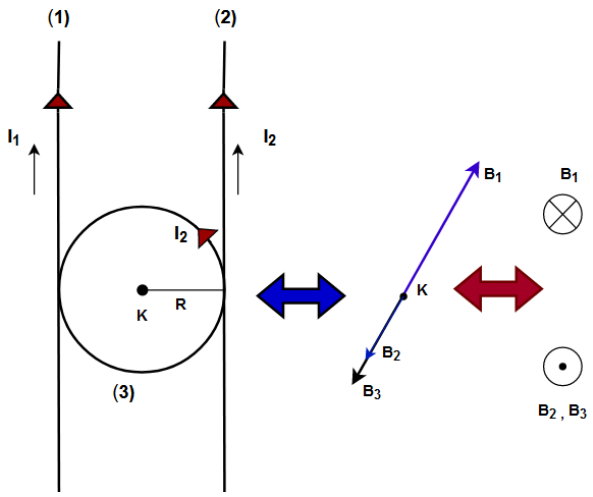
Μονάδες 9

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Στη θέση K, που είναι το κέντρο του κυκλικού αγωγού, σχεδιάζουμε τα διανύσματα της έντασης των μαγνητικών πεδίων B_1 και B_2 που οφείλονται στους δύο ευθύγραμμους αγωγούς καθώς και την ένταση B_3 που οφείλεται στον κυκλικό αγωγό. Παρατηρούμε ότι βρίσκονται στην ίδια ευθεία και οι φορές τους έχουν σχεδιαστεί όπως στο παραπάνω σχήμα. Υπολογίζουμε την συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου και την εξισώνουμε με το μηδέν.

$$\vec{B}_{o\lambda} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \quad \text{ή} \quad B_{o\lambda} = B_1 - B_2 - B_3 \quad \text{ή}$$

$$0 = B_1 - B_2 - B_3 \quad \text{ή} \quad 0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{R} - \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_2}{R} - \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{R}$$

$$0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2(I_1 - I_2)}{R} - \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{R} \quad \text{ή} \quad 0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2}{R}(I_1 - I_2 - \pi I_2) \quad \text{ή}$$

$$0 = I_1 - I_2 - \pi I_2 \quad \text{ή} \quad I_1 = I_2 + \pi I_2 \quad \text{ή} \quad I_1 = I_2(1+\pi) \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{I_2} = 1 + \pi$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σε ένα στάσιμο κύμα γνωρίζουμε ότι η απόσταση μιας κοιλίας και του επόμενου δεσμού είναι $\frac{\lambda}{4}$.

Έτσι από την εκφώνηση του προβλήματος: $\frac{\lambda}{4} = 0{,}01m = 10^{-2}\ m$

Επίσης η απόσταση ενός δεσμού με τον επόμενο δεσμό είναι $\frac{\lambda}{2} = 0{,}02m = 2 \cdot 10^{-2}\ m$.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι αποστάσεις που βρίσκονται οι θέσεις των δεσμών από την θέση $x = 0$ η οποία είναι κοιλία να είναι:

Ο $1ος$ δεσμός βρίσκεται σε απόσταση: $\frac{\lambda}{4}$

Ο $2ος$ δεσμός βρίσκεται σε απόσταση: $\frac{\lambda}{4} + 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$

Ο $3ος$ δεσμός βρίσκεται σε απόσταση: $\frac{\lambda}{4} + 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$

Ο $4ος$ δεσμός βρίσκεται σε απόσταση: $\frac{\lambda}{4} + 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$

$\vdots$

Συμπεραίνουμε ότι ο νιοστός δεσμός βρίσκεται σε απόσταση: $\frac{\lambda}{4} + (\nu - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

Έτσι για $\nu = 200$ η απόσταση της θέσης του δεσμού είναι:

$$x_{200} = \frac{\lambda}{4} + (200 - 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ ή } x_{200} = \frac{\lambda}{4} + 199 \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ ή } x_{200} = (10^{-2} + 199 \cdot 2 \cdot 10^{-2})\ m$$

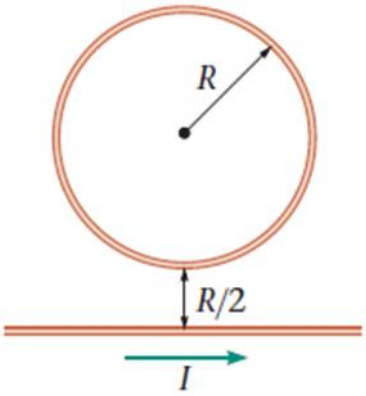
$$\text{ή } x_{200} = (10^{-2} + 398 \cdot 10^{-2})\ m \text{ ή } x_{200} = 399 \cdot 10^{-2}\ m$$

$$\text{ή } x_{200} = 3{,}99\ m$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους τοποθετείται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό ακτίνας R, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I με φορά προς τα δεξιά. Για να είναι το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ίσο με μηδέν, θα πρέπει το ρεύμα που τον διαρρέει να έχει φορά



(α) δεξιόστροφη και μέτρο $I_1 = \frac{2I}{3\pi}$.

(β) αριστερόστροφη και μέτρο $I_1 = \frac{I}{2\pi}$.

(γ) δεξιόστροφη και μέτρο $I_1 = \frac{2I}{\pi}$.

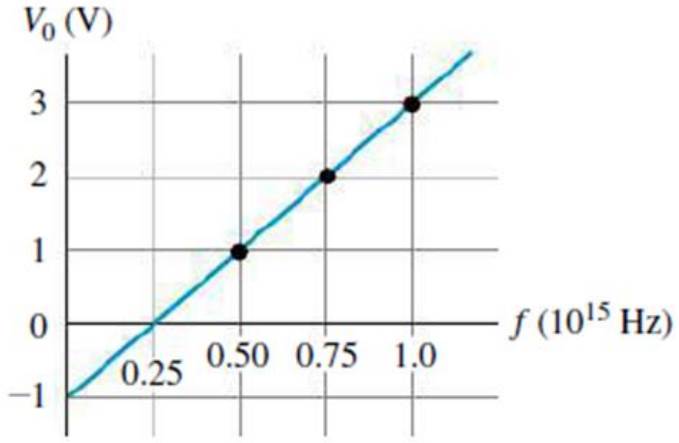
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Η φωτοηλεκτρική εξίσωση $eV_0 = hf - \phi$ δείχνει ότι το δυναμικό αποκοπής V_0 αυξάνεται όταν αυξάνει η συχνότητα των φωτονίων f. Ένας τρόπος υπολογισμού της σταθεράς h του Planck είναι μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Η παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζει τα πειραματικά δεδομένα (μαύρες τελείες) από ένα πείραμα μέτρησης του δυναμικού αποκοπής για διάφορες τιμές της συχνότητας f και την καλύτερα προσαρμοσμένη ευθεία στα σημεία αυτά. Το υλικό της καθόδου ήταν διαρκώς το ίδιο. Έχοντας ως δεδομένο ότι το 1909 ο Robert Millikan με ένα ευρηματικό πείραμα βρήκε ότι το φορτίο του ηλεκτρονίου έχει απόλυτη τιμή $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C, η τιμή της σταθεράς του Planck που προκύπτει από αυτά τα πειραματικά δεδομένα είναι:



(α) $\mathrm{h} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$ **(β)** $\mathrm{h} = 6{,}8 \cdot 10^{-34}\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$ **(γ)** $\mathrm{h} = 6{,}4 \cdot 10^{-34}\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

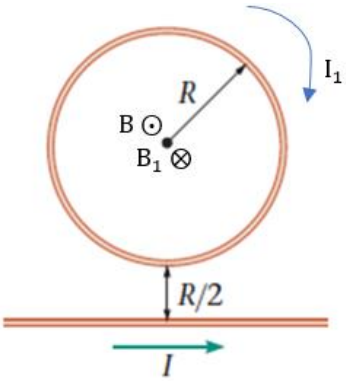
Μονάδες 4

2.1.Β.

Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ που δημιουργεί ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός στο κέντρο του κυκλικού αγωγού έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζει ο κυκλικός αγωγός και φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη. Αυτό το σημείο απέχει από τον ευθύγραμμο αγωγό απόσταση $r = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ και το μέτρο του μαγνητικού πεδίου στο σημείο αυτό είναι

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{\frac{3R}{2}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{4I}{3R}$$

Για να είναι το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ίσο με μηδέν, θα πρέπει το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_1$ που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός να έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή του $\vec{B}$. Από τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι θα πρέπει να διαρρέεται από ρεύμα δεξιόστροφής φοράς, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός στο κέντρο του έχει μέτρο

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{R}$$

Θέλουμε στο κέντρο το συνολικό μαγνητικό πεδίο να έχει ένταση μηδέν, οπότε:

$$\vec{B}_{\text{ολικό}} = 0 \Leftrightarrow B = B_1 \Leftrightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{4I}{3R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{R} \Leftrightarrow I_1 = \frac{2I}{3\pi}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

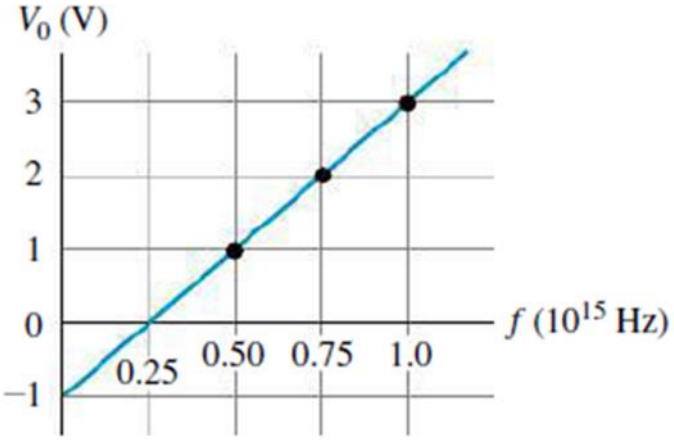
Μονάδες 4

2.2.Β.

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση έχει την μορφή

$$eV_0 = hf - \phi \quad (1)$$

Παρατηρώντας την γραφική παράσταση βλέπουμε ότι όταν η συχνότητα είναι μηδέν ($f = 0$), το δυναμικό αποκοπής είναι $V_0 = -1V$.



Αντικαθιστώντας στην σχέση (1) βρίσκουμε ότι το δυναμικό αποκοπής είναι:

$$e(-1V) = 0 - \phi \Rightarrow \phi = 1eV$$

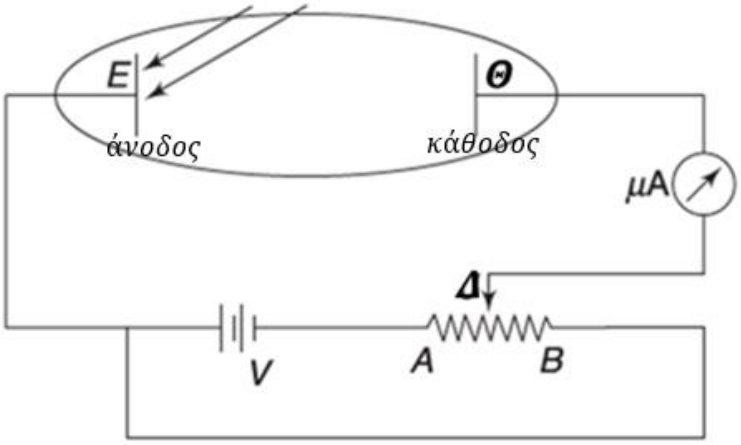
Ακόμη, όταν η συχνότητα είναι $f = 1 \cdot 10^{15}Hz$ τότε το δυναμικό αποκοπής είναι $V_0 = 3V$. Λύνοντας την σχέση (1) ως προς h και αντικαθιστώντας έχουμε

$$eV_0 = hf - \phi \Rightarrow h = \frac{eV_0 + \phi}{f} = \frac{3eV + 1eV}{10^{15}Hz} = \frac{4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}C \cdot V}{10^{15}Hz} = 6{,}4 \cdot 10^{-34}J \cdot s$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σε ένα πείραμα με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, υπεριώδης ακτινοβολία με μήκος κύματος $\lambda = 300\text{nm}$ προσπίπτει στην μεταλλική άνοδο E. Το έργο εξαγωγής του υλικού της ανόδου είναι $\phi = 2{,}4\text{eV}$. Ο αγωγός ΑΒ είναι ομογενής με μήκος $\text{L} = 100\text{cm}$ και αντίσταση R. Η τάση στα άκρα της πηγής είναι $\text{V} = 10\text{V}$. Ο μεταγωγός Δ μπορεί να μετακινείται από το Α στο Β. Όταν ο μεταγωγός είναι στο άκρο Β, η ένδειξη του μικροαμπερομέτρου είναι $\text{i} = 6\mu\text{A}$. Θεωρώντας ότι το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα που διαρρέει το ποτενσιόμετρο, να απαντήσετε στις επόμενες ερωτήσεις. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $\text{c} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, το στοιχειώδες φορτίο $\text{e} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$ και η τιμή του γινομένου της σταθεράς του Planck επί την ταχύτητα του φωτός στο κενό $\text{h} \cdot \text{c} = 1200\text{eV} \cdot \text{nm}$.



4.1. Να υπολογίσετε την ενέργεια των φωτονίων που προσπίπτουν στην άνοδο Ε και το μήκος κύματος αποκοπής.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το δυναμικό αποκοπής και την ένδειξη του μικροαμπερομέτρου, όταν ο δρομέας είναι στο άκρο Α του ποτενσιόμετρου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τον ρυθμό ροής των ηλεκτρονίων από την άνοδο Ε στην κάθοδο Θ όταν ο δρομέας Δ βρεθεί στην θέση Β.

Μονάδες 6

4.4. Ο δρομέας μετακινείται από το Α προς το Β. Να σχεδιάσετε ποιοτικά την γραφική παράσταση της ένδειξης του μικροαμπερομέτρου σε συνάρτηση με την απόσταση x του δρομέα Δ από το άκρο Α. Στην γραφική παράσταση να συμπεριλάβετε τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των μεγεθών των δύο αξόνων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ενέργεια των φωτονίων της υπεριώδους ακτινοβολίας που προσπίπτει στην άνοδο είναι

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1200\ \text{eV} \cdot\ \text{nm}}{300\ \text{nm}} = 4\text{eV}$$

Το μήκος κύματος αποκοπής του φωτοηλεκτρικού ρεύματος είναι

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Leftrightarrow \frac{c}{\lambda_0} = \frac{\phi}{h} \Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{1200\text{eV} \cdot \text{nm}}{2{,}4\text{eV}} = 500\text{nm}$$

Μονάδες 6

4.2. Από την φωτοηλεκτρική εξίσωση μπορούμε να υπολογίσουμε το δυναμικό αποκοπής

$$K_{max} = E - \phi \Leftrightarrow eV_0 = E - \phi \Leftrightarrow V_0 = \frac{E - \phi}{e} = 1{,}6\text{V}$$

Η διαφορά δυναμικού που εφαρμόζεται στην φωτοηλεκτρική διάταξη επιβραδύνει τα ηλεκτρόνια κατά την κίνησή τους από την άνοδο στην κάθοδο. Όταν ο δρομέας του ποτενσιόμετρου βρεθεί στο άκρο Α, η τάση που εφαρμόζεται στην φωτοηλεκτρική διάταξη είναι $V = 10\text{V}$ και επειδή είναι μεγαλύτερη από το δυναμικό αποκοπής ($V > V_0$), η ένδειξη του μικροαμπερομέτρου είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.3. Όταν ο δρομέας βρεθεί στην θέση Β, το φωτοηλεκτρικό ρεύμα έχει ένταση $i = 6\mu\text{A}$. Εφαρμόζοντας τον ορισμό της έντασης του ρεύματος, ο ρυθμός εκπομπής φωτοηλεκτρονίων είναι

$$i = \frac{|q|}{t} \Leftrightarrow i = \frac{N \cdot e}{t} \Leftrightarrow \frac{N}{t} = \frac{i}{e} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \frac{\text{ηλεκτρόνια}}{\text{s}} = 3{,}75 \cdot 10^{13} \frac{\text{ηλεκτρόνια}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Όταν ο δρομέας Δ μετακινηθεί κατά x από το Α και δεδομένου ότι η αντίσταση στο ποτενσιόμετρο είναι ανάλογη με το μήκος του αγωγού, η τάση μεταξύ των σημείων Α και Δ είναι

$$\frac{V_{A\Delta}}{V_{AB}} = \frac{I \cdot R_{A\Delta}}{I \cdot R_{AB}} = \frac{x}{L} \xLeftrightarrow{V_{AB}=V} V_{A\Delta} = \frac{x}{L}V$$

(1 Μονάδα)

Για να υπάρχει μη μηδενική ένδειξη στο μικροαμπερόμετρο θα πρέπει η τάση που εφαρμόζεται στην φωτοηλεκτρική συσκευή $V - V_{A\Delta}$ να είναι μικρότερη από την τάση αποκοπής V_0.

(1 Μονάδα)

Δηλαδή

$$V - V_{A\Delta} < V_0 \Leftrightarrow V - \frac{x}{L}V < V_0 \Leftrightarrow x > \frac{(V - V_0)L}{V} = \frac{(10 - 1{,}6)100\text{cm}}{10} \Leftrightarrow x > 84\text{cm}$$

Συνεπώς θα υπάρχει ένδειξη στο μικροαμπερόμετρο όταν $84\text{cm} < x \leq 100\text{cm}$.

(1 Μονάδα)

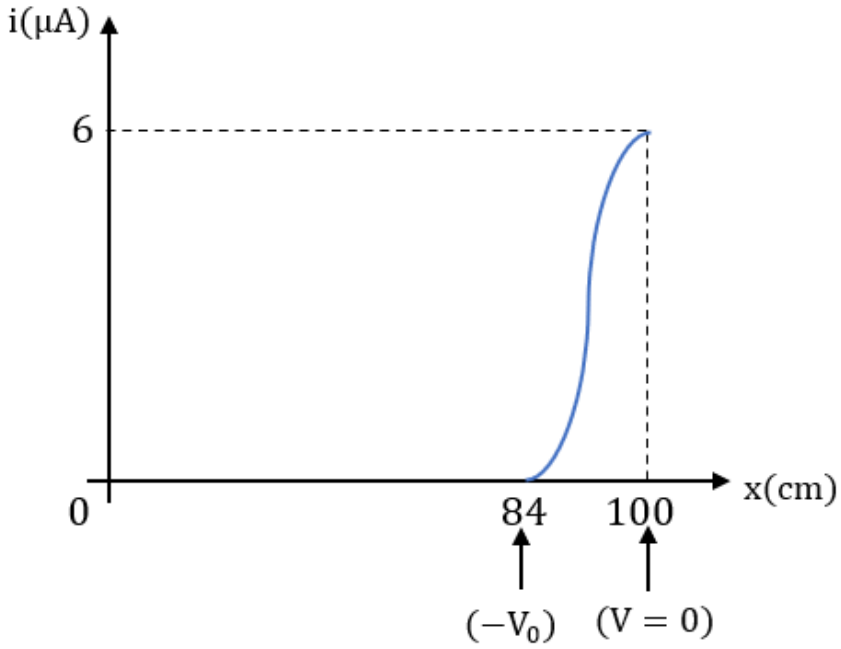
Όταν ο δρομέας Δ βρίσκεται στην θέση $x = 84\text{cm}$, στην φωτοηλεκτρική διάταξη εφαρμόζεται το δυναμικό αποκοπής $V_0 = 1{,}6\text{V}$ και το ρεύμα είναι μηδέν ($i = 0$).

(0,5 για ορθή τιμή V_0, 0,5 για ορθή τιμή i, συνολικά 1 Μονάδα)

Όταν ο δρομέας βρεθεί στην θέση $x = 100\text{cm}$, στην φωτοηλεκτρική διάταξη εφαρμόζεται τάση $V = 0V$ και το ρεύμα στο μικροαμπερόμετρο είναι ίσο με $i = 6\mu A$.

(0,5 για ορθή τιμή V, 0,5 για ορθή τιμή i, συνολικά 1 Μονάδα)

Ποιοτικά η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x είναι ίδια με αυτή που απεικονίζεται στο 2ο τεταρτημόριο στο σχήμα 7.5, στην σελίδα 231 του σχολικού βιβλίου (τεύχος γ΄). Η μορφή της απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



(Πρώτο τμήμα στρέφει τα κοίλα πάνω: 1 Μονάδα)

(Δεύτερο τμήμα στρέφει τα κοίλα κάτω: 1 Μονάδα)

(-0,4 αν το δεξιό άκρο της καμπύλης οριζοντιώνεται)

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος $\lambda = 24\text{cm}$ διαδίδεται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο κατά τη θετική φορά του άξονα xx'. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής είναι της μορφής: $y = A\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right)t$. Κάποια χρονική στιγμή t, δύο υλικά σημεία Μ, Ν του μέσου τα οποία βρίσκονται στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος, έχουν φάσεις $\varphi_M = \frac{10\pi}{6}\ \text{rad}$ και $\varphi_N = \frac{20\pi}{3}\ \text{rad}$ αντίστοιχα. Τότε το μέτωπο κύματος:

(α) θα περάσει πρώτα από το σημείο Ν και θα φθάσει στο Μ σε $10\ \text{s}$.

(β) θα περάσει πρώτα από το σημείο Ν και θα φθάσει στο Μ σε $30\ \text{s}$.

(γ) θα περάσει πρώτα από το σημείο Μ και θα φθάσει στο Ν σε $20\ \text{s}$.

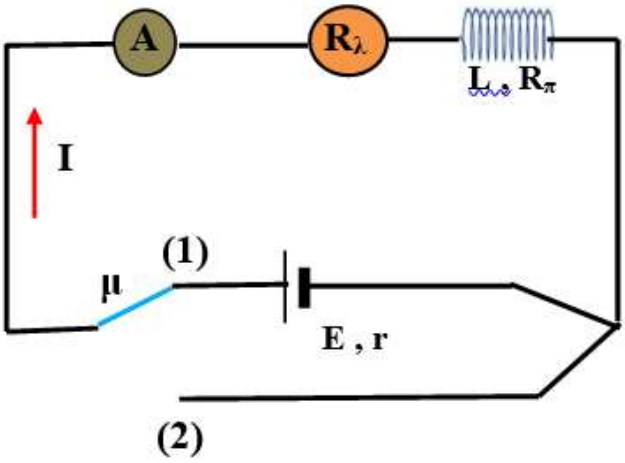
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε κύκλωμα περιέχεται πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε και εσωτερικής αντίστασης r. Συνδέουμε σε σειρά ένα ιδανικό αμπερόμετρο, ένα λαμπτήρα αντίστασης R_λ, ένα πηνίο με αντίσταση R_π και συντελεστή αυτεπαγωγής L και έναν μεταγωγό μ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Ο μεταγωγός αρχικά βρίσκεται στην θέση (1) και τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα είναι I. Με γρήγορη κίνηση μετακινούμε τον μεταγωγό στη θέση (2). Κατά την μετακίνηση αυτή θα παρατηρήσουμε ότι ο λαμπτήρας:

(α) θα σβήσει ακαριαία και το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα μηδενιστεί αμέσως.

(β) θα αργήσει να σβήσει και το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα μειώνεται συνεχώς μέχρι τελικά να μηδενιστεί.

(γ) πρώτα θα φωτοβολήσει περισσότερο και ύστερα θα σβήσει, ενώ το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα παρουσιάσει στιγμιαία άνοδο και μετά θα μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το κύμα αρχίζει να διαδίδεται προς τα δεξιά της πηγής, πάνω στο γραμμικό μέσο. Το πρώτο σημείο που ταλαντώνεται είναι η πηγή (η οποία, για κάθε χρονική στιγμή, έχει την μεγαλύτερη φάση) και κάθε επόμενο σημείο από το οποίο περνά το κύμα, ταλαντώνεται επί μικρότερο χρονικό διάστημα από την πηγή και άρα έχει μικρότερη φάση. Κατά συνέπεια, το σημείο με την μεγαλύτερη φάση είναι εκείνο που βρίσκεται πιο κοντά στην πηγή.

Στην περίπτωσή μας, το κύμα διέρχεται πρώτα από το σημείο Ν (που έχει τη μεγαλύτερη φάση $\varphi_N = \frac{20\pi}{3}$ rad) και μετά από το Μ (με $\varphi_M = \frac{10\pi}{6}$ rad).

Για την απόσταση (ΝΜ) έχουμε:

$$\Delta\varphi = \varphi_N - \varphi_M \Leftrightarrow \Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_N}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x_{NM}}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta x_{NM} = \frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \Delta x_{NM} = \frac{0{,}24\text{m}\frac{30\pi}{6}\text{rad}}{2\pi} = 0{,}6\text{ m}$$

Από την εξίσωση ταλάντωσης της πηγής προκύπτει η συχνότητα f:

$$\omega = \frac{\pi}{2}\text{ rad} \Leftrightarrow 2\pi f = \frac{\pi}{2}\text{ rad} \Leftrightarrow f = \frac{1}{4}\text{ Hz}$$

και άρα η ταχύτητα διάδοσης του κύματος προκύπτει:

$$\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow \upsilon = 0{,}24\text{m}\cdot\frac{1}{4}\text{s}^{-1} = 0{,}06\text{m/s}$$

Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το κύμα για να διανύσει την απόσταση αυτή είναι:

$$t = \frac{(NM)}{\upsilon} \Leftrightarrow t = \frac{0{,}6\text{m}}{0{,}06\text{s}} = 10\text{s}$$

Μονάδες 8

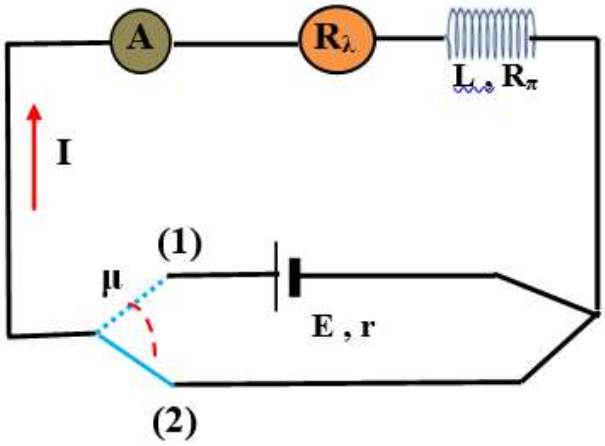
2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Μόλις μετακινήσουμε τον μεταγωγό μ, η πηγή τίθεται εκτός κυκλώματος και το ρεύμα στον βρόγχο θα έπρεπε να μειώνεται. Όμως, η μείωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο προκαλεί αντίστοιχη μείωση της έντασης του μαγνητικού του πεδίου (Β) και κατά συνέπεια μείωση της μαγνητικής ροής (Φ) που διέρχεται από αυτό. Η μεταβολή (μείωση) της μαγνητικής ροής προκαλεί τάση από αυτεπαγωγή που τείνει να αναιρέσει το αίτιο (κανόνας Lenz) και στην προκειμένη περίπτωση, τείνει να αναιρέσει την μειούμενη μαγνητική ροή δημιουργώντας ομόρροπο μαγνητικό πεδίο στο ήδη υφιστάμενο.

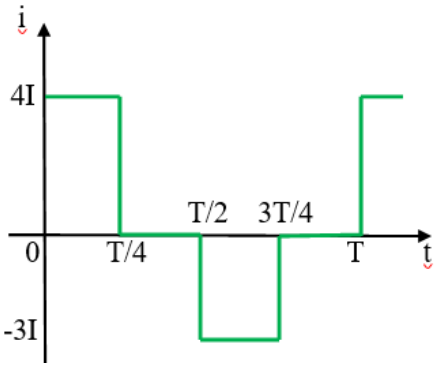


Για να δημιουργήσει το ομόρροπο μαγνητικό πεδίο επάγει ηλεκτρικό ρεύμα ίδιας φοράς με αυτή του ρεύματος που διέρρεε το κύκλωμα πριν μετακινήσουμε τον μεταγωγό. Αθροιζόμενα τα δύο ρεύματα δίνουν μια στιγμιαία αύξηση του συνολικού ρεύματος και κατ' επέκταση στιγμιαία εντονότερη φωτοβολία. Στη συνέχεια το ρεύμα φθίνει και ο λαμπτήρας σβήνει.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Αντιστάτης διαρρέεται από περιοδικά μεταβαλλόμενο ρεύμα περιόδου Τ, του οποίου η ένταση μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα:



Η ενεργός ένταση του ρεύματος ισούται με:

(α) $\frac{5}{2}\mathrm{I}$ **(β)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{I}$ **(γ)** $\frac{5\sqrt{2}}{2}\mathrm{I}$

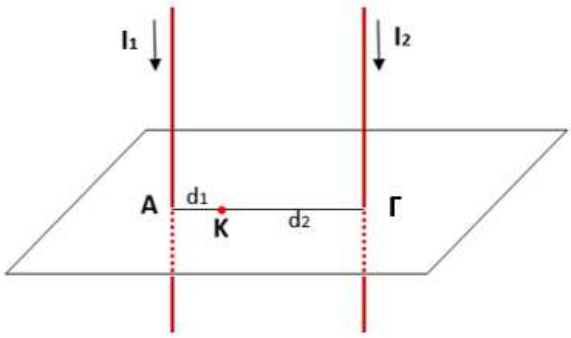
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) απείρου μήκους διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έντασης I_1 και I_2 όπως φαίνονται στο σχήμα, με λόγο $\frac{\mathrm{I}_1}{\mathrm{I}_2} = \frac{1}{3}$. Οι αγωγοί είναι κάθετοι σε οριζόντιο επίπεδο και διέρχονται από τα σημεία Α και Γ αντίστοιχα, τα οποία απέχουν απόσταση d:



Η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών σε ένα σημείο Κ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ, είναι ίση με μηδέν. Τα μήκη (ΑΚ) και (ΓΚ) αντίστοιχα είναι ίσα με:

(α) $(\mathrm{AK}) = \frac{\mathrm{d}}{4}$ & $(\Gamma\mathrm{K}) = \frac{3\mathrm{d}}{4}$, **(β)** $(\mathrm{AK}) = \frac{\mathrm{d}}{3}$ & $(\Gamma\mathrm{K}) = \frac{2\mathrm{d}}{3}$, **(γ)** $(\mathrm{AK}) = \frac{3\mathrm{d}}{4}$ & $(\Gamma\mathrm{K}) = \frac{\mathrm{d}}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

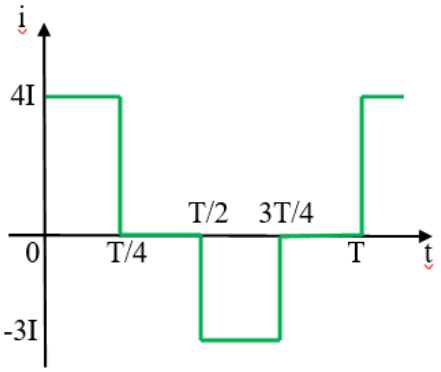
2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα προσδιοριστεί με την βοήθεια των θερμικών αποτελεσμάτων του ρεύματος αυτού όταν εφαρμόζεται στον αντιστάτη με αντίσταση R, σύμφωνα με τον νόμο του Joule, που έχει γενική μορφή: $Q = I^2Rt$.



Για το πρώτο χρονικό διάστημα $[0 - T/4)$, η θερμότητα που εκλύεται είναι:

$$Q_1 = (4I)^2R\frac{T}{4} = 4I^2RT$$

Για το δεύτερο και το τέταρτο χρονικό διάστημα $[T/4 - T/2)$ και $[3T/4 - T)$, η θερμότητα που εκλύεται είναι μηδενική, αφού η ένταση του ρεύματος τότε, είναι μηδέν.

Για το τρίτο χρονικό διάστημα [T/2 – 3T/4), η θερμότητα που εκλύεται είναι:

$$Q_3 = (3I)^2R\left(\frac{3T}{4} - \frac{T}{2}\right) = \frac{9}{4}I^2RT$$

Η συνολική θερμότητα που εκλύεται είναι:

$$Q_{ολ_{εναλ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 4I^2RT + 0 + \frac{9}{4}I^2RT + 0 \Leftrightarrow Q_{ολ_{εναλ}} = \frac{25}{4}I^2RT$$

Η αντίστοιχη θερμότητα που θα εκλύονταν αν ο αντιστάτης διαρρέονταν από συνεχές ρεύμα $I_σ$ στο ίδιο χρονικό διάστημα T, είναι:

$$Q_σ = I_σ^2RT$$

Η ένταση του συνεχούς ρεύματος που έχει τα ίδια θερμικά αποτελέσματα πάνω στην ίδια αντίσταση και στο ίδιο χρονικό διάστημα ισούται με την ενεργό ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος, οπότε:

$$Q_{ολ_{εναλ}} = Q_σ \Leftrightarrow \frac{25}{4}I^2RT = I_σ^2RT \Leftrightarrow \frac{25}{4}I^2 = I_{εν}^2 \Leftrightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{25}{4}I^2} = \frac{5}{2}I$$

Μονάδες 8

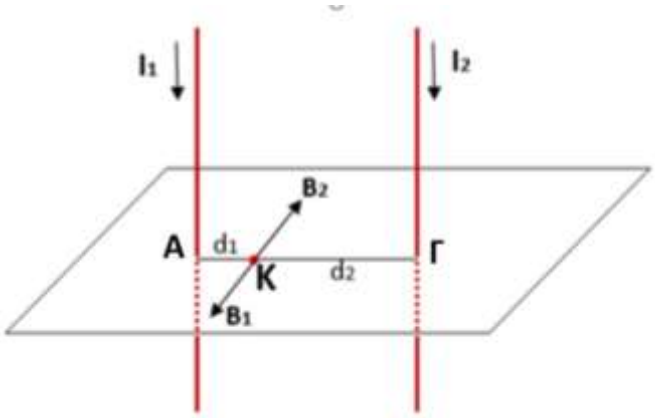
2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων των δύο αγωγών φαίνονται στο σχήμα:



Για το μέτρο της έντασης B_1 ισχύει:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d_1}$$

και αντίστοιχα για την B_2:

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d_2}$$

Για το σημείο Κ, ισχύει:

$$\Sigma\vec{B} = \vec{0} \Leftrightarrow B_1 - B_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d_1} - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d_1}{d_2} \Leftrightarrow \frac{(AK)}{(\Gamma K)} = \frac{1}{3} \qquad (1)$$

Αλλά για τα (AK) και (ΓK) ισχύει:

$$(AK) + (\Gamma K) = d \qquad (2)$$

Αντικαθιστούμε την (1) στην (2):

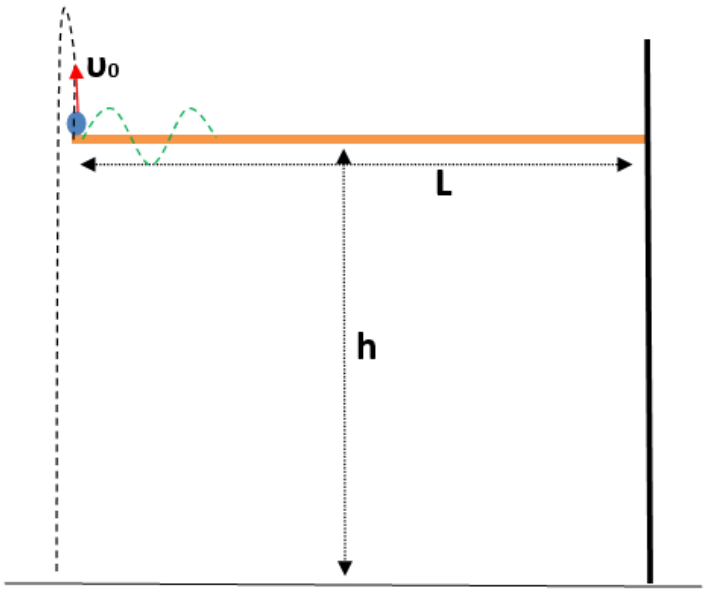
$$\frac{1}{3}(\Gamma K) + (\Gamma K) = d \Leftrightarrow (\Gamma K) = \frac{3d}{4}$$

$$(AK) + (\Gamma K) = d \Leftrightarrow (AK) + \frac{3}{4}d = d \Leftrightarrow (AK) = \frac{d}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό σώμα πέφτει στο ακραίο σημείο οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, μήκους $L = 6{,}125\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, σε ύψος $h = 15\text{m}$ από το έδαφος.



Το σώμα μετά την κρούση, αναγκάζει το άκρο του ελαστικού μέσου να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0{,}4\text{m}$. Το χρονικό διάστημα για να ξαναπεράσει το άκρο του ελαστικού μέσου για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του είναι $t = \frac{1}{50}\text{s}$. Εκείνη τη στιγμή το σώμα αποχωρίζεται από το ελαστικό μέσο και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\text{m/s}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ και θεωρούμε ότι δεν ασκούνται δυνάμεις αντίστασης σε κανένα σώμα.

4.1. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το σώμα θα φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 8

4.2. Από το ταλαντούμενο άκρο του ελαστικού μέσου ξεκινά να διαδίδεται εγκάρσιο κύμα με νέα συχνότητα διπλάσια από εκείνη που ταλαντώνονταν πριν εκτοξευτεί το σώμα. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon_\delta = 25\text{m/s}$, να γράψετε:

(i) την εξίσωση του τρέχοντος κύματος (πριν συμβεί ανάκλαση του κύματος στο ακλόνητο άκρο) και

(ii) την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος την χρονική στιγμή $t' = 0{,}2\text{s}$

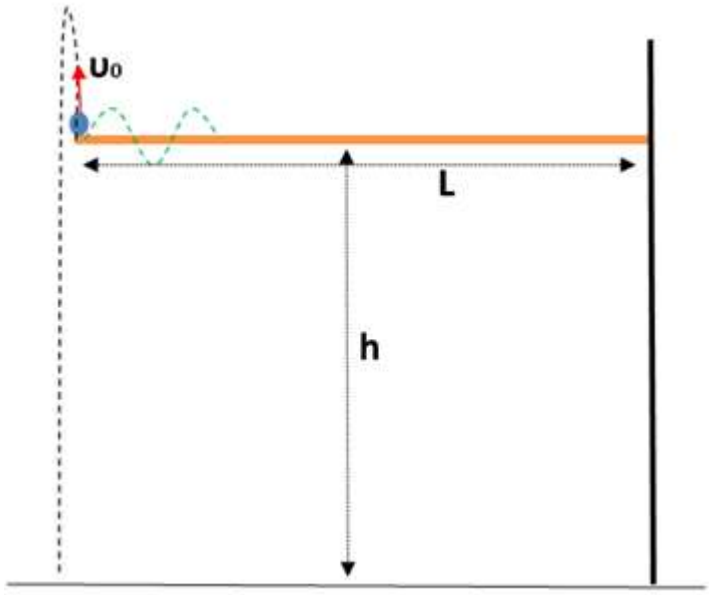
Μονάδες 8

4.3. Για το μήκος του ελαστικού μέσου $(L = 6{,}125\text{m})$ που δόθηκε, να εξετάσετε αν θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και εφόσον δημιουργηθεί να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών του πάνω στο μέσο.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα με την πτώση του αναγκάζει το άκρο του μέσου να ταλαντωθεί και τελικά εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\ \mathrm{m/s}$ εκτελώντας κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση g. Έρχεται σε επαφή με το έδαφος στη θέση $x = -15\mathrm{m}$, σε χρόνο:



$$x = \upsilon t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow -15\mathrm{m} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t - \frac{1}{2}10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}\mathrm{s} \Leftrightarrow t_1 = 3\mathrm{s}\ \text{ ή } t_2 = -1\mathrm{s}\ \ (\text{απορρίπτεται})$$

Άρα ο χρόνος πτώσης είναι: $t_1 = 3\mathrm{s}$

Μονάδες 8

4.2. Εφόσον ο χρόνος για να εκτελέσει μισή περίοδο ταλάντωσης το σύστημα σώμα-ελαστικό μέσο είναι $t = \frac{1}{50}\mathrm{s}$, προκύπτει: $T = 2 \cdot \frac{1}{50}\mathrm{s} = \frac{1}{25}\mathrm{s}$, και άρα η συχνότητα θα είναι $f = \frac{1}{T} = 25\mathrm{Hz}$.

Η συχνότητα ταλάντωσης μόνο του ελαστικού μέσου, αφού εκτοξευθεί το σώμα, δίνεται διπλάσια.

Δηλαδή $f' = 50\mathrm{Hz}$.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon_\delta = 25\mathrm{m/s}$, οπότε βρίσκουμε ότι το μήκος κύματος θα είναι:

$$\upsilon_\delta = \lambda \cdot f' \Leftrightarrow \lambda = \frac{25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{50\mathrm{s}^{-1}} = 0{,}5\mathrm{m}$$

Η εξίσωση του κύματος θα είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(f't - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow y = 0{,}4 \cdot \eta\mu 2\pi(50 \cdot t - 2 \cdot x) \qquad \mathrm{S.I.}$$

και η αντίστοιχη του στιγμιότυπου την $t' = 0{,}2\ \mathrm{s}$, θα είναι:

$$y = 0{,}4 \cdot \eta\mu 2\pi(50 \cdot 0{,}2 - 2 \cdot x) = 0{,}4 \cdot \eta\mu 2\pi(10 - 2 \cdot x) \qquad (\mathrm{S.I.})$$

$$0 \le x \le 5\mathrm{m}$$

Μονάδες 8

4.3. Αφού το ελαστικό μέσο είναι ελεύθερο στο ένα άκρο του και ακλόνητα στερεωμένο στο άλλο, αν δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, θα παρουσιάζει κοιλία στο ελεύθερο άκρο και δεσμό στο ακλόνητο.

Άρα για το μήκος L του μέσου είναι:

$$L = k\lambda_{\sigma\tau} + \frac{\lambda_{\sigma\tau}}{2} = (2k+1)\frac{\lambda_{\sigma\tau}}{2} \Leftrightarrow L = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow 2k+1 = \frac{4L}{\lambda} \Leftrightarrow k = \frac{\frac{4L}{\lambda} - 1}{2} = 24$$

Εφόσον το k προέκυψε ακέραιος αριθμός, δημιουργούνται στάσιμα κύματα.

Το k εκφράζει τον αριθμό των ατράκτων του στάσιμου κύματος, οπότε ο αριθμός των δεσμών θα είναι:

$$N_{\Delta} = k + 1 = 25$$

διότι για την πρώτη άτρακτο απαιτούνται 2 δεσμοί και από κει και πέρα, για κάθε άτρακτο απαιτείται άλλος ένας δεσμός.

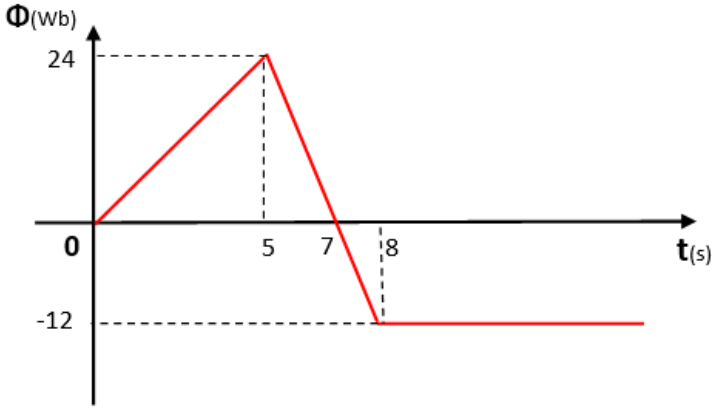
Ο αριθμός των κοιλιών θα είναι ο αριθμός των ατράκτων συν την πρώτη κοιλία στο ελεύθερο άκρο:

$$N_K = k + 1 = 25$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από ένα κλειστό τετραγωνικό πλαίσιο:



Το πλαίσιο πλευράς $\alpha = 0{,}1\mathrm{m}$ παρουσιάζει αντίσταση ανά μονάδας μήκους $\mathrm{R}^* = 200\ \Omega/\mathrm{m}$.

4.1. Να αποδώσετε γραφικά την μεταβολή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος και της ηλεκτρικής ισχύος που καταναλώνεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με τον χρόνο.

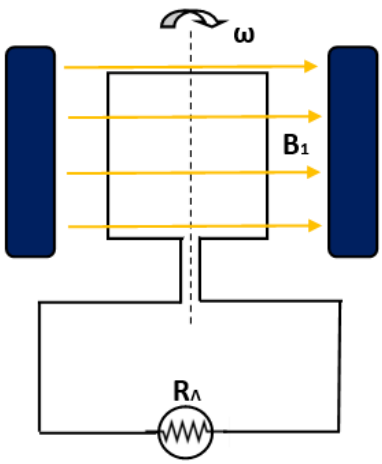
Μονάδες 8

Μετά την χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 8\mathrm{s}$ καταργείται κάθε άλλο μαγνητικό πεδίο και το πλαίσιο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 10\mathrm{m/s}$ κάθετη σε μια πλευρά του και παράλληλη στην επιφάνειά του, αρχίζει να εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο έντασης $\mathrm{B} = 2\mathrm{T}$ που είναι κάθετο στην επιφάνεια του πλαισίου.

4.2. Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια εισόδου του πλαισίου στο νέο μαγνητικό πεδίο και την εξωτερική δύναμη που το κινεί.

Μονάδες 8

Αφού ολοκληρωθεί η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, το ακινητοποιούμε. Συνδέουμε το πλαίσιο με λαμπτήρα που έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας (100V, 50W). Εφαρμόζουμε νέο μαγνητικό πεδίο έντασης $\mathrm{B}_1 = 10\sqrt{2}\ \mathrm{T}$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά περιστρέφουμε το πλαίσιο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω.

4.3. Θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση των αγωγών σύνδεσης του λαμπτήρα στο πλαίσιο, να προσδιορίσετε την γωνιακή ταχύτητα ω, ώστε ο λαμπτήρας να λειτουργεί κανονικά.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η αντίσταση του τετραγωνικού πλαισίου θα είναι:

$$R = 4\alpha R^* \Leftrightarrow R = 4 \cdot 0{,}1\text{m} \cdot 200\frac{\Omega}{\text{m}} \Leftrightarrow R = 80\Omega$$

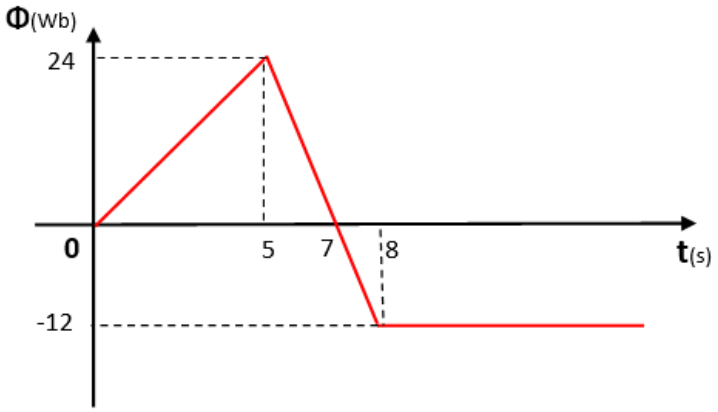
Η μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή του διαγράμματος αντιστοιχεί σε τέσσερα χρονικά διαστήματα:

Για $\Delta t_1 = 0 - 5$ s η μαγνητική ροή αυξάνεται γραμμικά από $\Phi_1 = 0$ σε $\Phi_2 = 24\text{Wb}$

Για $\Delta t_2 = 5 - 7$ s η μαγνητική ροή μειώνεται γραμμικά από $\Phi_3 = 24\text{Wb}$ σε $\Phi_4 = 0$

Για $\Delta t_3 = 7 - 8$ s η μαγνητική ροή αυξάνεται γραμμικά (με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να έχουν αλλάξει φορά) από $\Phi_5 = 0$ σε $\Phi_6 = -12\text{Wb}$

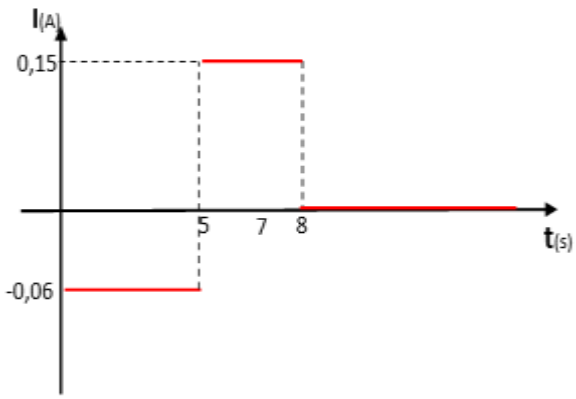
Για $t_4 \geq 8$ s η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή $\Phi_7 = -12\text{Wb}$.

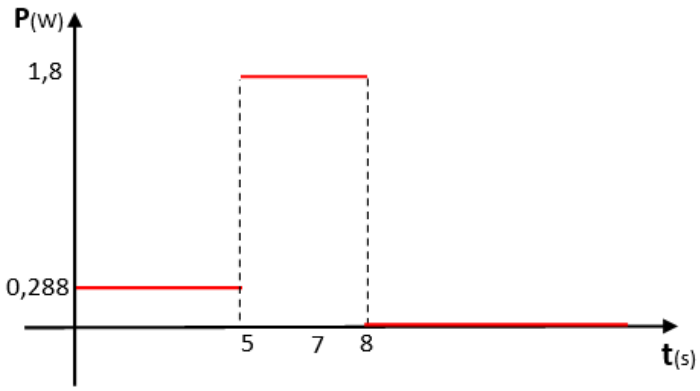


Η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται και η ισχύς που καταναλώνεται στο πλαίσιο σε αυτά τα χρονικά διαστήματα, συνοψίζεται παρακάτω:

Για Δt_1	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 1} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t_1} = -4{,}8\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 1} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 1}}{R} = -0{,}06\text{A}$	$P_1 = {I_{\varepsilon\pi 1}}^2 R = 0{,}288\text{W}$
Για Δt_2	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 2} = -\frac{\Phi_4 - \Phi_3}{\Delta t_2} = 12\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 2} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 2}}{R} = 0{,}15\text{A}$	$P_2 = {I_{\varepsilon\pi 2}}^2 R = 1{,}8\text{W}$
Για Δt_3	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 3} = -\frac{\Phi_6 - \Phi_5}{\Delta t_3} = 12\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 3} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 3}}{R} = 0{,}15\text{A}$	$P_3 = {I_{\varepsilon\pi 3}}^2 R = 1{,}8\text{W}$
Για $t_4 \geq 8$ s	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 4} = 0$	$I_{\varepsilon\pi 4} = 0$	$P_4 = 0$

Τα ζητούμενα διαγράμματα θα είναι:



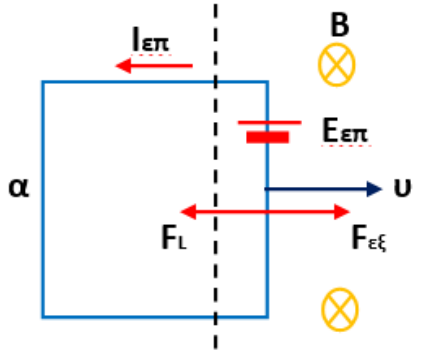


ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Τόσο ο προηγούμενος πίνακας, όσο και τα διαγράμματα, υποδηλώνουν ότι θα μπορούσαμε να μελετήσουμε την συμπεριφορά του πλαισίου στο χρονικό διάστημα $\Delta t_2 + \Delta t_3$ κατά τρόπο ενιαίο.

Μονάδες 8

4.2. Ο χρόνος εισόδου του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο με σταθερή ταχύτητα είναι:

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Leftrightarrow t = \frac{\alpha}{\upsilon} = \frac{0{,}1\mathrm{m}}{10\mathrm{m/s}} = 10^{-2}\mathrm{s}$$



Καθώς εισέρχεται το πλαίσιο στο μαγνητικό πεδίο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που περνά από αυτό, αναπτύσσεται επαγωγική τάση και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Αυτό δημιουργεί δύναμη Laplace, όπως φαίνεται στο σχήμα. (Δύναμη Lorentz δέχονται και τα ηλεκτρόνια στα τμήματα των πλευρών του πλαισίου που είναι παράλληλα στην ταχύτητα. Έχει όμως φορά προς τα τοιχώματα, οπότε η τάση από επαγωγή αναπτύσσεται εγκάρσια, συνεπώς δεν συνεισφέρει στην κυκλοφορία ρεύματος και αγνοείται).

Για κάθε ένα από τα παραπάνω μεγέθη, ισχύουν:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\alpha = 2\mathrm{T} \cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}1\mathrm{m} = 2\mathrm{V}$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{2\mathrm{V}}{80\Omega} = 0{,}025\mathrm{A}$$

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\alpha = 2\mathrm{T} \cdot 0{,}025\mathrm{A} \cdot 0{,}1\mathrm{m} = 5 \cdot 10^{-3}\mathrm{N}$$

Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_L + \vec{F}_{\varepsilon\xi} = \vec{0}$$

$$F_L - F_{\varepsilon\xi} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\xi} = 5 \cdot 10^{-3}\mathrm{N}$$

Η φορά της $F_{\varepsilon\xi}$ φαίνεται στο σχήμα.

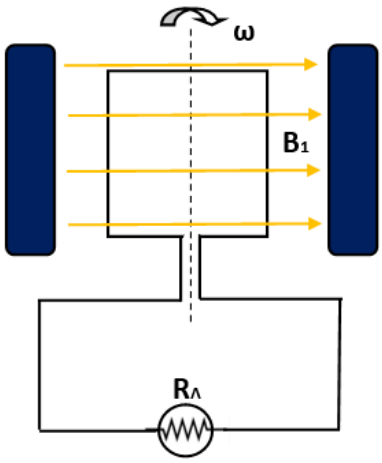
Μονάδες 8

4.3. Ο λαμπτήρας με ενδείξεις κανονικής λειτουργίας $(100\text{V}, 50\text{W})$, έχει ωμική αντίσταση:

$$R_\Lambda = \frac{V_\kappa^2}{P_\kappa} = \frac{100^2\text{V}^2}{50\text{W}} = 200\Omega$$

και για να λειτουργεί κανονικά, θα πρέπει να διαρρέεται από:

$$I_\kappa = \frac{V_\kappa}{R} = \frac{100\text{V}}{200\Omega} = 0{,}5\text{A}$$



Με την περιστροφή του πλαισίου εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης B_1, αναπτύσσεται εναλλασσόμενη τάση στο κύκλωμα το οποίο διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα ενεργού τιμής $I_{\varepsilon\nu}$. Για να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας, το ρεύμα κανονικής λειτουργίας πρέπει να ισούται με την ενεργό ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος. Άρα θα πρέπει να είναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = I_\kappa \Leftrightarrow \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R_{o\lambda}} = I_\kappa \Leftrightarrow \frac{V/\sqrt{2}}{R_\Lambda + R} = I_\kappa \Leftrightarrow I_\kappa = \frac{V}{\sqrt{2}\cdot(R_\Lambda + R)} \Leftrightarrow V = \sqrt{2}\cdot(R_\Lambda + R)\cdot I_\kappa$$

$$V = \sqrt{2}\cdot(200\Omega + 80\Omega)\cdot 0{,}5\text{A} = 140\cdot\sqrt{2}\text{V}$$

όπου V το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

Για το πλάτος εναλλασσόμενης τάσης σε πλαίσιο που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, ισχύει:

$$V = N\cdot\omega\cdot B_1\cdot A \Leftrightarrow 140\cdot\sqrt{2}\,\text{V} = 1\cdot\omega\cdot 10\cdot\sqrt{2}\,\text{T}\cdot 0{,}1^2\text{m}^2 \Leftrightarrow \omega = \frac{140\cdot\sqrt{2}\,\text{V}}{10\cdot\sqrt{2}\,\text{T}\cdot 0{,}1^2\text{m}^2} \Leftrightarrow$$

$$\omega = 1400\ \text{rad/s}$$

Μονάδες 9